



高等学校“十二五”规划教材

财政部文化产业发展专项资金资助项目

Material Mechanics Problem Solving

材料力学习题解答

——研究生入学考试指导书

戴宏亮 编

湖南大学出版社



高等学校“十二五”规划教材
财政部文化产业发展专项资金资助项目

材料力学学习题解答

——研究生入学考试指导书

戴宏亮 编

湖南大学出版社

内 容 简 介

本习题解答为编者编写的《材料力学》教材的辅助教学用书,内容符合教育部最新颁布的材料力学教学基本要求。本书按照材料力学课程的教学内容,共分为十三章和一个附录,每章和附录均与编者的《材料力学》教材相对应,且每章和附录均包含“知识要点”“典型例题分析”“练习题”和“参考答案”四个部分。

本习题解答收集了丰富的例题和习题,可作为高等工科院校的大学生学习材料力学课程的教学辅导书,也可作为相关工科专业硕士研究生入学考试及参加大学生力学竞赛的复习指导书。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学习题解答——研究生入学考试指导书/戴宏亮编.

—长沙:湖南大学出版社,2015.7

ISBN 978-7-5667-0909-7

I. ①材… II. ①戴… III. ①材料力学—研究生—入学考试—题解 IV. ①TB301-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第158936号

材料力学习题解答——研究生入学考试指导书

CAILIAO LIXUE XITI JIEDA

——YANJIUSHENG RUXUE KAOSHI ZHIDAOSHU

作 者:戴宏亮 编

策划编辑:卢 宇

责任编辑:黄 旺 金红艳 责任校对:全 健 责任印制:陈 燕

印 装:衡阳顺地印务有限公司

开 本:787×1092 16开 印张:20.75 字数:545千

版 次:2015年8月第1版 印次:2015年8月第1次印刷

书 号:ISBN 978-7-5667-0909-7/TU·193

定 价:45.00元

出 版 人:雷 鸣

出版发行:湖南大学出版社

社 址:湖南·长沙·岳麓山 邮 编:410082

电 话:0731-88822559(发行部),88821315(编辑室),88821006(出版部)

传 真:0731-88649312(发行部),88822264(总编室)

网 址:<http://www.hnupress.com>

电子邮箱:pressluy@hnu.edu.cn

版权所有,盗版必究

湖南大学版图书凡有印装差错,请与发行部联系

前 言

材料力学是高等院校中一门与力学、机械、土木、航空、交通和材料等许多工科专业密切相关的重要专业基础课，也是很多高等院校工科专业指定的硕士研究生入学考试课程。要学好材料力学课程，首先要理解基本概念，掌握基本理论和基本方法，部分内容还必须通过力学实验来进一步学习。其次，分析和演算一定数量的习题，加深对相关知识点的理解和掌握。最后，通过做题逐步加深对基本概念的理解，掌握基本理论和基本方法的实际应用，从而提高分析问题和解决问题的能力。这就需要一本能指导大学生通过扎实高效地自我学习达到较满意的学习和备考要求的材料力学辅导教材。

本书按照材料力学课程的教学内容，共分为十三章和一个附录，每章和附录的主要内容和顺序均与编者的《材料力学》教材相对应，且每章分为“知识要点”“典型例题分析”“练习题”和“参考答案”四个部分。“知识要点”简述了各章的教学基本要求以及重点，是各章内容的小结。“典型例题分析”对精选的典型例题进行了分析和解答，列出了比较详细的解题步骤，为满足读者考研或参加力学竞赛的需要，例题中精选了一定数量的难题，希望通过对难题的详细分析帮助读者攻克学习中的难点，起到举一反三的作用。“练习题”从各高校研究生入学试卷中挑选出具有代表性的习题，供读者自练。“参考答案”供读者自我检查。

本习题集收集了丰富的材料力学例题和习题，可作为高等工科院校的大学生学习材料力学课程的教学辅导书，也可作为报考相关工科专业硕士研究生以及参加大学生力学竞赛的复习指导书。

在本书的编写过程中，工程结构优化与可靠性研究所的刘海波硕士和罗伟峰硕士做了大量的编写和绘图工作。没有他们的努力，本书是难以如期付印的。在此，对本书编写和出版过程中付出辛勤劳动的老师、出版社的工作人员和同学们表示衷心的感谢！

在教材的编写过程中，参考了兄弟院校教材中的部分内容和习题、研究生入学考试试卷，同时参考了高等教育出版社《全国通用材料力学试题库》的部分习题，在此一并感谢！

由于编者水平有限，书中难免存在不足和疏漏之处，欢迎读者批评指正。

编 者

2015年8月于湖南大学

目 次

第1章 绪 论	1
(一) 知识要点	1
(二) 典型例题分析	1
(三) 练习题	3
(四) 参考答案	4
第2章 轴向拉伸与压缩	6
(一) 知识要点	6
(二) 典型例题分析	7
(三) 练习题	21
(四) 参考答案	30
第3章 剪切与挤压	38
(一) 知识要点	38
(二) 典型例题分析	38
(三) 练习题	44
(四) 参考答案	49
第4章 扭 转	52
(一) 知识要点	52
(二) 典型例题分析	53
(三) 练习题	66
(四) 参考答案	72
第5章 梁的弯曲内力	80
(一) 知识要点	80
(二) 典型例题分析	81
(三) 练习题	100
(四) 参考答案	112
第6章 梁的弯曲应力	126
(一) 知识要点	126
(二) 典型例题分析	127

(三) 练习题	136
(四) 参考答案	143
第 7 章 梁的弯曲变形	148
(一) 知识要点	148
(二) 典型例题分析	149
(三) 练习题	162
(四) 参考答案	169
第 8 章 应力与应变状态分析	176
(一) 知识要点	176
(二) 典型例题分析	177
(三) 练习题	190
(四) 参考答案	196
第 9 章 强度理论	203
(一) 知识要点	203
(二) 典型例题分析	204
(三) 练习题	211
(四) 参考答案	215
第 10 章 组合变形	218
(一) 知识要点	218
(二) 典型例题分析	218
(三) 练习题	228
(四) 参考答案	236
第 11 章 压杆稳定问题	240
(一) 知识要点	240
(二) 典型例题分析	241
(三) 练习题	254
(四) 参考答案	260
第 12 章 能量方法	265
(一) 知识要点	265
(二) 典型例题分析	267
(三) 练习题	273
(四) 参考答案	279
第 13 章 动荷载	282
(一) 知识要点	282
(二) 典型例题分析	283
(三) 练习题	295
(四) 参考答案	304

附录 A 平面图形的几何性质	310
(一) 知识要点	310
(二) 典型例题分析	310
(三) 练习题	316
(四) 参考答案	321

第 1 章 绪 论

(一) 知识要点

1. 材料力学的主要任务

材料力学是一门研究各种构件抗力性能的科学,其主要任务是保证构件能够正常工作,帮助设计者合理选择构件的适当材料和形状,确定所需要的几何尺寸;判断已有的构件能否正常工作,并考虑如何改造它们,使其能够适应新任务的要求。为了保证构件能正常工作,须满足三项基本要求:强度要求、刚度要求和稳定性要求。

2. 材料力学的基本假设

材料力学的基本假设包括连续性假设、均匀性假设、各向同性假设和小变形假设。

3. 基本概念

外力:构件受到其他构件对它的作用力,即构件受到的外力。外力包括荷载与约束力。外力按其作用方式,可分为表面力与体积力。表面力按其分布情况,可分为分布力与集中力。荷载按其随时间变化的情况,可分为静荷载与动荷载。

外力作用下,物体内部各部分之间相互作用力的变化量称为内力。求解内力的方法:截面法,其步骤可概括为:截、留、代、平。

(1) 欲求某一截面上的内力,就沿该截面假想地将构件分成两部分(截)。

(2) 保留其中任一部分作为研究对象,弃去另一部分(留)。

(3) 用作用在横截面上的内力,代替弃去部分对保留部分的作用(代)。

(4) 建立保留部分的平衡条件,确定未知内力(平)。

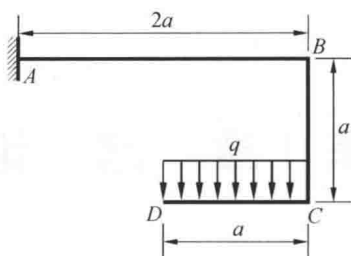
应力:单位面积上的内力,垂直于截面的应力分量称为正应力 σ ,相切于截面的应力分量称为切应力 τ 。表示变形程度的量称为应变,正应变 ϵ 和切应变 γ 分别与正应力和切应力相联系。

4. 杆件变形的基本形式

杆件变形的基本形式有:轴向拉伸或压缩、剪切、扭转和弯曲。杆件同时发生几种基本变形,称为组合变形。

(二) 典型例题分析

例 1.1 图示直角折杆在 DC 段承受均布荷载 q ,试求 AB 段上弯矩为零的截面位置。



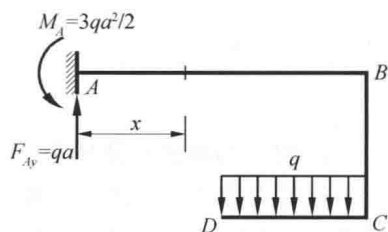
例 1.1 图

解:根据外力画出固定端 A 点的支座力如右图所示。

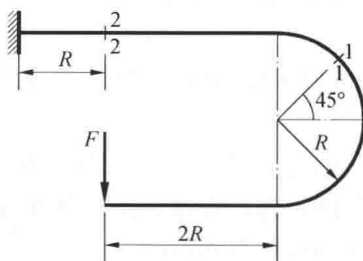
由图根据弯矩平衡方程可得到距离 A 端 x 远处的弯矩表达式为

$$M_x = qa\left(\frac{3a}{2} - x\right) = 0$$

得 $x = \frac{3a}{2}$ (离 A 端 $\frac{3a}{2}$ 处)。

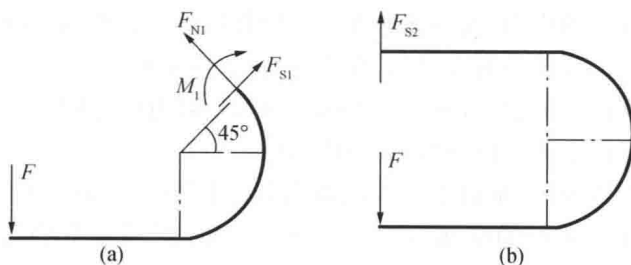


例 1.2 试求图示构件中 1-1 和 2-2 截面的内力,并在分离体上画出内力的方向。



例 1.2 图

解:采用截面法分别画出 1,2 截面的内力,如下图所示。



对(a)图进行分析,在竖直方向和水平方向上由力的平衡方程得

$$F_{N1} \cos 45^\circ + F_{S1} \cos 45^\circ = F \quad (1)$$

$$F_{N1} \sin 45^\circ - F_{S1} \sin 45^\circ = 0 \quad (2)$$

联立解方程①和②,得

$$F_{N1} = \frac{\sqrt{2}F}{2}, F_{S1} = \frac{\sqrt{2}F}{2}$$

对于截面 1 处合弯矩为零 $\sum M=0$,得 $M_1 = \frac{(4+\sqrt{2})FR}{2}$,

对(b)图进行分析,得 $F_{S2} = F$ 。

(三) 练习题

一、选择题

1. 关于下列结论的正确性:

- (1) 同一截面上正应力 σ 与切应力 τ 必相互垂直。
- (2) 同一截面上各点的正应力 σ 必定大小相等, 方向相同。
- (3) 同一截面上各点的切应力 τ 必相互平行。

下列选项正确的是

()

- (A) 1 对 (B) 1, 2 对 (C) 1, 3 对 (D) 2, 3 对

2. 以下结论中正确的是

()

- (A) 杆件某截面上的内力是该截面上应力的代数和
- (B) 杆件某截面上的应力是该截面上内力的平均值
- (C) 应力是内力的集度
- (D) 内力必大于应力

3. 图示曲杆受作用垂直杆轴线的外力偶矩 M_e 作用, 曲杆将发生的变形为

()

- (A) 扭转变形 (B) 弯曲变形
- (C) 扭转与弯曲组合变形 (D) 拉压扭转与弯曲组合变形

4. 图示结构, 其中杆 AD 发生的变形为

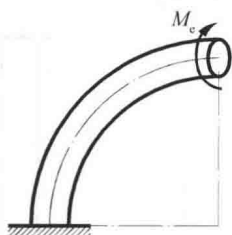
()

- (A) 弯曲变形 (B) 压缩变形
- (C) 弯曲与压缩的组合变形 (D) 弯曲与拉伸的组合变形

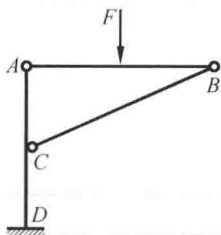
5. 图示结构, 杆 AB 发生的变形为

()

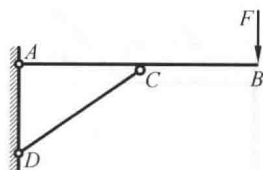
- (A) 弯曲变形 (B) 拉压变形
- (C) 弯曲与压缩的组合变形 (D) 弯曲与拉伸的组合变形



题 3 图



题 4 图



题 5 图

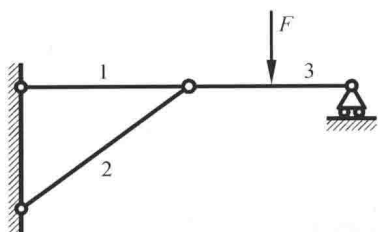
二、填空题

6. 根据材料的主要性质对材料作如下四个基本假设 _____、_____、_____、_____。

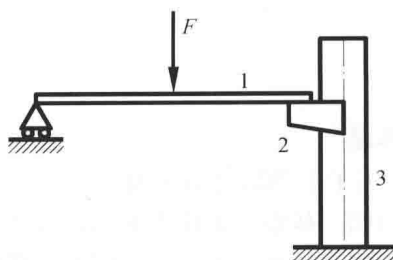
7. 工程中的 _____ 是指构件抵抗破坏的能力; _____ 是指构件抵抗变形的能力。

8. 图示构件中, 杆 1 发生 _____ 变形, 杆 2 发生 _____ 变形, 杆 3 发生 _____ 变形。

9. 图示结构中, 杆 1 发生 _____ 变形, 构件 2 发生 _____ 变形, 杆 3 发生 _____ 变形。



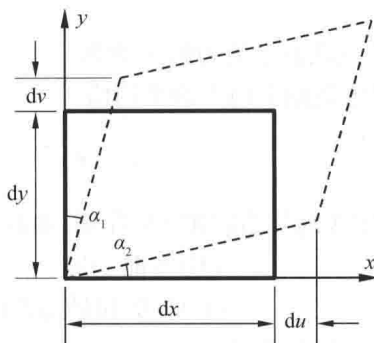
题 8 图



题 9 图

10. 图示为构件内某点处取出的单元体, 构件受力后单元体的位置为虚线所示, 则 $\epsilon_x =$

_____ ; $\epsilon_y =$ _____ ; $\gamma =$ _____ 。



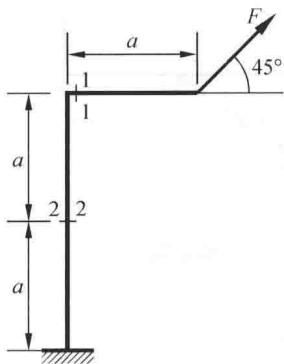
题 10 图

三、分析计算题

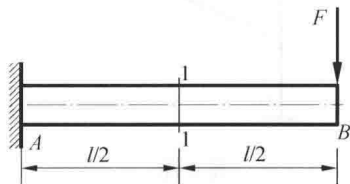
11. 试求图示折杆截面 1-1 和 2-2 的内力, 并在分离体上画出内力的方向。

12. 试求图示梁 A 端的支反力和截面 1-1 的内力, 并在分离体上画出支反力和内力的方向。

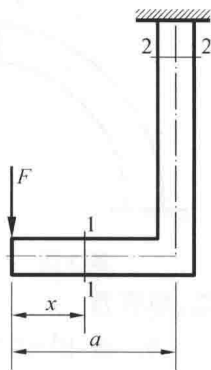
13. 试求图示折杆截面 1-1 和 2-2 的内力, 并在分离体上画出内力的方向。



题 11 图



题 12 图



题 13 图

(四) 参考答案

1~5. A C C C D

6. 连续性假设;均匀性假设;各向同性假设;小变形假设

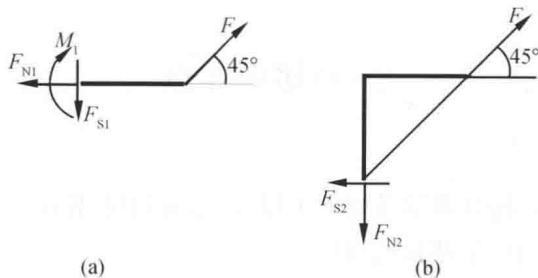
7. 强度;刚度

8. 拉伸;压缩;弯曲

9. 弯曲;剪切;弯曲与轴向压缩组合

$$10. \epsilon_x = \frac{du}{dx}; \epsilon_y = \frac{dv}{dy}; \gamma = \alpha_1 + \alpha_2$$

11. 解:

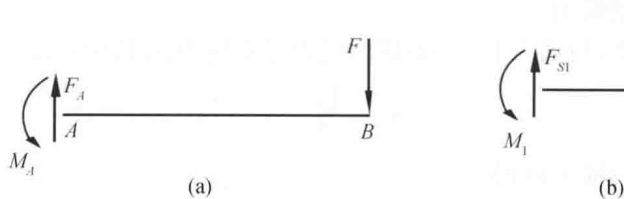


$$F_{N1} = \frac{\sqrt{2}F}{2}; F_{S1} = \frac{\sqrt{2}F}{2}$$

$$M_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}Fa$$

$$F_{N2} = \frac{\sqrt{2}F}{2}; F_{S2} = \frac{\sqrt{2}F}{2}$$

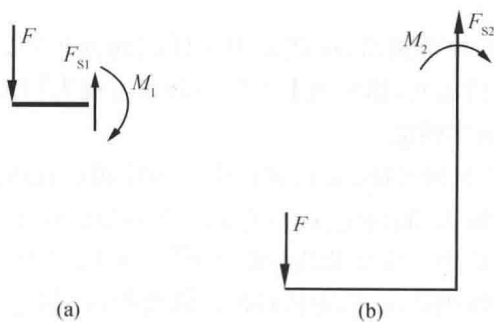
12. 解:



$$F_A = F, M_A = Fl$$

$$F_{S1} = F, M_1 = -\frac{Fl}{2}$$

13. 解:



$$F_{S1} = F, M_1 = Fx$$

$$F_{N2} = F, M_2 = Fa$$

第2章 轴向拉伸与压缩

(一) 知识要点

1. 轴向拉伸与压缩

轴向拉压的受力特点:杆件两端受到大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的外力;
变形特点:杆件沿轴线方向产生伸长或缩短。

2. 轴向拉伸与压缩的内力

轴向拉压杆截面上的内力称为轴力,轴力的计算用截面法,杆件各截面上的轴力沿轴线变化的情况可用轴力图表示。轴力图具体画法:画出平行于杆件轴线的横坐标 x 轴,用来表示各横截面的位置;画出垂直于杆件轴线的纵坐标 y 轴,用来表示相应横截面上的轴力;再按一定的比例画出表示轴力与横截面位置的关系。习惯上将拉力画在 x 轴上方,并标号 $\oplus$;压力画在 x 轴下方,并标号 $\ominus$ 。此外,轴力图还可以方便地显示出杆件最大的轴力及其所在横截面的位置。

3. 轴向拉伸与压缩的应力

在拉压杆的横截面上,与轴力 F_N 相对应的应力是正应力 σ ,其计算公式为

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (2-1)$$

其中 F_N 为轴力, A 为杆的横截面积。

斜截面上有正应力 σ_α 和切应力 τ_α ,其计算公式为

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= p_\alpha \cos\alpha = \sigma \cos^2\alpha \\ \tau_\alpha &= p_\alpha \sin\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (2-2)$$

4. 圣维南原理

圣维南(Saint - Venant)原理指出:荷载作用于杆端的分布方式,只影响杆端局部范围内的应力分布,离荷载作用面稍远处,横截面上的应力分布可视为均匀的。

5. 轴向拉压时材料的力学性能

材料的力学性能又称为机械性能,是指材料受外力作用后在强度和变形方面所表现出来的性能,例如材料的弹性模量 E 、泊松比 μ 等,它们需在通过试验来测定。

低碳钢的力学性能,其应力—应变曲线(或 σ 曲线)如图 2.1 所示。

其中 σ_p 称为材料的比例极限, σ_e 称为材料的弹性极限, σ_s 称为材料的屈服极限, σ_b 称为材料的强度极限。

材料能经受较大塑性变形而不破坏的能力,称为材料的延性或塑性,材料的延性用伸长率(或延伸率) δ 或断面收缩率 φ 度量。

伸长率 δ 可表示为

$$\delta = \frac{l' - l}{l} \times 100\% \quad (2-3)$$

通常按照伸长率的大小将材料分为两大类:伸长率较大($\delta \geq 5\%$)的材料称为延性材料或塑性材料,伸长率较小($\delta < 5\%$)的材料称为脆性材料。

断面收缩率 φ 可表示为

$$\varphi = \frac{A - A'}{A} \times 100\% \quad (2-4)$$

6. 轴向拉伸与压缩时杆的变形

拉压杆的轴向变形:拉压杆的应力与应变在材料的线弹性范围内满足胡克定律。杆件的伸长(缩短)量为

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA} \quad (2-5)$$

其中 EA 表示杆件抵抗变形的能力,称为杆件的抗拉(压)刚度。

拉压杆的横向变形:杆件变形前的横向尺寸为 b ,变形后为 b_1 ,则杆的横向变形为 $\Delta b = b_1 - b$,杆的横向正应变为 $\epsilon' = \frac{\Delta b}{b}$ 。

大量试验表明:对于同一材料,在弹性范围内,横向正应变与轴向正应变之比的绝对值为一常数,即 $\left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| = \mu$,式中比例系数 μ 称为横向变形系数或泊松比。

7. 强度计算

强度极限与屈服极限(包括名义屈服极限)通常统称为材料的极限应力。对于由一定材料制成的具体构件,工作应力的最大容许值,称为材料的许用应力,并用 $[\sigma]$ 表示。许用应力与极限应力的关系为 $[\sigma] = \frac{\sigma_u}{n}$,其中 n 为大于 1 的因数,称为安全因数。

强度条件:等截面直杆拉伸或压缩时的强度条件为 $\frac{F_{N\max}}{A} \leq [\sigma]$ 。利用该条件可解决三类强度问题:强度校核、截面设计和确定许可荷载。

8. 简单拉压超静定问题

结构的约束反力和内力仅通过静力平衡方程就可以确定的这类问题称为静定问题,问题的特点是未知力个数与独立平衡方程个数相等的结构,求解静定结构的内力只需要平衡条件。约束反力和内力等未知力个数超过独立平衡方程个数的问题称为超静定问题,两者之差称为超静定次数或静不定次数。求解超静定结构的内力除需要联立独立平衡方程、几何方程和物理方程,还必须根据几何关系和物理关系找到与超静定次数相同个数的补充方程。

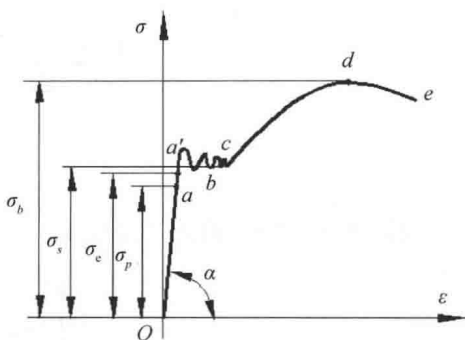
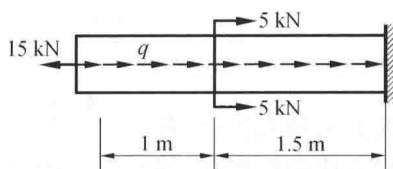


图 2.1 低碳钢拉伸式样 σ - ϵ 图

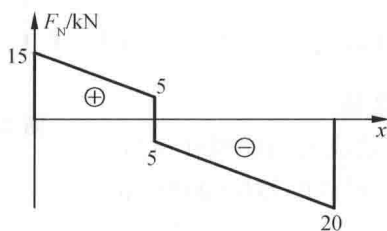
(二) 典型例题分析

例 2.1 已知 $q = 10 \text{ kN/m}$, 试绘出图示杆件的轴力图。

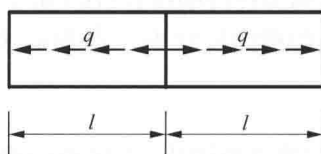


例 2.1 图

解:杆件的轴力图如下图所示:

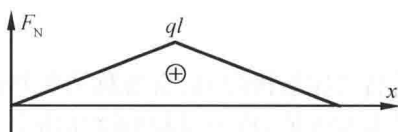


例 2.2 q 为均布荷载的集度,试作图示杆的轴力图。

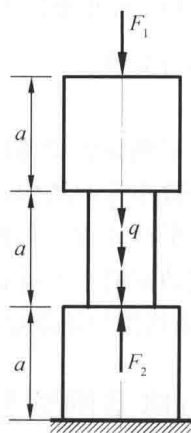


例 2.2 图

解:杆件的轴力图如下:

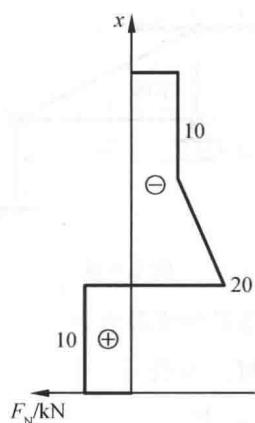


例 2.3 杆件及受力如下图所示,已知 $a=1\text{ m}$, $F_1=10\text{ kN}$, $F_2=30\text{ kN}$, $q=10\text{ kN/m}$,试绘轴力图。

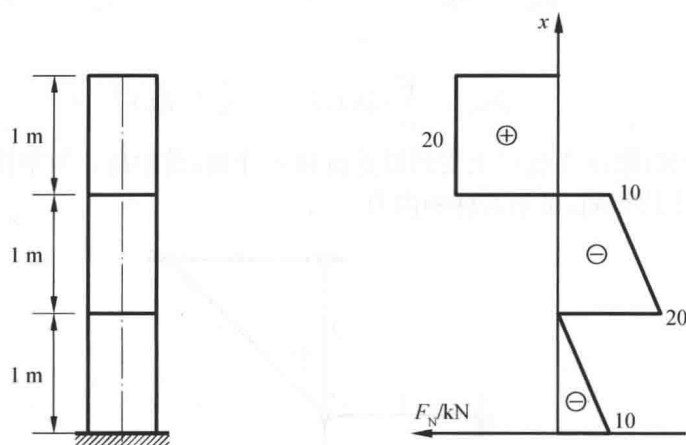


例 2.3 图

解:杆件的轴力图如下:

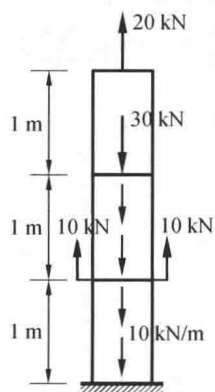


例 2.4 已知轴向拉压杆件的轴力图,试绘出该杆的荷载图。

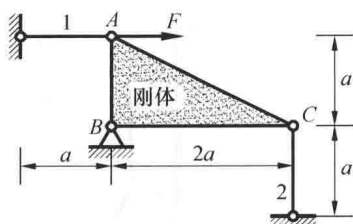


例 2.4 图

解:杆件的荷载图如下:



例 2.5 图示结构中,直角三角形 ABC 为刚体,杆 1 和杆 2 的横截面面积均为 A ,弹性模量均为 E 。若在点 A 施加水平力 F ,试求杆 1 和杆 2 的轴力 F_{N1} 和 F_{N2} 。



例 2.5 图

解:作 ABC 刚体结构的受力示意图如右图所示。

对于 B 点由力矩平衡条件 $\sum M_B = 0$ 得

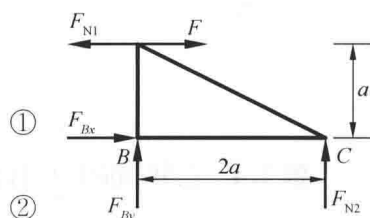
$$F_{N1} + 2F_{N2} = F$$

由变形协调条件 $\delta_2 = 2\delta_1$ 得

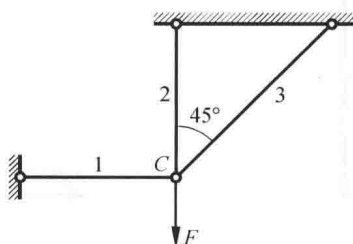
$$F_{N2} = 2F_{N1}$$

解方程①和②得

$$F_{N1} = \frac{F}{5}(\text{拉}), F_{N2} = \frac{2}{5}F(\text{拉})$$



例 2.6 图示桁架在节点 C 上受到铅垂荷载 F 作用,其中杆 3 为刚性杆,杆 1 和杆 2 的长度与拉压刚度 EA 均相同,试求各杆的内力。



例 2.6 图

解:作节点 C 的受力示意图如右图所示。

在水平方向和垂直方向分别有 $\sum F_x = 0$ 和 $\sum F_y = 0$, 得

$$F_{N1} - \frac{\sqrt{2}}{2}F_{N3} = 0$$

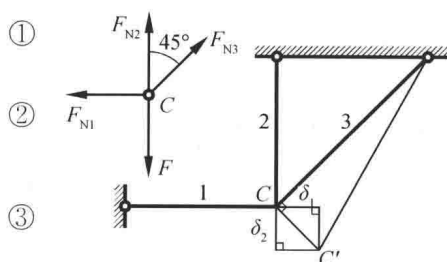
$$F_{N2} + \frac{\sqrt{2}}{2}F_{N3} = F$$

由变形协调方程 $\delta_1 = \delta_2$, 得

$$F_{N1} = F_{N2}$$

解方程组①②③得

$$F_{N1} = F_{N2} = \frac{F}{2}(\text{拉}), F_{N3} = \frac{\sqrt{2}}{2}F(\text{拉})$$



例 2.7 结构如图所示,梁 AB 为刚性梁, B 处作用集中力 F, 杆 1, 杆 2 和杆 3 的材料和横截面面积皆相同, 试求杆 1, 杆 2 和杆 3 的轴力。