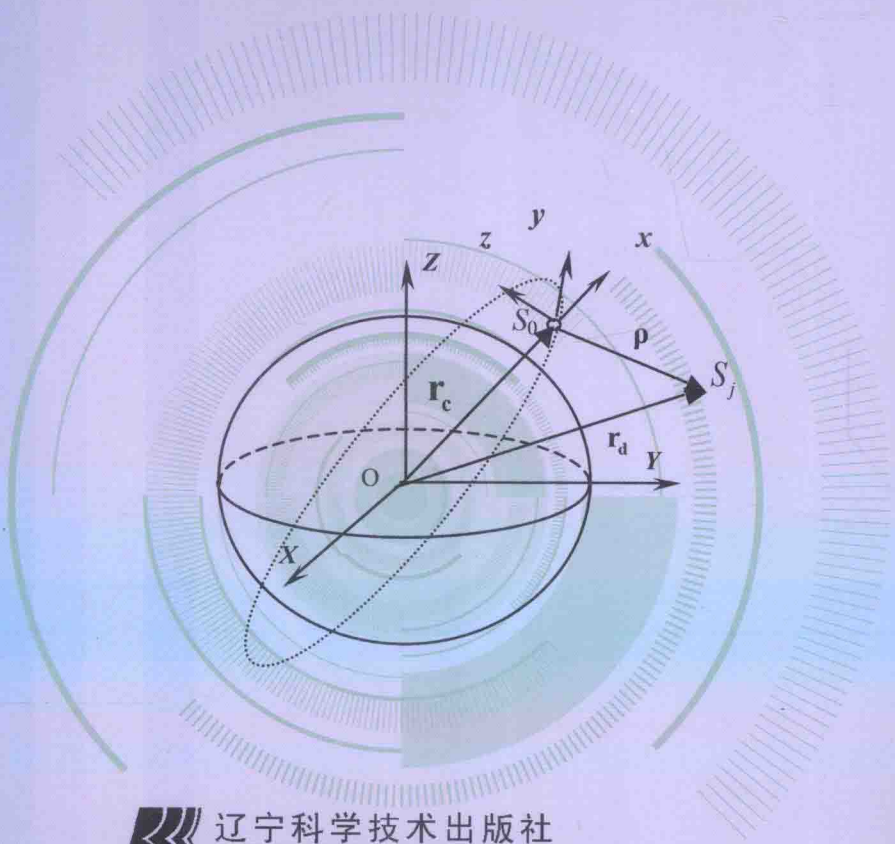





● 徐光延 著

# 长寿卫星编队飞行 理论基础

■ Theoretical Basis of Long-term  
■ Satellite Formation Flight



 辽宁科学技术出版社  
LIAONING SCIENCE AND TECHNOLOGY PUBLISHING HOUSE

辽宁省优秀自然科学著作

# 长寿卫星编队飞行理论基础

徐光延 著

辽宁科学技术出版社

沈 阳

© 2015 徐光延

图书在版编目 (CIP) 数据

长寿卫星编队飞行理论基础 / 徐光延著. — 沈阳:  
辽宁科学技术出版社, 2015.7

(辽宁省优秀自然科学著作)

ISBN 978-7-5381-9287-2

I. ①长… II. ①徐… III. ①卫星摄动—研究  
IV. ①V412.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 135511 号

---

出版发行: 辽宁科学技术出版社

(地址: 沈阳市和平区十一纬路 29 号 邮编: 110003)

印刷者: 沈阳旭日印刷有限公司

经销者: 各地新华书店

幅面尺寸: 185mm × 260mm

印 张: 10.5

字 数: 230 千字

印 数: 1~1000

出版时间: 2015 年 7 月第 1 版

印刷时间: 2015 年 7 月第 1 次印刷

责任编辑: 李伟民

特邀编辑: 王奉安

封面设计: 嵘 嵘

责任校对: 李淑敏

---

书 号: ISBN 978-7-5381-9287-2

定 价: 30.00 元

联系电话: 024-23284526

邮购电话: 024-23284502

<http://www.lnkj.com.cn>

# 前 言

卫星编队飞行是未来空间技术发展的重要方向之一。针对卫星携带燃料有限的实际情况。本书深入讨论了摄动条件下的卫星相对运动，给出了若干种卫星编队的高精度模型；系统阐述了 $J_2$ 摄动下周期和准周期卫星编队的设计理论；详细介绍了若干种顺从 $J_2$ 摄动的燃料最省的卫星编队控制策略。

本书提出的理论体系在卫星编队的实际工程应用中具有很强的实践性。本书建立的卫星相对运动的动力学模型和卫星编队的队形设计方法可以有效保证卫星飞行在顺从主要保守摄动力的周期性相对轨道上，减缓卫星在自由飞行阶段的发散速率，极大地降低长寿卫星编队飞行的燃料消耗。同时，本书给出的顺从摄动的控制策略可以使得卫星在主动控制阶段尽可能减小对主要摄动力的无效抵抗，从而进一步降低燃料的消耗。

本书适合从事航天技术工作和学习的学者、工程技术人员和研究生阅读和参考。

特别感谢曾经与作者合作研究的王郞维、吴宝林、王焕强、项峰、杜芝、王世威、王晓颖、罗健夫、于婷婷等同事。在本书的研究与写作过程中，作者查阅了大量的国内外相关研究文献，这些研究成果为本书奠定了研究基础，也给了作者学术思想的重要启迪。本书得到了国家自然科学基金(61074159)的资助和国家人力资源和社会保障部留学人员择优资助。谨在此一并表示感谢。

由于作者水平有限，书中可能有诸多不足之处，恳请读者给予批评和指正。

作 者

2015年2月于沈阳航空航天大学

## 目 录

<b>1 绪 论</b> .....	001
1.1 小卫星简介 .....	001
1.2 卫星编队概述 .....	002
1.3 卫星编队飞行研究背景及意义 .....	003
1.4 卫星编队飞行研究现状 .....	003
1.5 卫星编队研究面临的问题 .....	007
<b>2 卫星相对运动动力学基础</b> .....	008
2.1 空间坐标系和卫星轨道要素 .....	008
2.2 卫星轨道要素 .....	009
2.3 作用于卫星的万有引力和摄动力 .....	011
2.4 卫星的相对运动方程 .....	017
2.5 摄动力对卫星相对运动的影响 .....	021
<b>3 高阶带谐摄动下卫星相对运动精确动力学模型</b> .....	024
3.1 任意阶带谐摄动下参考卫星运动方程 .....	024
3.2 任一阶带谐摄动下卫星相对运动动力学方程 .....	028
3.3 精确到 $J_2$ 和 $J_4$ 摄动的卫星相对动力学方程 .....	031
<b>4 考虑第三体引力摄动的卫星编队动力学方程</b> .....	034
4.1 坐标系的建立及其转换 .....	034
4.2 计算参考卫星的运动方程 .....	035
4.3 卫星相对运动方程的推导 .....	041

<b>5</b>	<b>基于平均轨道要素的卫星相对运动动力学模型</b>	045
5.1	相对轨道要素差与LVLH坐标系的变换关系	045
5.2	平均轨道要素差的变化率	049
5.3	基于平均运动的卫星相对动力学方程	051
5.4	仿真验证	052
<b>6</b>	<b>临界轨道倾角上顺从<math>J_2</math>摄动的卫星编队设计</b>	056
6.1	临界轨道倾角周期编队设计	056
6.2	临界轨道倾角准周期卫星编队设计	062
6.3	摄动环境下长期卫星编队飞行的仿真验证	069
<b>7</b>	<b>特殊轨道倾角上顺从<math>J_2</math>摄动的卫星编队设计</b>	075
7.1	周期运动的偏移量与特殊轨道上的编队类型	075
7.2	特殊轨道倾角下的周期或准周期约束条件	079
7.3	次临界轨道倾角准周期卫星编队设计	082
7.4	仿真验证	089
<b>8</b>	<b>基于线性时变系统的顺从<math>J_2</math>摄动的燃料最省编队控制</b>	097
8.1	基于最优控制的顺从地球扁率摄动的编队控制策略	097
8.2	基于模型预测控制的卫星编队控制策略	103
8.3	卫星编队控制的仿真研究	106
8.4	燃料消耗与机动时间的关系	119
<b>9</b>	<b>基于勒让德伪谱法的卫星编队燃料最省控制策略</b>	122
9.1	顺从 $J_2$ 摄动的卫星编队机动燃料最省问题描述	122
9.2	勒让德伪谱法	128
9.3	离散化处理	129
9.4	归一化处理	129
9.5	TOMLAB优化软件工具介绍	130
9.6	星轨道转移最省燃料仿真计算及结果分析	131
9.7	比冲量对卫星轨道转移燃料消耗影响仿真分析	136
9.8	推力对卫星轨道转移燃料消耗影响仿真分析	137
<b>10</b>	<b>基于线性规划算法的卫星编队燃料最省模型预测控制</b>	139
10.1	最优控制模型	139

---

10.2	线性规划 .....	141
10.3	模型预测控制 .....	144
10.4	基于线性规划算法的模型预测控制 .....	148
10.5	数值仿真与分析 .....	149
<b>附录</b>	.....	<b>156</b>
<b>参考文献</b>	.....	<b>157</b>

# 1 绪论

卫星编队最初是由 NASA（美国国家航空航天局）和美国空军提出的，卫星编队飞行是由多颗功能类似的卫星，在空间上构成一定几何形状，总体相互协同、通信共同完成空间任务的分布式卫星系统，是未来空间技术发展的新趋势。卫星编队飞行与单颗卫星相比，可以使卫星的成本降低，功能简化，通过编队卫星成员间的协同作用，可以获得单颗卫星无法具有的优势。

## 1.1 小卫星简介

伴随着小卫星技术的快速发展，基于小卫星技术提出的方法也层出不穷，卫星编队即是其中之一，下面对小卫星的发展与作用做下简单的介绍。

20 世纪 80 年代后的小卫星与早期卫星在外表上没有太大的差别，但是其能力却是单颗大卫星望尘莫及的。小卫星之间可以协同工作用以构成一个大的系统，形成一个星座或者一个编队，实现诸如通信、导航、对地观测以及科学实验等任务，这些卫星即被统称为小卫星。

现代小卫星的质量相对于大卫星而言要小得多，一般在 1 000 kg 以下，造价相对低廉，研制周期较短。随着元器件集成化程度提高以及材料和微机电技术的进步，小卫星拥有了更为丰富的功能。在应用上，除了能够完成单星的某项功能，同时又能构成星座以及进行编队来完成单颗大卫星难以完成的任务。同时由于小卫星具有开发周期短、发射方式灵活多样以及可以批量生产等特点，大大提高了小卫星的开发效率，并极大地降低了研制成本。

伴随着科技的进步，小卫星正向着微小卫星发展。纳卫星概念由美国首先提出，纳卫星结合先进的微机电技术使得卫星重量降到 10 kg 以下，而子母星和皮纳星也先后被列入下一步的研究计划之中。表 1.1 给出了小卫星的一般划分方法及研制成本。

表 1.1 小卫星划分

类型	质量/kg	研制成本/百万美元
小卫星	500 ~ 1 000	20 ~ 50
超小卫星	100 ~ 500	4 ~ 20
微小卫星	10 ~ 100	1 ~ 4
纳卫星	1 ~ 10	<1
皮卫星	0.1 ~ 1	<1



## 1.2 卫星编队概述

卫星编队通常指多颗卫星构成特定的队形，协同工作以实现单颗大卫星的功能甚至完成单颗大卫星不能胜任的工作。一般情况下编队卫星间相对距离较近，卫星间的相对距离大约为卫星距地心距千分之一的数量级，需要考虑在地心引力和空间环境中各种摄动力作用下的卫星相对运动。

卫星编队的提出打破了传统卫星的应用模式，为小卫星的应用提供了一个更为广阔的领域。这种以航天器为单元的组合形式极大地降低了成本。同时多颗卫星协同工作又能够使风险平分到每个单元上，如果其中的某个单元失效也能够保证整个系统的正常运转。相比于单颗大卫星而言，卫星编队系统具有更大的灵活性和适应性。不仅如此，小卫星构成的编队在总体上具有巨大的口径和测量基线，可以使其在立体成像、电子侦察、导航定位以及干涉测量等领域发挥出巨大的优势。

### 1.2.1 卫星编队的优势

相比于大卫星而言，卫星编队主要体现出以下优势：

(1) 在卫星编队中，由于单颗卫星的质量大幅减轻，使得单颗卫星的功能得到简化，通过多颗卫星的协同完成复杂的任务要求。这样极大地降低了卫星的制造成本和发射成本。相对简单的结构更便于日常维护，进一步降低了维护方面的费用。

(2) 卫星编队作为一个整体通过小卫星间的相互配合可以显著提升整个系统的性能，甚至实现单颗大卫星无法完成的任务，比如利用卫星编队构成的合成孔径雷达具有更大的测量基线，从而提高观测的时效性、数据观测的完备性，尤其是对动态信息的捕获及分析能力。

(3) 卫星编队的分布式结构可以有效抵御风险，比如可以通过备用卫星替换出现故障的卫星，或者直接排除系统中的故障卫星，从而在最大程度上保证整个系统的正常运行。此外，编队队形可以根据要求进行重构，也可以向其中添加或者清除卫星，具有很高的灵活性和稳定性，可以最大限度地实现与任务要求的匹配。

(4) 卫星编队飞行过程具有高度的自主性，大大降低了系统对地面站的依赖。

### 1.2.2 卫星编队的技术特征

卫星编队的技术特征主要体现在如下几个方面：

(1) 编队卫星在飞行过程中既存在各自相对于地球的独立运动又存在卫星之间的相对运动，编队队形具有较大的空间结构，不同卫星之间既可以互相协同完成某项共同任务又可以单独展现其自身的功能。

(2) 将单颗大卫星的载荷被有效地分布在各个编队小卫星上，降低了单颗卫星载荷设计的复杂性，同时提高了整体系统的性能，并使得整个系统更加灵活可靠。

(3) 卫星编队中各个卫星通过星间链路进行通讯, 紧密地结合在一起。可以根据任务需要进行队形重构, 实现卫星编队多功能性。

(4) 为卫星分配不同的过境时间可以使相邻卫星的过境时间连贯起来, 相邻两颗卫星的侦察结果进行综合获取相关信息。为不同卫星分配不同的覆盖区域, 实现覆盖区域的分工与协作。

### 1.3 卫星编队飞行研究背景及意义

近地轨道的卫星编队飞行在对地观测、地磁观测、对大型航天器的绕飞观测、通讯, 以及天基的进攻和防御体系等诸多领域有重要的应用潜力。然而, 卫星编队飞行的实际应用理论上和技术上还有许多问题尚未解决。其中一个重要的问题是近地轨道卫星处在复杂的摄动环境中, 而摄动的作用会引起卫星编队队形的复杂变化甚至逐渐发散, 使得卫星保持长寿的编队飞行遇到困难。

目前, 绝大多数关于卫星编队的研究是将摄动力当作干扰处理的, 并在此基础上设计卫星编队的队形和保持队形的控制策略, 操纵卫星飞行以抵消摄动力的作用。由于近地轨道的摄动力要大于地球中心球形引力的千分之一, 对于卫星编队飞行的影响非常可观, 用轨道控制的方式去抵消这些摄动力以保持长寿的卫星编队飞行将消耗大量的燃料。这种策略尽管在某种程度上可以使得卫星编队飞行成为可能, 但是代价太大, 是不经济的, 也是多数的卫星编队飞行任务所不能接受的。

如果在卫星编队的队形设计和保持编队队形的控制策略中把主要的摄动力考虑进去, 使卫星编队运行在顺从主要摄动力的自然周期或准周期相对轨道上, 那么在保持卫星编队飞行时只需要针对那些非常微小且难以准确预测的摄动力施加主动控制, 就可以在消耗少量燃料的条件下实现卫星编队的长寿飞行。

近地轨道较大的摄动力有地球扁率 $J_2$ 摄动和大气阻力等。大气阻力的作用在低轨道情形较为显著, 对于高度超过800 km的轨道, 大气阻力已变得很小, 此时 $J_2$ 摄动的影响比其他摄动力要大将近3个数量级。事实上, 地球轨道上包括 $J_2$ 摄动在内的许多摄动力(各种非球形引力和日月的第三体引力摄动)是保守力, 这些保守力不改变卫星的轨道能量, 在满足某些特定的约束条件下, 实现顺从或部分顺从较大的保守摄动力的编队飞行是可能的, 并且将大大降低卫星编队飞行的燃料消耗。然而, 要实现这样的目的, 还有许多关键问题需要解决。因此, 国内外学者们对卫星编队构型和控制进行多方位的研究使其成为国际航天动力学与控制领域的研究热点。

### 1.4 卫星编队飞行研究现状

对于考虑摄动的卫星编队飞行, 国内外对 $J_2$ 的研究给予了最大的关注。 $J_2$ 的作用使得卫星相对运动变得非常复杂, 近些年来学者们对其进行了大量研究。

### 1.4.1 考虑 $J_2$ 摄动的卫星相对运动动力学建模

Kechichian 最早使用牛顿力学和向量分析的方法推导了精确的考虑  $J_2$  和大气阻力摄动的卫星相对运动的动力学模型。该模型的表述非常复杂，由 12 个微分方程和若干个代数方程组成。模型中的  $J_2$  摄动项不是用显式给出的，需要通过一系列复杂的矩阵和向量运算得到。由于 Kechichian 模型的复杂性，至今还没有人把这一模型应用于卫星编队飞行。最近，我们使用拉格朗日力学重新推导了考虑  $J_2$  摄动的卫星相对运动的精确动力学模型，该项研究结果表明，在  $J_2$  摄动下卫星的相对运动独立于主卫星升交点赤经的变化，因此只需要 11 个微分方程就可以精确描述。我们的模型描述较为简洁，且其中  $J_2$  摄动项均以显式给出。

由于考虑  $J_2$  摄动的精确模型是非线性的，所以限制了很多控制理论和方法的应用。考虑到卫星的相对运动在本质上是弱非线性的，一些学者试图推导简化的卫星相对运动的线性模型。不幸的是，许多研究结果均基于如下一个不适当的假设：即假设主卫星运行在圆轨道或椭圆轨道上。事实上，对卫星相对运动表述的精度严重依赖于主卫星的轨道精度。当忽略了  $J_2$  摄动对主卫星的影响，只将其作用于从卫星时，所得到的简化模型精度仅相当于不考虑摄动的模型，甚至更低。因此，基于圆轨道或椭圆轨道假设所推导的考虑  $J_2$  摄动的线性模型是不可取的。Schweighart 和 Sedwick 对这一方法进行了改进，在求得了受  $J_2$  作用的从卫星相对于圆轨道上主卫星的相对运动方程后，进一步求取两颗同样受  $J_2$  作用的从卫星之间的相对运动，从而抵消了无摄参考轨道假设所引入的误差。Schweighart 和 Sedwick 的线性模型较为精度地描述了轨道面内的相对运动，而且简洁地显示出  $J_2$  摄动所引起的卫星轨道周期的变化。但是这一模型仅适用于近圆轨道，而且在描述卫星横向相对运动时遇到困难。我们注意到无摄参考轨道假设的问题，没有从简化假设开始直接推导线性模型，而是反向地从精确的非线性模型入手，利用数学方法分离出复杂且次要的非线性因素，从而推导出简洁的线性模型。通过对各种模型比较，证明我们的模型具有较高的精度。

使用考虑了  $J_2$  的相对运动动力学模型来设计和计算卫星编队控制律，可以使卫星在机动过程中遵从  $J_2$  的影响，从而降低燃料的消耗、提高卫星机动的响应速度和控制精度。理论上讲，使用更精确的、包含更多摄动力的模型可以得到更好的结果。为此，我们尝试了用估值的方法来提高建模的精度。虽说对于已知的摄动力（如大气阻力和高阶非球形引力），理论上是可以推导出包含这些摄动力的精确模型的，但是到目前为止，人们还没有得到这种精确模型的简洁数学表达。

### 1.4.2 考虑 $J_2$ 摄动的卫星相对运动近似解的研究

尽管考虑  $J_2$  摄动的卫星相对运动已经可以用动态模型较为精确地描述，求解卫星相对运动方程仍是值得研究的问题。这不仅是因为卫星相对运动的解不再需要动力学模型那样的数值积分，同样可以应用于卫星编队飞行控制算法的设计，而且卫星相对运动的

解还有着更多的应用。然而,在考虑 $J_2$ 摄动的条件下,卫星轨道变得异常复杂,卫星的相对运动已不再有精确解析解,最好的结果只能是求取近似解。

研究较多的考虑 $J_2$ 摄动的近似解有两类:一类是以Alfriend等为代表的用状态转移矩阵的形式表述的近似解;另一类是以包括我们在内的学者们提出的用相对轨道要素以显式形式表述的近似解析解。由于用相对轨道要素表述的解析解比较简洁并可以反映卫星相对运动与具有物理意义的轨道参数之间的关系,这类解有很大的潜力被应用于卫星编队队形的设计。另外通过对解析解的微分也可以反推出卫星相对运动的动力学模型。

### 1.4.3 在 $J_2$ 摄动下适合卫星编队飞行的周期性相对轨道的探索

一般情况下, $J_2$ 摄动的作用会使得编队逐渐发散。然而在某些特殊的轨道上,卫星的相对运动具有周期性,使得卫星编队发散的过程可以不发生或者发生得很慢。

最近,我们利用考虑了 $J_2$ 摄动的线性模型证明了严格周期相对轨道只可能出现在两种情形:①卫星没有轨道面外的相对运动,即卫星的相对轨道倾角 $\delta i$ 和相对升交点赤经 $\delta\Omega$ 都为0。②卫星轨道的近地点被冻结而没有运动,即所有编队卫星都运行在临界倾角( $63.4^\circ$ )的轨道上。在较早些时间,Sabatini等用数值方法搜索周期性相对轨道时也发现,在临界倾角( $63.4^\circ$ )和某个特殊倾角( $49.1^\circ$ )上,卫星的相对运动呈现显著的周期性。Vadali等通过比较轨道面内和横向相对运动的基本频率,也显示了在临界倾角上( $63.4^\circ$ )卫星相对运动的周期性。但是,Sabatini等后来的进一步研究却指出无论在临界倾角( $63.4^\circ$ )或特殊倾角( $49.1^\circ$ )还是任何其他倾角的轨道上,在 $J_2$ 的作用下,都不存在真正的周期相对轨道,最好的结果只能是准周期相对轨道。Wiesel在更早时也提出过相似的论断。Wiesel和Sabatini等的结果与我们的不一致,其原因是他们在研究中使用了不够精确的线性模型,并以开普勒周期作为基准。

在较早时,Schaub和Alfriend借助于经典 $J_2$ 摄动理论提出了“ $J_2$ 不变轨道”。这类轨道是由两个相互独立的约束建立起来的,可以保证编队卫星具有相同的交点周期和相同的升交点赤经变化率。尽管这两个约束可以有不同的表述方式,但都是用平均轨道要素的代数方程来表述的。Schaub和Alfriend注意到,在极地轨道附近,如果卫星具有横向相对运动,“ $J_2$ 不变轨道”因为奇异而遇到困难。另外,Schaub和Alfriend也注意到“ $J_2$ 不变轨道”也可以由3个相互独立的约束建立起来,即所有编队卫星都具有相同的近点周期、相同的近地点幅角变化率和相同的升交点赤经变化率。由于这样的轨道具有比“ $J_2$ 不变轨道”更强的约束,被后来的学者称作“严格 $J_2$ 不变轨道”。因为更强的约束条件将编队队形的几何设计限制在更小的自由度内,Schaub和Alfriend对严格“ $J_2$ 不变轨道”没有产生兴趣。

Tragesser和Skrehart认为,4个自由度的限制对于卫星编队的几何设计还是过于严格了,以至于在无摄环境下成为可能的一些队形无法实现。为此,他们提出只使用一组由Vadali等提出的约束条件,只强迫所有编队飞行的卫星具有相同的交点周期,并把满足这一约束的编队称作无漂移轨道。事实上,仅匹配卫星的交点周期只能使卫星编队在

纵向上不漂移,而不能避免在横向上发生较快的漂移。

以上结果给出了在 $J_2$ 摄动下至少1个,但最多4个卫星相对轨道的约束条件,可以被认为是部分地卫星编队设计。要实现完整的相对轨道设计,必须要对每颗卫星给定全部6个约束条件。对于某些特殊的编队,已经有一些研究可以给出全部6个约束,比如我们对轨道面内编队的研究。然而到目前为止,人们还没有提出通用的方法,针对不同的编队任务或几何队形,在全自由度空间内给出一般形式的完整约束描述。

#### 1.4.4 在 $J_2$ 摄动下卫星编队飞行初值的确定

编队设计给定的6个完整约束条件与卫星编队飞行在某一时刻的初值是一一对应的,因此确定编队飞行的初值与编队设计具有很强的相关性。在卫星编队的完整约束没有建立起来之前,人们不得不通过其他方式首先弥补约束的不足,然后再确定卫星编队飞行的初值。简单的方法是用经验法或借助非摄编队设计的结果补全剩余的约束。这种方法不得不依赖于反复试凑,求解初值的效率和精度都很低。Koon等利用庞加莱截面法虽然可以较为精确地给出全部6个初值,但仍然难以建立起周期解初值与编队几何队形之间的联系,而且只能给出在升交点时的初值。近来有许多研究使用数值搜索方法来寻找符合周期条件的初值。由于在摄动情况下,编队中每颗卫星的轨道周期也是未知的,因此用数值方法寻找初值时需要求解包括卫星轨道周期在内的7个变量。用数值法求解初值问题存在诸多明显的缺点,比如,只能给出在某一特定时刻的初值、所找到的初值可能与预期的编队构型有较大偏差、以及不方便应用于实时控制等。应该说,对于考虑了 $J_2$ 摄动的卫星编队设计以及与之对应的初值求解方法的研究还比较滞后。到目前为止,应用解析方法来精确求解在摄动情况下卫星编队飞行的初值问题还没有得到解决。

#### 1.4.5 顺从 $J_2$ 摄动的卫星编队轨道机动和队形保持控制策略研究

学者们研究了许多控制方法以抵消或修正 $J_2$ 摄动对卫星编队飞行的影响。在国内,李俊峰、曹喜滨和戴金海等在这方面都做出了不少贡献。由于考虑了 $J_2$ 摄动的卫星相对运动动力学、相对轨道设计及其初值研究方面的滞后,制约了顺从 $J_2$ 摄动的卫星编队控制的实现。尽管如此,这些已有的研究成果仍然具有一定的应用潜力。

事实上,摄动情况下卫星编队飞行的主要特点有:①状态变量受到约束。②控制输入存在饱和。③相对运动动力学模型是时变的和弱非线性的。④追求燃料的最小消耗和燃料在编队卫星之间的平衡。⑤因控制过程持续时间相对较长使得实时性对计算速度的要求不高。⑥系统存在未建模的周期性干扰。⑦编队发散的速度对卫星轨道控制的精度非常敏感。

针对这些特点,适合使用连续小推力推进器可处理约束问题的优化控制算法以及可以有效处理周期性干扰的迭代学习控制方法具有一定的优越性。由于卫星相对动力学和约束条件的复杂性,求解优化控制问题的直接法(即将优化控制问题通过离散化转换为

数学规划问题求解)得到了学者们的重视。这其中包括我们利用勒让德伪谱法解决了使用连续小推力推进器在考虑避撞约束条件下的轨道机动问题。

在国内,包括我们在内的许多学者已经在航天器交会、无摄动情况下的卫星编队飞行,以及卫星的轨迹跟踪等领域进行了大量研究。这些研究成果对受摄运动的卫星编队控制具有很好的参考和借鉴价值。对于考虑了摄动的情况,曹喜滨和贺东雷已经将模型预测控制技术应用于卫星编队的控制。最近,模型预测控制的优化算法上的一些新成果使得模型预测控制在顺从摄动的卫星编队飞行上的应用可以期望得到更好的结果。另外,我们尝试将迭代学习控制技术与优化控制技术相结合应用于卫星编队控制,对提高卫星编队的控制精度也取得了一定的效果。同时注意到,迭代学习控制技术的新成果也为迭代学习控制被有效地应用于卫星编队飞行提供了理论基础。

当然,卫星编队控制所不能回避的问题是,在不能实时精确地表达卫星编队的约束及其初值的情况下,要实现对卫星编队的精确控制是困难的。

## 1.5 卫星编队研究面临的问题

如上所述,人们已经对考虑了 $J_2$ 摄动的卫星编队飞行进行了许多研究,在卫星相对运动动力学及其近似解等方面已经取得了明显进展。但是到目前为止,人们还难于在近地轨道上实现经济的、长寿的卫星编队飞行,主要原因是以下一些问题还没有得到很好地解决:

(1) 在摄动条件下,卫星运动的自然周期和准周期相对轨道在完整约束空间中的一般表达。

(2) 在摄动条件下,对于给定任务能够实现长寿飞行的卫星编队构型的通用设计方法。

(3) 在摄动条件下,精确求解给定卫星编队构型在任意时刻初值的解析算法。

(4) 在摄动条件下,以最小燃料消耗为目标的实现长寿卫星编队飞行的精确控制。

为此,本书针对以上问题提出了一整套理论和方法,目的是使得在近地轨道的复杂摄动环境下,实现经济的、长寿的卫星编队飞行成为可能。

## 2 卫星相对运动动力学基础

卫星相对运动动力学是研究卫星编队问题的基础，为了更好地理解本文后续章节的研究内容，本章将对空间坐标系、轨道要素、作用于卫星的万有引力和其他摄动力进行介绍，进而给出基于LVLH坐标系的卫星二体问题的相对运动方程、摄动下的卫星运动方程以及基于轨道要素差的相对运动方程，并阐述了摄动力对卫星相对运动的影响。

### 2.1 空间坐标系和卫星轨道要素

在卫星的编队飞行中，为方便描述卫星的相对运动，需要用到地心惯性坐标系（ECI）以及相对轨道坐标系（LVLH）。另外，卫星的轨道及其运动也可由轨道要素确定。

#### 2.1.1 地心惯性坐标系（ECI）

为了方便描述单颗卫星在空间中的位置及速度，本书用到了地球惯性坐标系。如图 2.1 所示， $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  分别为地心惯性坐标系中的 3 个坐标轴。其中， $X$  轴指向春分点  $\gamma$ ， $Z$  轴沿着地球自转轴指向北极，而  $Y$  轴的方向则是由  $X$  轴和  $Z$  轴通过右手定则来确定。

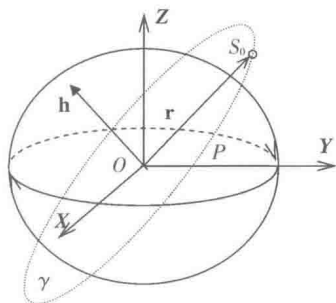


图 2.1 地球惯性坐标系（ECI）示意图

图 2.1 中的向量  $\mathbf{h}$  表示卫星轨道运动的动量矩，其大小为卫星的位置矢量与速度矢量的外积，其方向可以根据右手定则进行判定，写成数学表达式形式可以表示为  $\mathbf{h}=\mathbf{r}\times\mathbf{v}$ 。

#### 2.1.2 相对轨道坐标系（LVLH）

如图 2.2 所示， $S_0$  为参考卫星， $S_j$  为从卫星。坐标系  $S_0-xyz$  表示 LVLH 坐标系，坐标系  $O-XYZ$  表示地心惯性坐标系。在 LVLH 坐标系中，参考卫星  $S_0$  的质心为坐标系原点，

$x$ 轴的方向是从地心指向参考卫星,在图中如向量 $r_c$ 所表示; $z$ 轴的方向垂直于卫星运动的轨道面,即与卫星轨道运动的动量矩平行; $y$ 轴的方向则是由 $x$ 轴和 $z$ 轴通过右手定则来确定。在图2.2中,向量 $r_d$ 表示从卫星 $S_j$ 在地心惯性坐标系中的位置。向量 $\rho$ 则描述了从卫星 $S_j$ 在LVLH坐标系中的位置,或者说从卫星相对于参考卫星的位置。假设其坐标为 $(x, y, z)$ ,则

$$\rho = [x, y, z]^T \quad (2.1)$$

这样,就能够比较简捷地描述出从卫星相对于参考卫星的位置和速度。由于LVLH坐标系的引入,使得对编队卫星的相对轨道及相对运动的描述更为直观。

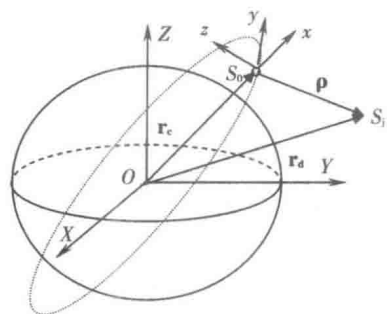


图2.2 相对轨道坐标系 (LVLH) 示意图

## 2.2 卫星轨道要素

在研究过程中,卫星轨道及其运动可通过一组轨道要素来确定。轨道要素是一组用来描述卫星轨道形状、位置及运动等属性的参数,也可称其为轨道根数,其组合并不固定,可以根据不同类型的卫星轨道或者为了更好地描述卫星运动进行调整。在本书中,用到了经典轨道要素、密切轨道要素和平均轨道要素。另外,在第3章和第4章推导考虑了摄动力的卫星相对动力学模型时,引入了一组新的轨道要素——参考卫星轨道要素。下面对常用的轨道要素做以介绍。

### 2.2.1 经典轨道要素

如图2.3所示,经典轨道要素为 $(a, e, i, \omega, \Omega, f)$ ,其中 $a$ 为轨道半长轴, $e$ 为轨道偏心率, $i$ 为轨道倾角, $\omega$ 为近地点幅角, $\Omega$ 为升交点赤经, $f$ 为真近点角。下面对这些轨道要素逐一介绍:

**半长轴 $a$ :**假设卫星运动在椭圆轨道上,椭圆中有长轴和短轴,半长轴的长度是该椭圆长轴的一半。

**偏心率 $e$ :**偏心率的几何表达为椭圆轨道两个焦点之间的距离与椭圆长轴的比值,其值为 $[0, 1)$ 之间的一个数,0取闭区间。当偏心率 $e$ 为0时为圆形轨道;偏心率 $e$ 在取值范围 $(0, 1)$ 之间时为椭圆形轨道。

**轨道倾角 $i$ :**是指卫星通过升交点 $N$ 时,相对于赤道平面的速度方向。其物理意义为地球轨道平面和赤道平面之间的夹角,在坐标系中可以表

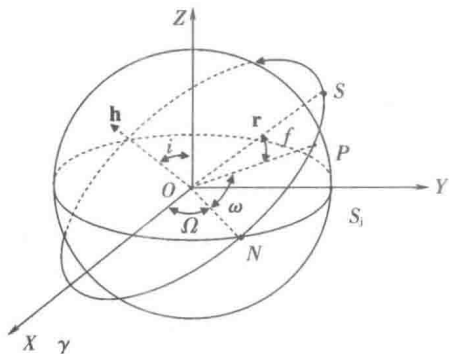


图2.3 卫星轨道要素示意图



示为轨道平面法线的正方向与北极之间的夹角, 其取值范围为 $[0^\circ, 180^\circ]$ 。当 $i=0^\circ$ 时, 称此时的卫星轨道为赤道轨道; 当 $i=90^\circ$ 时, 称此时的卫星轨道为极地轨道; 当 $i \in [0^\circ, 90^\circ)$ 时, 卫星自西向东运行, 称此时的卫星轨道为顺行轨道; 当 $i \in (90^\circ, 180^\circ]$ 时, 卫星自东向西运行, 称此时的卫星轨道为逆行轨道。当 $i=63.435^\circ/116.565^\circ$ 时, 称其为临界轨道倾角, 在此轨道倾角下有许多特殊的性质。

升交点赤经 $\Omega$ : 是指地心和节点的连线 $ON$ 与 $X$ 轴的夹角。确定了轨道倾角和升交点赤经的值, 就能确定出轨道在空间坐标系的准确位置。

近地点幅角 $\omega$ : 是指地心和近地点的连线 $OP$ 与地心和升交点的连线 $ON$ 之间的夹角。

真近点角 $f$ : 描述为卫星所处的瞬时位置相对于轨道近地点的角距。

真近点角能反映出卫星在其轨道上的具体位置, 与平近点角 $M$ 和偏近点角 $E$ 可以相互转化。其转换关系为

$$1 - e^2 = (1 - e \cos E)(1 + e \cos f) \quad (2.2)$$

$$M = E - e \sin E \quad (2.3)$$

展开为显示表达式, 可近似为

$$f = M + \left(2e - \frac{e^3}{4}\right) \sin M + \frac{5}{4}e^2 \sin 2M + \frac{13}{12}e^3 \sin 3M + \dots \quad (2.4)$$

$$E = M + \left(e - \frac{e^3}{8}\right) \sin M + \frac{1}{2}e^2 \sin 2M + \frac{3}{8}e^3 \sin 3M + \dots \quad (2.5)$$

这组经典轨道要素适用于大部分的轨道描述, 但对于圆轨道并不适用。因为卫星在圆轨道上运行时, 不存在近地点和远地点, 所以此时上面经典轨道要素中的近地点幅角没有意义。但是, 为了能够更好地对小偏心率的近圆轨道进行描述, 可以选用其他的轨道要素。例如, 通过对经典轨道要素的变换可以得到一组新的轨道要素 $(a, i, q_1, q_2, \Omega, f)$ , 其中 $q_1$ 和 $q_2$ 分别由 $e \cos \omega$ 和 $e \sin \omega$ 表示, 这样就可以避免在描述卫星运动方程时出现奇异。由此可见, 用于描述卫星运动的轨道要素的形式并不唯一。

## 2.2.2 平均轨道要素与密切轨道要素

在研究中, 卫星的密切轨道要素和平均轨道要素也是常用的轨道要素。由于卫星在实际运行中会受到各种摄动力的影响, 卫星不是按照开普勒轨道运动的, 其路径是一个不封闭的复杂的空间曲线, 从而会导致卫星的轨道要素随着时间的变化而变化。当卫星运行在轨道中的任一点时, 对于这一点上的轨道要素, 将其称之为密切轨道要素。在阐述卫星长期运动的各种属性时, 往往需要用到平均轨道要素, 来反应卫星运动的长期变化趋势。在实际应用中, 密切轨道要素一般用于仿真和数值计算的过程, 这样可以保证运算的精度; 而平均轨道要素则用于卫星的轨道设计、航天任务分析等方面的工作, 这样可以简化轨道摄动的分析, 减少运算量。