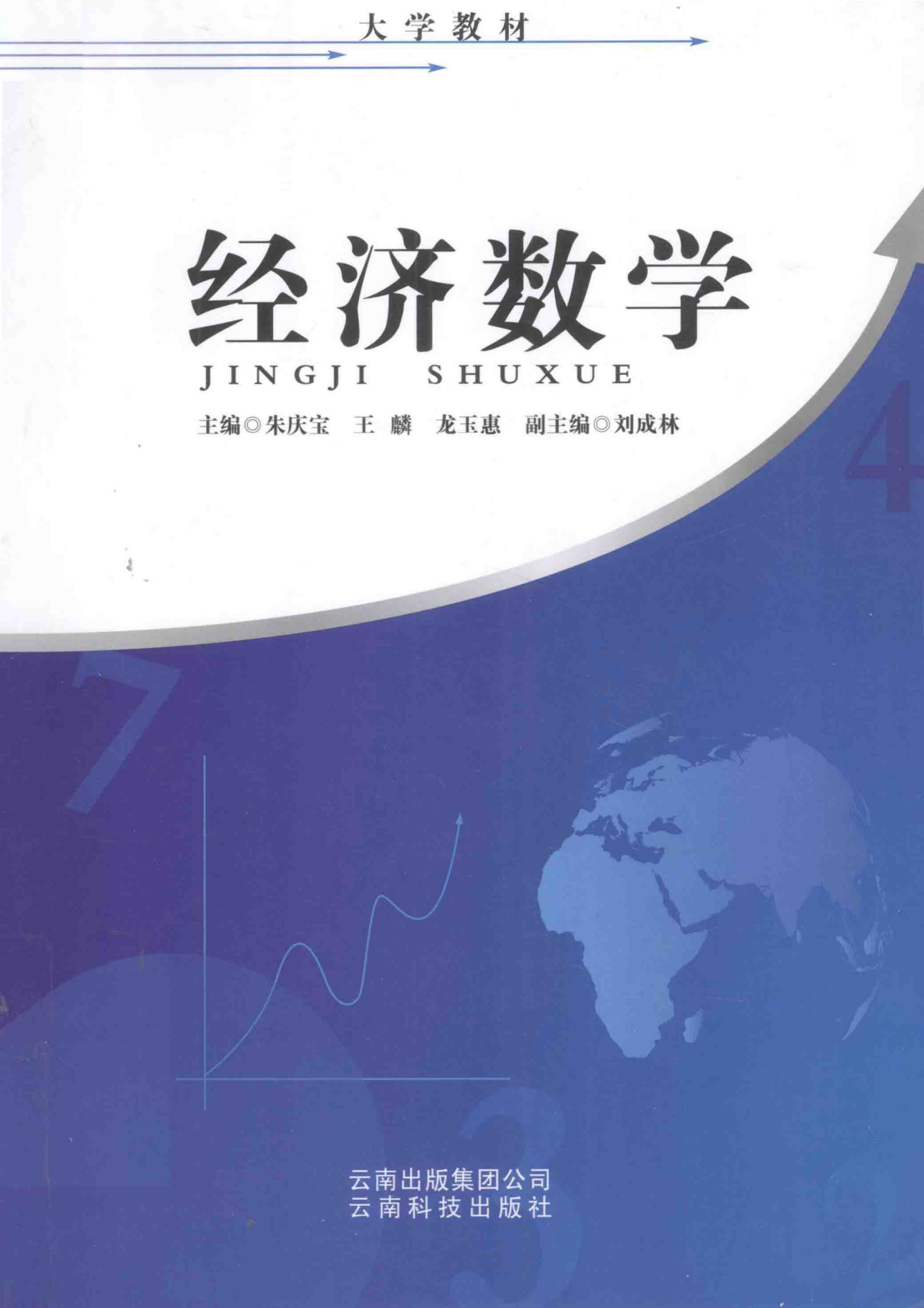


大学教材

经济数学

JINGJI SHUXUE

主编◎朱庆宝 王 麟 龙玉惠 副主编◎刘成林



云南出版集团公司
云南科技出版社

经 济 数 学

主 编 朱庆宝 王 麟 龙玉惠

云南出版集团公司
云南科技出版社
· 昆明 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

经济数学 / 朱庆宝, 王麟, 龙玉惠主编. —昆明:
云南科技出版社, 2013. 8

ISBN 978 - 7 - 5416 - 7410 - 5

I. ①经… II. ①朱… ②王… ③龙… III. ①经济数
学—高等学校—教材 IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 185757 号

责任编辑: 王 韬 王建明 叶佳林

责任校对: 叶水金

责任印制: 翟 苑

封面设计: 魔弹文化

云南出版集团公司

云南科技出版社出版发行

(昆明市环城西路 609 号云南新闻出版大楼 邮政编码: 650034)

三河市新新艺印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 17.5 字数: 367 千字

2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷

定价: 40.00 元

前 言

面向经济与管理类专业开设的“高等数学”课程，是为以后的课程，如西方经济学、金融学等做铺垫，但一般的高等数学教材对经济与管理类专业的学生来说有两方面的不利：

一是内容过于数理化，不易理解。一般的高等数学教材经常会出现公式与定理的讲解和证明，运用的例子多是物理学和几何学的内容，既占用课堂时间，又增加了课程难度。此外，经济管理专业只应用高等数学中的一部分，学生花大量时间和精力去掌握和学习的许多数学内容，如三角函数、定积分数学应用等等，之后并不会用到。

二是内容缺乏与其他课程的联系，不易引起重视。经济管理是与日常生活联系紧密的学科，教育者一再强调大学一年级应在课程讲解中突出与实践的联系。若在高等数学课程中缺乏与经济管理内容的联系，其结果是许多学生忽略其重要性而放弃整门课程的学习，陷入了反复补考的困境之中。

当然，也有一些经济专业用的高等数学教材，如《经济数学》（霍伊等）、《经济数学》（罗伊·温特劳布）等，这些教材多是再版多次的老教材，经过了教学的考验，但难度过大，并不适于一般经济与管理类院校的教学需要。“数学是一种语言”（J. Willard Gibbs），经济数学不应该是纯数学，而应当是针对经济管理中需要使用的数学而设计的课程。因此，为回归高等数学课程设置的初衷，编写一部以经济应用为核心的高等数学教材是非常必要的，正是出于这种考虑，我们在本科和成人教学中进行了7年的教学探讨和实践基础上，初步编写了《经济数学》一书。

主编由朱庆宝、王麟、龙玉惠（广西卫生职业技术学院）编写，其中朱庆宝编写第一至六章节、王麟编写了第七至十三章、龙玉惠了第十二至二十章节。本书编写组成员均是“经济数学”课程的一线教学工作者，在教学实践过程中，针对学生本身特点和经济管理类专业总体课程设置的需要，对课程内容予以不断的修改和完善，形成了《经济数学》教材。

编 者

《经济数学》反馈表

姓名		所在 院系		专业 班级	
欢迎您对我社的各项工作及服务提出宝贵意见和建议。 我们将认真考虑您的意见和建议,调整我们的管理和服务方式,使我社的管理和服务工作做得更好。					
情 况 反 映 及 意 见					
措 施 及 建 议					
您的联系方式:					
图书经销公司:					

图书目录

序号	书名	出版社	定价	备注
二课及公共基础课				
1	毛泽东思想和中国特色社会主义理论体系概论	云南人民	30	
2	马克思主义基本原理概论	云南人民	30	
3	思想道德修养与法律基础	云南人民	30	
4	计算机应用基础	东北师范大学	29.9	
5	大学英语	东北师范大学	29.9	
6	应用文写作	东北师范大学	29.9	
7	大学语文	东北师范大学	29.9	
8	高等数学	东北师范大学	29.9	
9	现代礼仪	云南科技	37	
10	教育学	云南人民	28	
11	心理学	云南人民	25	
12	大学生心理健康与就业指导	东北师范大学	30	
13	大学物理	云南科技	38	
财经、管理专业				
14	统计学	东北师范大学	29.9	
15	企业战略管理	东北师范大学	32	
16	审计学	东北师范大学	33	
17	人力资源管理	东北师范大学	29.9	
18	概率论与数理统计	东北师范大学	26	
19	公共关系学	东北师范大学	29.9	
20	管理会计	东北师范大学	25	
21	西方经济学	东北师范大学	29.9	
22	线性代数	东北师范大学	23	
23	运筹学	东北师范大学	23	
24	财务管理	东北师范大学	29.9	
25	财务报表分析	云南科技	28	
26	经济数学	云南科技	40	
27	货币银行学		32	
28	政治经济学	东北师范大学	29.9	
29	组织行为学	东北师范大学	29.9	
30	财务会计	东北师范大学	29.9	
31	成本会计	东北师范大学	29.9	
32	电子商务	东北师范大学	29.9	
33	管理学	东北师范大学	29.9	
34	国际贸易学	东北师范大学	29.9	
35	会计电算化	东北师范大学	29.9	
36	基础会计	东北师范大学	29.9	
37	市场营销学	东北师范大学	29.9	
计算机应用技术专业				
38	C 语言程序设计	东北师范大学	29.9	
39	Visual Basic 程序设计	东北师范大学	29.9	
40	操作系统	东北师范大学	29.9	
41	计算机网络技术	东北师范大学	29.9	
42	计算机组成与维护	云南人民	32	
43	数据库原理与应用	东北师范大学	29.9	
44	管理信息系统	东北师范大学	29.9	
45	多媒体技术及应用	云南科技	46	
46	离散数学	东北师范大学	29.9	
47	办公自动化	云南科技	32	
医学专业				
48	护理学	云南科技	43.2	

序号	书名	出版社	定价	备注
49	病理学	云南科技	36	
50	儿科学	云南科技	34.8	
51	人体解剖学	云南科技	48	
52	生理学	云南科技	45.6	
53	生物化学	云南科技	48	
54	药理学	云南科技	36	
55	内科学	云南科技	45.6	
56	外科学	云南科技	48	
57	组织学与胚胎学	云南科技	42	
法律专业				
58	婚姻家庭法与继承法学		36	
59	商法学		35	
60	金融法	东北师范大学	29.9	
61	经济法	东北师范大学	29.9	
62	民法学	东北师范大学	36	
63	民事诉讼法	云南人民	29.9	
64	知识产权法	东北师范大学	29.9	
65	劳动法与社会保障法		36	
66	法学概论		35	
67	中国法制史		35	
68	合同法学		35	
69	刑法学		35	
汉语言文学专业				
70	古代汉语	云南人民	35	
71	文学概论	云南人民	35	
72	现代汉语	云南人民	35	
73	语言学	云南人民	35	
74	中国现当代文学		35	
75	中国现代文学史		35	
76	中国古代文学史		35	
77	外国文学史		35	
78	外国文学作品选		35	
机械专业				
79	机械基础	东北师范大学	29.9	
80	机械制图	东北师范大学	29.9	
81	液压技术	云南人民	29.9	
82	数控机床	云南科技	25	
83	自动控制原理	东北师范大学	35	
84	机电一体化		30	
85	电气控制与 PLC	云南科技	23	
86	工程力学	东北师范大学	29.9	
建筑与土木工程专业				
87	房屋建筑学	东北师范大学	27	
88	建筑结构	云南科技	48	
89	土力学与地基基础		35	
90	材料概论		35	
91	土木工程概论	云南科技	48	
92	结构力学		35	
93	混凝土结构与砌体结构		35	
力学专业				
94	理论力学		36	
煤矿开采专业				
95	煤矿地质学	东北师范大学	35	
96	采矿学		35	
97	井巷工程		35	

序号	书名	出版社	定价	备注
电子信息专业				
98	电工电子技术	云南人民	29.9	
99	模拟电子技术		30	
100	数字电子技术		30	
101	电路基础		35	
物流专业				
102	物流学	东北师范大学	29.9	
103	供应链管理		35	
艺术专业				
104	版式设计		35	
105	平面广告设计		35	
106	平面构成		35	
107	色彩构成		35	
108	立体构成		35	
109	设计色彩	东北师范大学	35	
110	设计素描		35	
111	美学		36	
112	中国民族音乐		36	
113	音乐欣赏	东北师范大学	32	
学前教育专业				
114	家庭教育学		35	
115	学前教育学	云南科技	26	
116	学前卫生学	云南科技	28	
117	幼儿社会教育		35	
118	幼儿科学教育		35	
119	幼儿音乐教育		35	
120	幼儿语言教育		35	
121	幼儿健康教育		35	
122	幼儿美术教育		35	
旅游、酒店管理专业				
123	旅游学	云南科技	26	
124	现代餐饮经营管理		36	
化学专业				
125	有机化学		30	
126	无机化学		30	
127	分析化学		30	
汽车工程专业				
128	汽车营销	云南科技	28	
129	汽车发动机电控技术		32	
130	汽车维修		32	
131	汽车发动机构造与维修	云南科技	26	
农业、林业、环境、生物类专业				
132	环境规划与管理		36	
133	现代生物学		36	
134	动物学		36	
135	作物栽培学		36	
136	植物学		36	
轻工、纺织、食品类专业				
137	服装概论		36	
水利类专业				
138	桥梁工程		36	
139	隧道工程		36	
新闻传播专业				
140	广告学	云南科技	32	
141	传播学		36	

目 录

第 1 章 函数和方程式	1
1.1 变量和函数	1
1.2 坐标系	2
1.3 函数的图像	3
1.4 函数的几何性质	7
1.5 线性函数和直线	8
1.6 一元方程的代数解	10
1.7 反函数	16
1.8 复合函数、多元函数	18
习题	19
第 2 章 线性方程组	21
2.1 二元线性方程组	21
2.2 有两个以上变量的线性方程组	26
2.3 非线性方程组	28
2.4 经济模型的完整性和相容性	30
习题	32
第 3 章 经济学中的存量、流量和均衡	34
3.1 存量和流量	34
3.2 与市场有关的一些定义	36
3.3 单一商品的流量市场	37
3.4 静态分析和动态分析	40
3.5 稳定均衡和不稳定均衡	42
习题	43
第 4 章 结构式和简化式	45
4.1 单一商品流量市场的扩展	45
4.2 多种商品流量市场	47
4.3 方程组的简化式	48
4.4 一个宏观经济的例子	55
习题	56
第 5 章 存量—流量市场	58
5.1 存货投资净额	58
5.2 存量—流量市场均衡	60

5.3 存量市场模型的简化式	64
习题	65
第 6 章 几何级数和现金流量贴现	67
6.1 几何级数	67
6.2 现值	72
6.3 现金流量贴现	74
习题	77
第 7 章 一元函数的微分	78
7.1 非线性函数的斜率	78
7.2 关于极限的更多问题	79
7.3 函数的导数	85
7.4 微分的一般法则 I	88
7.5 一些经济应用	90
7.6 微分的一般法则 II	95
习题	101
第 8 章 高阶导数	103
8.1 平稳点	105
8.2 平均成本函数和边际成本函数的关系	110
8.3 利润最大化	111
8.4 税收和利润最大化	114
8.5 利润最大化模型的简化形式和结构形式	116
习题	117
第 9 章 积分	119
9.1 记号与术语	119
9.2 积分法则 I	120
9.3 总函数和边际函数	121
9.4 积分法则 II	122
9.5 定积分	125
9.6 定积分的经济应用	129
习题	131
第 10 章 多元函数及其微分法	133
10.1 多元函数	133
10.2 偏导数	135
10.3 偏导数与其他条件保持不变假设	138
10.4 生产函数和效用函数	140
10.5 高阶偏导数	143
习题	145
第 11 章 全微分和全导数	147
11.1 微分	147

11.2	非线性方程组的简化式	149
11.3	全导数和隐微分	153
11.4	齐次函数和欧拉定理	156
	习题	158
	附录: 欧拉定理证明	159
第 12 章	无约束和约束最优化	160
12.1	多元函数的无约束最优化	160
12.2	利润最大化回顾	163
12.3	约束最优化	166
12.4	约束最大值和约束最小值的辨别	172
	习题	174
	附录: 二元函数的最大化和最小化二阶条件	175
第 13 章	动态分析	177
13.1	差分方程	177
13.2	求解差分方程	182
13.3	再论动态流量市场模型	191
13.4	再论简单的凯恩斯模型	192
	习题	193
第 14 章	矩阵代数	195
14.1	向量和矩阵	195
14.2	矩阵的基本定义和运算	200
14.3	逆矩阵	202
14.4	行列式	203
14.5	求逆矩阵的另一种方法	206
14.6	利用逆矩阵求解方程组	207
14.7	再论结构式和简化式	209
	习题	211
第 15 章	概率论基本理论	215
15.1	随机事件	215
15.2	概率	217
15.3	概率的计算	218
15.4	乘法公式	218
15.5	独立事件	219
	习题	220
第 16 章	总和概率	223
16.1	加法公式	223
16.2	全概率公式和贝叶斯公式	224
	习题	226

第 17 章 随机变量及其分布	229
17.1 随机变量	229
17.2 离散型随机变量的分布函数	229
17.3 连续型随机变量的分布函数	231
17.4 一些常见的分布函数	232
习题	236
第 18 章 数学期望与方差	240
18.1 数学期望	240
18.2 方差	242
18.3 常用分布的数学特征	244
18.4 多样化投资与风险分散	245
习题	247
第 19 章 正态分布	250
19.1 正态分布的定义及性质	250
19.2 正态分布的概率计算	251
习题	253
第 20 章 数理统计基础知识	254
20.1 随机抽样与随机样本	254
20.2 统计量及其分布	256
20.3 参数估计	257
20.4 假设检验	260
习题	264
附录	266
附表 A1 泊松概率分布表	266
附表 A2 标准正态分布函数	270
参考文献	272

y 习惯地称为因变量, x 为自变量(即 y 由 x 决定)。

当我们运用这一符号时, 很容易想到经济学中的类似情况。如, 其他条件不变, 商品的需求量是自身价格的函数。可以把两个变量之间的关系写成

$$d = f(p) \quad \text{或} \quad d = d(p) \quad (1.6)$$

式中, d 表示需求量; p 表示价格。同理, 在其他条件不变时, 经济中固定资本的投资水平由利率决定, 可以写作

$$I = f(r) \quad \text{或} \quad I = I(r) \quad (1.7)$$

式中, I 表示投资; r 表示利率。

例如, 我们有如下的 I (单位: 万元) 和 r (百分比) 的函数关系:

$$I = 200 + \frac{1\,000}{r^2} \quad (1.8)$$

给定 r 值, 可用式(1.8)式求出唯一的 I 值。例如, 当利率 $r=5$ 时, 可得 $I=200+1\,000/(5)^2=240$ (万元)。同样, 若 $r=10$, 则 $I=200+1\,000/(10)^2=210$ (万元)。

思考题

1.1 考虑如下函数关系:

$$(a)y=8x^2-5x+3; \quad (b)y=\frac{5}{x}+10; \quad (c)y=(2x+3)^3.$$

求 x 取以下不同值时的 y 值:

$$(i)x=2; \quad (ii)x=-3; \quad (iii)x=100.$$

1.2 若 $z=6t^4+3t^2+10$, 求当 $t=4$ 和 $t=-6$ 时的 z 值。

1.3 用函数表示下列关系:

- (a) 消费取决于收入;
- (b) 货币需求取决于利率;
- (c) 平均成本取决于产出。

1.2 坐标系

坐标系由横轴与纵轴构成。横轴与纵轴如图 1.1 所示, 两个轴的交点称为原点。变量 y 值用纵轴表示(称之为 y 轴), 变量 x 值用横轴表示(称之为 x 轴)。在原点之上的 y 值是正值, 在原点之下则是负值。在原点右侧的 x 值是正值, 原点左侧则是负值。

变量 x 和 y 的任意一对值都可通过坐标系上的一点来表示。如, $x=3, y=-2$ 能被图 1.1 中的点 A 表示, A 点是从原点出发, 沿 x 轴向右移动 3 单位, 沿 y 轴向下移动 2 单位得到的。

习惯上通常把坐标为 $(3, -2)$ 的点用一个字母 A 表示。 A 点所代表的括号中的数字依次是 x 值和 y 值。 x 值被称为 x 坐标(横坐标), y 值被称为 y 坐标(纵坐标)。在图 1.1 中可以标出更多的点, 如 B 点坐标是 $(7, 4)$, 即该点的 x 坐标为 7, y 坐标为 4, 它代表 $x=7$ 和 $y=4$ 。同样, 在 x 轴上的点 C 坐标为 $(-3, 0)$, y 轴上的点 D 坐标为 $(0, 5)$ 。

思考题

1.4 在坐标系中标出点 $(-5, -8), (6, -4), (0, -6), (-3, 2), (0, 0), (2, 0)$ 。

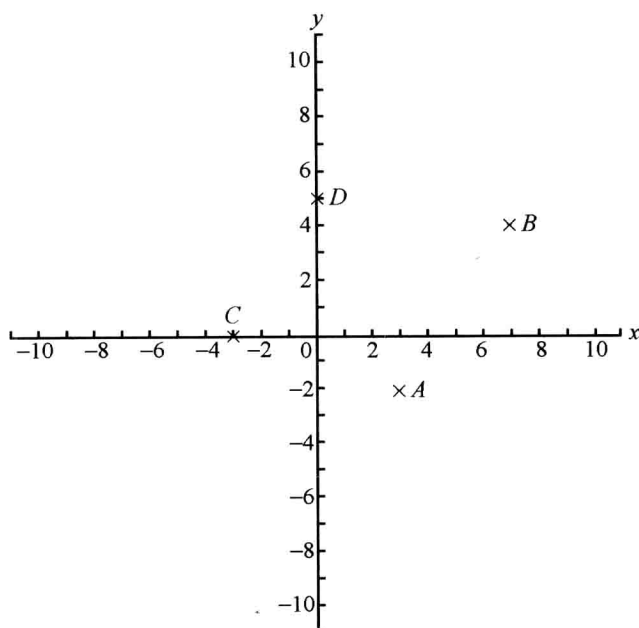


图 1.1 坐标系

1.3 函数的图像

给定如上的一个坐标系,就可以画出我们以前所描述的任何函数的图像。例如,考虑如下函数关系:

$$y = x^2 + 3x - 4 \quad (1.9)$$

可用此函数求出 x 值所对应的 y 值,例如,当 $x=3$ 时,对应的 y 值为

$$y = (3)^2 + 3(3) - 4 = 14$$

这对 x 和 y 值可在坐标系上用点 $(3, 14)$ 表示出来。因此,我们可用函数来找出所有的一一对应的 x 值和 y 值,并将它们在坐标系中表示出来。表 1.1 中是 x 取从 -6 到 $+4$ 时对应的 y 的值,如图 1.2 所示。

表 1.1 函数 $y=x^2+3x-4$ 的对应值

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	36	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$3x$	-18	-15	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12
y	14	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6	14	24

在图 1.2 中,将各点用一条平滑的曲线连接,就可得出式(1.9)的图像。当然,我们只能画出函数在 x 取值范围内的图像,其余的部分无法画出。当 x 超过 4 时, y 的上升是不确定的;当 x 减少到小于 -6 时, y 的上升也是不确定的。然而,从这部分图像中,可以看出函数的主要特征。当 x 减少时, y 起初也减少,而且 y 是以递减的速度减少,直到达到最小值,即 A 点,然后上升。因此,在 $x=-1.5$ 时,图像有最小值,且该图像关于最小值是对称的。把 $x=-1.5$ 代入式(1.9)可得

$$y = (-1.5)^2 + 3(-1.5) - 4 = -6.25$$

y 的最小值为 -6.25 , A 点的坐标为 $(-1.5, -6.25)$ 。

需要强调的是函数式(1.9)和它在图 1.2 中的图像之间存在紧密联系。显然给定函数中任何一对 x 和 y 值,都能通过图像上的点表示出来;反过来,图 1.2 中的任一点一定代表一对满足函数式(1.9)的 x 和 y 值。例如,当 $x=1.5$ 时,通过式(1.9)可得 $y=2.75$, $(1.5, 2.75)$ 就是图 1.2 中的点 B 。

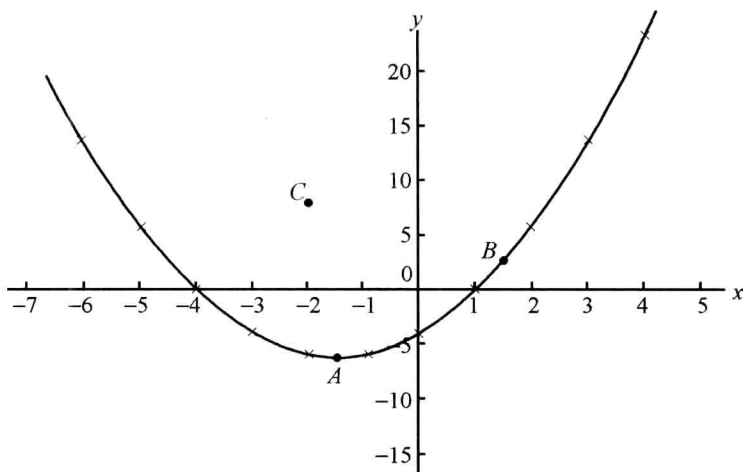


图 1.2 函数 $y=x^2+3x-4$ 的图像

此外,任何一对不满足函数(1.9)的 x 和 y 值,都不在图 1.2 中的曲线上,而任何不在图 1.2 中曲线上的点所代表的 x 和 y 值也都不满足函数式(1.9)。例如,图 1.2 中的点 C 坐标为 $(-2, 8)$,显然不满足函数式(1.9),因为从式(1.9)中可知,当 $x=-2$ 时, $y=-6$ 。

思考题

1.5 画出函数式 $y=2x^2+7x-4$ 的图像, x 的取值范围为 $x=-5$ 到 $x=2$,并找出 y 的最小值。试证明点 $(1/2, 0)$ 既满足该函数式又位于曲线之上,而点 $(2, 10)$ 既不满足函数式也不在曲线上。

注意函数式(1.9)的图像有两点与 x 轴相交,在 $x=-4$ 和 $x=1$ 时, y 都等于 0。在式(1.9)中, $y=0$ 意味着 $x^2+3x-4=0$,从此式中可得出 x 值,如何求 x 值叫做解方程式。

$$x^2 + 3x - 4 = 0 \quad (1.10)$$

任一个使方程(1.10)成立的 x 值都是方程式的解或根。 $x=-4$ 和 $x=1$ 是方程(1.10)的解,因为它们是能够满足方程式,或者说使方程左右两边相等的 x 值。

1.6 利用思考题 1.5 中所画的图像,解方程式 $2x^2+7x-4=0$ 。

式(1.9)是一个特殊的例子,它被称为二次函数。二次函数的一般形式是 $f(x)=2x^2+6x+c$,引申的函数式为

$$y = ax^2 + bx + c \quad (1.11)$$

显而易见,式(1.9)是式(1.11)的一个特例,此时, $a=1, b=3, c=-4$ 。像式(1.11)这样的

二次函数式,其图像形状基本类似于图 1.2。 a 是负值时除外,在 a 取负值时图像是一个倒 U 形而不是 U 形,并且此时图像有一个最大值而不是最小值。例如

$$y = -2x^2 + 8x - 13 \quad (1.12)$$

式中 $a = -2$,如表 1.2 和图 1.3 所示,在 $x = 2$ 时,该函数有最大值 $y = -5$ 。

表 1.2 函数 $y = -2x^2 + 8x - 13$ 的对应值

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$-2x^2$	-8	-2	0	-2	-8	-18	-32	-50	-72
$8x$	-16	-8	0	8	16	24	32	40	48
y	-37	-23	-13	-7	-5	-7	-13	-23	-37

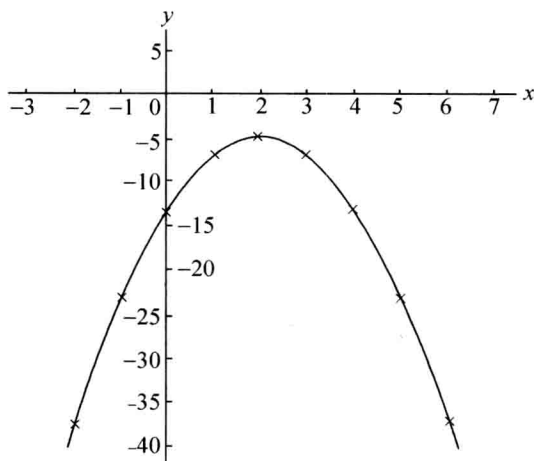


图 1.3 函数 $y = -2x^2 + 8x - 13$ 的图像

在图 1.2 中出现的二次函数与 x 轴交于两点的情况,在图 1.3 中并不存在。因为如果图像与 x 轴相交,那么在交点处一定有 $y = 0$,而图 1.3 中并没有 $y = 0$ 的点。

根据式(1.11),可得出方程式的形式为

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1.13)$$

式(1.13)可能有两个解,也可能没有解,也就是说,既有可能存在两个 x 值满足方程式(1.13),也可能没有任何一个 x 值能使该等式成立。例如,我们知道方程式(1.10)有两个解, $x = -4$ 和 $x = 1$ 。然而,从图 1.3 中可推出方程式

$$-2x^2 + 8x - 13 = 0 \quad (1.14)$$

没有解,即函数(1.12)的曲线与 x 轴不相交。

具有式(1.13)形式的等式被称为二次方程式。可以看出,二次方程式可能有两个解,也有可能无解。当然,还有可能只有唯一的一个解。其实这是两个解无限靠近,最终导致图形与 x 轴相切的情形。

思考题

1.7 在曲线 $y = -3x^2 - 2x + 5$ 上, $x \in (-2, 2)$, 找到 y 的最大值。用图像法解方程式 $3x^2 + 2x - 5 = 0$ 。

在经济学中,经常用二次函数来代表厂商的总成本曲线,如果某厂商的一种产品的

总产出为 q , 总成本则可写作

$$TC = aq^2 + bq + c, q \geq 0 \quad (1.15)$$

在 $a=1, b=2, c=8$ 时, 该函数如图 1.4 所示, 因变量 TC 用纵轴表示, 产量 q 则用横轴来表示。注意该函数不仅仅表明当产量增加时总成本随之增加, 而且总成本是以一种递增的速度增长的。当然, 有一种情况除外, 即存在固定不变的生产要素时。如当 $q=0$ 时, $TC=c=8$ 。式(1.15)中, c 不随产量 q 的变化而变化, 称为固定成本, 记为 FC 。 $aq^2 + bq$ 是产量 q 的函数, 随 q 的变化而发生变化, 称为可变成本, 记为 VC 。 $TC=VC+FC$ 。

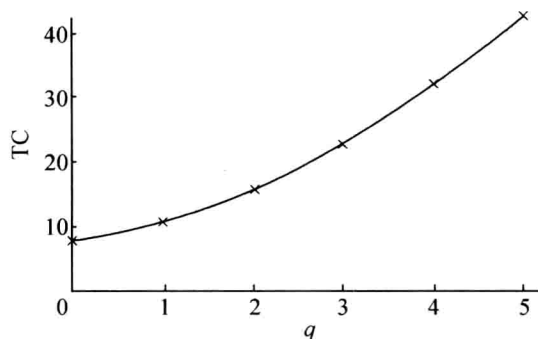


图 1.4 总成本函数 $TC=q^2+2q+8$ 的图像

表 1.3 总成本函数 $TC=q^2+2q+8$ 的对应值

q	0	1	2	3	4	5
q^2	0	1	4	9	16	25
$2q$	0	2	4	6	8	10
TC	8	11	16	23	32	43

严格说来, 函数式(1.15)也延伸到纵轴的左侧。然而, 厂商不生产负的产量, 因此不考虑这种情况。在式(1.15)中, 限定取值范围为 $q \geq 0$, 即式(1.15)仅求非负的产出所带来的总成本。在用函数来表示经济关系的时候, 限定函数的取值范围是必要的。在经济分析中函数图像主要表示在第一象限中。

利用像式(1.15)形式的总成本函数, 可求得 U 形的平均成本曲线。将式(1.15)中的总成本除以产量 q , 即可得平均成本函数:

$$AC = \frac{TC}{q} = aq + b + \frac{c}{q} \quad (1.16)$$

AC 是生产一定产量的平均成本, 当 $a=1, b=2, c=8$ 时, 曲线如图 1.5 所示, 其对应值如表 1.4 所示。注意随着产量 q 趋近于零, 平均成本越来越大。

表 1.4 平均成本函数 $AC=q+2+\frac{8}{q}$ 的对应值

q	0.25	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8
$q+2$	2.25	2.5	3	4	5	6	7	8	9	10
$8/q$	32	16	8	4	2.67	2	1.6	1.33	1.14	1
AC	34.25	18.5	11	8	7.67	8	8.6	9.33	10.14	11