

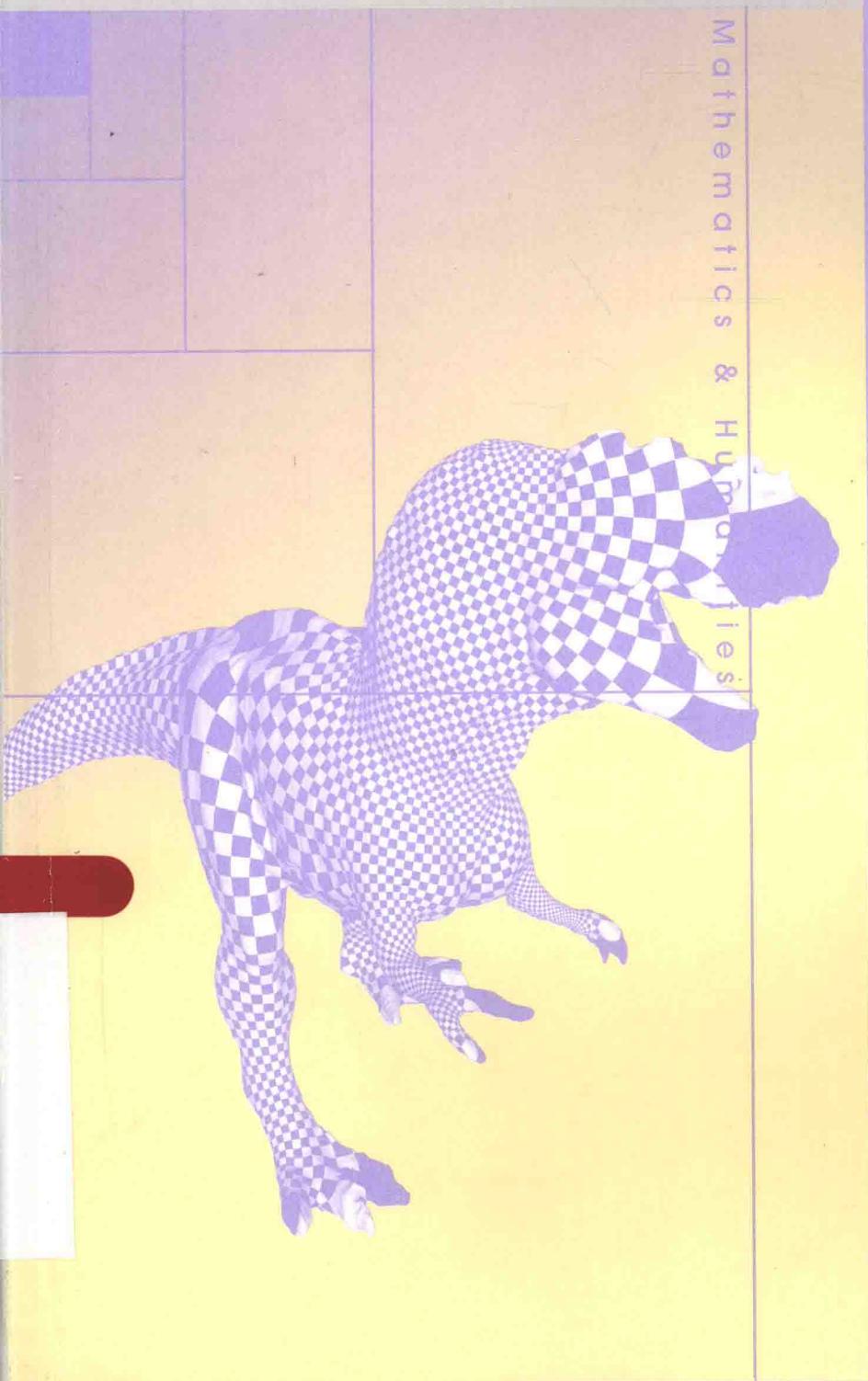
数学的应用

主编

丘成桐 刘克峰 杨乐 季理真

副主编

姚恩瑜



高等教育出版社

数学的应用

SHUXUE DE YINGYONG

主编 丘成桐 刘克峰 杨乐 季理真
副主编 姚恩瑜

高等教育出版社·北京
International Press

图书在版编目(CIP)数据

数学的应用 / 丘成桐等主编. -- 北京: 高等教育出版社, 2015. 7

(数学与人文; 第 18 辑)

ISBN 978-7-04-042831-5

I. ①数… II. ①丘… III. ①数学—普及读物
IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字 (2015) 第 105713 号

Copyright © 2015 by

Higher Education Press Limited Company

4 Dewai Dajie, Beijing 100120, P. R. China, and

International Press

387 Somerville Ave., Somerville, MA 02143 U.S.A.

出 品 人 苏雨恒
总 监 制 吴 向
总 策 划 李冰祥
策 划 赵天夫
责 任 编辑 李 鹏
书籍设计 王凌波
责 任 校 对 李大鹏
责 任 印 制 田 甜

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮 政 编 码 100120
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
印 刷 三河市吉祥印务有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 12.75
字 数 230 千字
版 次 2015 年 7 月第 1 版
印 次 2015 年 7 月第 1 次印刷
定 价 25.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换

版 权 所 有 侵 权 必 究

物 料 号 42831-00

丛书编委会

主 编 (按姓氏笔画排序):

丘成桐 刘克峰 杨 乐 季理真

名誉编委 (按姓氏笔画排序):

丁夏畦 万哲先 王 元 石钟慈 齐民友 吴文俊 张景中
陆启铿

编 委 (按姓氏笔画排序):

于 靖 马绍良 王仁宏 王则柯 王善平 井竹君 田 野
冯克勤 曲安京 朱熹平 刘献军 许洪伟 孙小礼 严加安
李文林 李 方 李建华 杨 静 肖 杰 吴 杰 沈一兵
张英伯 张顺燕 张海潮 张奠宙 周 坚 郑方阳 郑绍远
胡作玄 姚恩瑜 袁向东 顾 沛 徐 浩 翁玉林 黄宣国
康明昌 蔡文端

责任编委:

李 方

丛书编辑部 (按姓氏笔画排序):

邓宇善 杨 静 赵春莉

合作单位:

中国科学院晨兴数学中心

浙江大学数学科学研究中心

丘成桐数学科学中心

《数学与人文》丛书序言

丘成桐

《数学与人文》是一套国际化的数学普及丛书，我们将邀请当代第一流的中外科学家谈他们的研究经历和成功经验。活跃在研究前沿的数学家们将会用轻松的文笔，通俗地介绍数学各领域激动人心的最新进展、某个数学专题精彩曲折的发展历史以及数学在现代科学技术中的广泛应用。

数学是一门很有意义、很美丽、同时也很重要的科学。从实用来讲，数学遍及物理、工程、生物、化学和经济，甚至与社会科学有很密切的关系，数学为这些学科的发展提供了必不可少的工具；同时数学对于解释自然界的纷繁现象也具有基本的重要性；可是数学也兼具诗歌与散文的内在气质，所以数学是一门很特殊的学科。它既有文学性的方面，也有应用性的方面，也可以对于认识大自然做出贡献，我本人对这几方面都很感兴趣，探讨它们之间妙趣横生的关系，让我真正享受到了研究数学的乐趣。

我想不只数学家能够体会到这种美，作为一种基本理论，物理学家和工程师也可以体会到数学的美。用一个很简单的语言解释很繁复、很自然的现象，这是数学享有“科学皇后”地位的重要原因之一。我们在中学念过最简单的平面几何，由几个简单的公理能够推出很复杂的定理，同时每一步的推理又是完全没有错误的，这是一个很美妙的现象。进一步，我们可以用现代微积分甚至更高深的数学方法来描述大自然里面的所有现象。比如，面部表情或者衣服飘动等现象，我们可以用数学来描述；还有密码的问题、电脑的各种各样的问题都可以用数学来解释。以简驭繁，这是一种很美好的感觉，就好像我们能够从朴素的外在表现，得到美的感受。这是与文化艺术共通的语言，不单是数学才有的。一幅张大千或者齐白石的国画，寥寥几笔，栩栩如生的美景便跃然纸上。

很明显，我们国家领导人早已欣赏到数学的美和数学的重要性，在2000年，江泽民先生在澳门濠江中学提出一个几何命题：五角星的五角套上五个环后，环环相交的五个点必定共圆，意义深远，海内外的数学家都极为欣赏这个高雅的几何命题，经过媒体的传播后，大大地激励了国人对数学的热情，我希望这个丛书也能够达到同样的效果，让数学成为我们国人文化的一部分，让我们的年轻人在中学念书时就懂得欣赏大自然的真和美。

前 言

姚恩瑜

本辑共收入 20 篇文章，归结为若干个专题。

首先是数学的应用。谈到数学及它的应用，著名数学家、菲尔兹奖和沃尔夫奖得主丘成桐先生这样评价：

“数学是描述大自然的唯一语言。” “数学是一门很有意义、很美丽、同时也很重要的科学，从实用来讲，数学遍及物理、工程、生物、化学和经济，甚至与社会科学有很密切的关系，数学为这些学科的发展提供了必不可少的工具；同时数学对于解释自然界的纷繁现象也具有基本的重要性。” “没有数学就谈不上科学，也没有经济和工科的学问。”

自本丛书创立以来已出版了十余辑，几乎每辑都刊有数学与其他学科或工程、经济等人类各种活动有关联的文章，这些都充分印证了丘先生上述评价的正确性。随着科学技术的飞跃发展，数学在各领域的影响更加凸显，本丛书有意开辟一个专栏——数学的应用，以较为集中地介绍数学在各方面所起的作用，但因涉及的面实在太广，所以实难概全。作为尝试，本辑收入了几篇与决策、金融、医疗有关的文章，并将介绍当前热门的大数据的文章也放到这一栏里。期盼读者给我们提供更丰富的题材，以使这个专栏办得精彩纷呈。

涉及数学与其他学科的交叉，尤其是数学与物理的密切联系，本丛书一直有介绍，本辑也专辟一栏介绍物理学上的几位大师。

在人物专访中，我们挑选了丘成桐先生在新加坡的一次讲演及受访，从中我们进一步看到数学与人文在这位数学大师身上的优雅结合。另外，在丛书的第九辑里，刊登了纪念中国近代科学先驱李善兰的文章之前半部分，本辑将刊登此文的后半部分，使读者可以较完整地了解李善兰的贡献并从中了解中国近代数学的发展。

我们还刊登了两篇叙述诺贝尔奖与数学的关联的文章，相信会引起读者的兴趣。本辑中我们选用了杨乐先生的一次报告，这对年轻学者会很有裨益。沃尔夫奖得主都是当代数学大师，他们如何认识评价数学？本辑的一篇文章会给读者做出较全面的引述。

科学素养丛书

序号	书名	著译者
1	Klein 数学讲座	F. 克莱因 著, 陈光还 译, 徐佩 校
2	Littlewood 数学随笔集	J. E. 李特尔伍德 著, 李培廉 译
3	直观几何 (上册)	D. 希尔伯特, S. 康福森 著, 王联芳 译, 江泽涵 校
4	直观几何 (下册)	D. 希尔伯特, S. 康福森 著, 王联芳、齐民友 译
5	惠更斯与巴罗, 牛顿与胡克——数学分析与突变理论的起步, 从渐伸线到准晶体	B. I. 阿诺尔德 著, 李培廉 译
6	人生 艺术 几何	M. 吉卡 著, 盛立人 译
7	关于概率的哲学随笔	P. S. 拉普拉斯 著, 龚光鲁、钱敏平 译
8	数学及其历史	John Stillwell 著, 袁向东、冯绪宁 译
9	数学天书中的证明 (第 4 版)	Martin Aigner, Gunter M. Ziegler 著, 冯荣权 等译
10	解码者: 数学探秘之旅	Jean F. Dars, Annick Lesne, Anne Papillault 著, 李锋 译
11	数论: 从汉穆拉比到勒让德的历史导引	A. Weil 著, 胥鸣伟 译
12	数学在 19 世纪的发展 (第一卷)	F. Kelin 著, 齐民友 译
13	数学在 19 世纪的发展 (第二卷)	F. Kelin 著, 李培廉 译
14	初等几何的著名问题	F. Kelin 著, 沈一兵 译
15	著名几何问题及其解法: 尺规作图的历史	B. Bold 著, 郑元禄 译
16	趣味密码术与密写术	M. Gardner 著, 王善平 译
17	莫斯科智力游戏: 359 道数学趣味题	B. A. Kordemsky 著, 叶其孝 译
18	智者的困惑——混沌分形漫谈	丁玖 著
19	数学与人文	丘成桐 等 主编, 姚恩瑜 副主编
20	传奇数学家华罗庚	丘成桐 等 主编, 冯克勤 副主编
21	陈省身与几何学的发展	丘成桐 等 主编, 王善平 副主编
22	女性与数学	丘成桐 等 主编, 李文林 副主编
23	数学与教育	丘成桐 等 主编, 张英伯 副主编
24	数学无处不在	丘成桐 等 主编, 李方 副主编
25	魅力数学	丘成桐 等 主编, 李文林 副主编
26	数学与求学	丘成桐 等 主编, 张英伯 副主编
27	回望数学	丘成桐 等 主编, 李方 副主编
28	数学前沿	丘成桐 等 主编, 曲安京 副主编
29	好的数学	丘成桐 等 主编, 曲安京 副主编
30	数学与对称	丘成桐 等 主编, 王善平 副主编
31	数学与科学	丘成桐 等 主编, 张顺燕 副主编
32	与数学大师面对面	丘成桐 等 主编, 徐浩 副主编
33	数学与生活	丘成桐 等 主编, 徐浩 副主编
34	数学的艺术	丘成桐 等 主编, 李方 副主编
35	数学的应用	丘成桐 等 主编, 姚恩瑜 副主编

网上购书: academic.hep.com.cn, www.china-pub.com, 卓越, 当当, www.landaco.com

其他订购办法:

各使用单位可向高等教育出版社读者服务部
汇款订购。书款通过邮局汇款或银行转账
均可。购书免邮费, 发票随后寄出。

通过邮局汇款:

单位名称: 高等教育出版社读者服务部
地 址: 北京西城区德外大街4号
邮 编: 100120

通过银行转账:

户 名: 高等教育出版社有限公司
开 户 行: 交通银行北京马甸支行
银行账号: 110060437018010037603

单位地址: 北京西城区德外大街4号

电 话: 010-58581118

传 真: 010-58581113

郑重声明 高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010) 82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

《数学与人文》丛书序言（丘成桐）

前言（姚恩瑜）

数学的应用

- 1 共形几何在工程和医学实践中的一些应用（顾险峰）
- 12 报童的进货决策及其行为运筹学视角（谢金星）
- 21 文艺复兴科技公司创始人詹姆斯·西蒙斯
——特立独行的“量化基金之王”（正道）
- 25 手术排程和排序论（唐国春）
- 35 奇异摄动研究在中国（徐钩涛）
- 45 迎接大数据时代（林正炎）

物理与物理人

- 50 美与物理学（杨振宁）
- 60 最奇特的人——保罗·狄拉克不为人知的生活，
神秘的原子（Brian E. Blank，译者：梅建琴，校订者：张鸿庆）
- 70 外尔对物理学的贡献
(杨振宁，译者：李炳安，张美曼，校订者：冯承天)
- 85 赫尔曼·外尔（1885—1955）传记回忆录
(Michael Atiyah，译者：郭光煜)

- 92 讨论：Hermann Weyl 教授（Freeman J. Dyson，译者：王梦）
- 94 Yang-Mills 及其他（Samuel L. Marateck，译者：林开亮）

人物专访

- 111 丘·雅·空间（小燕）
- 116 在香港中文大学聆听数学大家丘成桐院士演讲
——一位听众的感言（杨光宇）
- 117 欧洲原子研究委员会（CERN）遭到激进的弦理论家的轰炸
(译者：张亚萍)
- 120 李善兰的垛积术研究及翻译工作——纪念中国近代科学先驱
李善兰诞辰 200 周年（II）(王渝生)

诺贝尔奖与数学

- 140 为何没有诺贝尔数学奖（季理真，译者：王丽萍）
- 160 诺贝尔奖中的数学——线性规划传奇（王善平）

大师谈数学

- 169 获得有价值成果并非轻而易举（杨乐）
- 171 沃尔夫数学奖得主论数学——读书札记（李心灿）

共形几何在工程和医学实践中的一些应用

顾险峰

顾险峰，1995 年毕业于清华大学计算机科学与技术系，后于哈佛大学获得计算机博士学位，师从数学大师丘成桐先生，现为美国纽约州立大学石溪分校计算机系终身教授。曾获晨兴应用数学金奖（2013），中国国家自然科学基金海外杰出青年奖（2006），美国国家自然科学基金 CAREER 奖（2005）。与丘成桐先生等合作创立跨领域学科“计算共形几何”，并将其广泛应用于计算机图形学、计算机视觉、几何建模、无线传感器网络和医学图像等领域。

几何是自然的语言，大自然亘古不变的伟大乐章是由几何谱写而成。对于深邃奥妙的几何真理的不懈追求是人类社会永恒的主旋律之一。几何理论和方法为人类提供了认识自然、改造自然的强有力的工具。依随人类对于几何真理的持续探索、基础理论的提炼和深化，越来越多的人认识和体会到几何内在的优美和深刻。依随几何计算手段的建立和发展，人类认识到它的巨大实用价值，几何方法已经被广泛应用到社会实践的各个方面，极大地推动了生产力的发展。本文简单介绍共形几何的理论和方法在医疗和工程中的应用，使读者得以领略共形几何的简洁优美，和它解决实际问题的威力。

所谓共形几何就是研究保角变换下不变量的一门学问，它为研究曲面间的变换和映射提供了理想的理论工具，而曲面比较和匹配在诸多工程和医疗领域中具有根本的重要性。图 1 显示了人脸曲面的保角映射的实例。左幅三维人脸曲面由三维扫描仪获取，右幅是保角映射的二维平面像。从图中可以看出，保角映射局部上是相似变换，虽然整体上具有很大的畸变，局部上是保持形状不变的。因此，保角变换又被称为是保形变换，或共形变换。

图 2 显示了保角变换（共形变换）的几何特性。我们在二维圆盘中铺上不同的图案（称为纹理），由图 1 中的共形映射拉回到三维人脸曲面上，得到

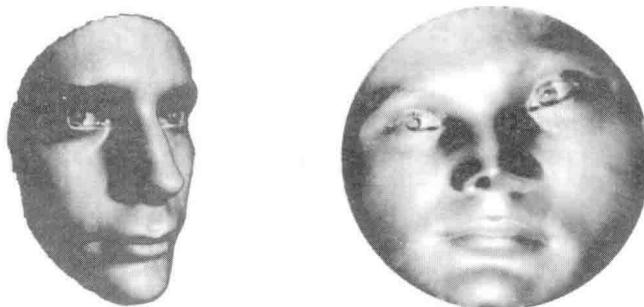


图 1 人脸曲面的保角映射

人脸曲面上不同的纹理贴图。如果纹理为黑白相间的棋盘格，如左幅图所示，棋盘格的四个角在人脸上依然是直角，这显示了共形映射保持角度不变。如果纹理为由许多彼此相切的微小圆形构成的模式，微圆在脸上的像依然是微圆，这显示了共形映射保持无穷小圆不变。保角性和保圆性都是共形映射的本质特性。作为对比，图 3 显示了一个非共形映射的实例。同样的人脸，经由一般的微分同胚映到二维圆盘。圆盘上的微圆域被拉回成人脸上的椭圆域。人脸的几何特征没有被映射所保持，局部几何发生了很大的畸变。

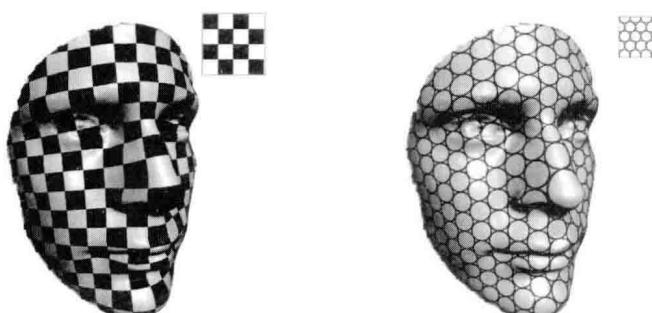


图 2 共形映射的保角和保圆特性

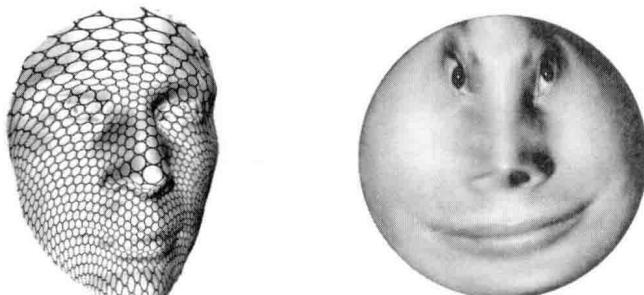


图 3 非共形映射既不保圆，又不保形

人脸曲面到平面圆盘的共形映射并不唯一，两个共形映射之间相差一个莫比乌斯变换。单位圆盘到自身的所有共形映射都是莫比乌斯变换，所有的莫比乌斯变换构成一个三维的李群。图 4 展示了另一共形变换的实例，一张女孩的脸被共形地映到平面单位圆盘，不同的映射之间相差莫比乌斯变换。



图 4 莫比乌斯变换

人脸曲面是单联通的曲面，拓扑非常简单。对于一般曲面，其拓扑由是否可定向、环柄数目（亏格）、边界数目所决定。所有带有黎曼度量的可定向曲面都可以共形地变换到三种标准空间中的一种：球面、欧氏平面和二维双曲空间。如图 5 所示，第一列是亏格为 0 的女孩雕塑表面，共形地映到球面上；第二列是亏格为 1 的小猫雕塑，它被周期性地共形地映到欧氏平面上，任意两个周期之间相差一个平移；第三列是高亏格的曲面，我们姑且称之为扭曲的双耳花瓶，它被周期性地共形地映到双曲平面上，任意两个周期之间相差

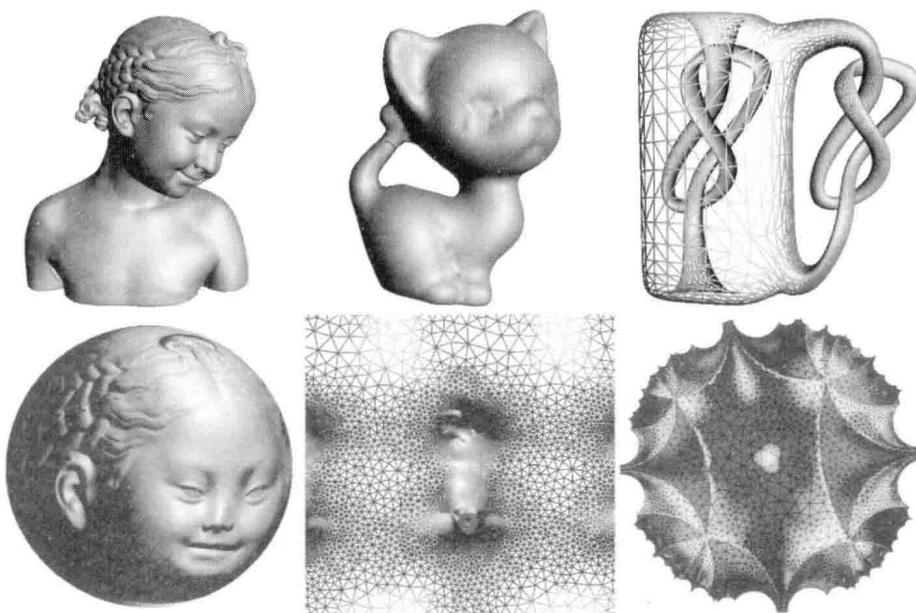


图 5 曲面单值化定理

一个莫比乌斯变换。莫比乌斯变换保持双曲长度不变，亦被称为双曲刚体变换。这一事实在曲面几何理论中占据中心地位，被称为曲面单值化定理。大千世界，各种曲面千变万化，难以尽诉，但是万变不离其宗。这一理论对于工程实践意义重大，这意味着所有三维几何处理的问题都可以转换为三种标准空间中的二维问题，这一转换极大地简化了问题的难度，提高了效率。

医学图像中的应用

依随核磁共振技术（MRI）和断层扫描技术（CT）的发展，医学图像日益被广泛地应用于医疗实践之中。例如，利用核磁共振技术，病患的大脑灰质皮层的图像可以被迅速获取下来。通过对灰质皮层曲面形状的分析，医生可以诊断病人脑神经系统存在的隐患，从而对病情发展加以监控。这一手段被广泛应用于有关老年痴呆症、帕金森氏综合征等疾病的诊断。人类大脑皮层的形状非常复杂，不同的人之间大脑皮层曲面几何非常不同，即便是同一个人，不同时期的大脑皮层的形状也不相同。如何建立不同大脑皮层曲面间的映射，对不同皮层曲面加以比较，是一个非常具有挑战性的问题。共形几何提供了一种优雅而有效的解决方法。

如图 6 所示，人的大脑皮层是亏格为 0 的拓扑球面，可以被共形地映到单位球面上。这样，我们对大脑皮层上的每一点赋予唯一的球面坐标，从而实现精确地定位。另一方面，不同大脑皮层之间的映射可以由球面之间的自同构映射建立。相比于复杂曲面间的映射，球面到自身的映射非常容易建立。

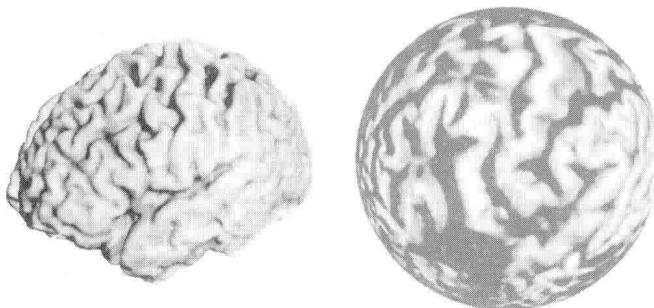


图 6 共形脑图

人的大脑皮层上的沟回具有非常重要的神经生理学的意义。如图 7 所示，重要的沟回用白色曲线勾勒出来。中间的沟回在人的胚胎期形成，负责人的基本情感。在建立大脑皮层间的映射时，这些重要沟回需要对齐。我们沿着这些沟回将曲面切开，再共形地将曲面映到带圆形孔洞的平面圆盘。在建立圆盘间映射的时候，我们刻意将圆形孔洞对齐，这样就保证了大脑皮层曲面

间的映射能将重要的沟回对齐。

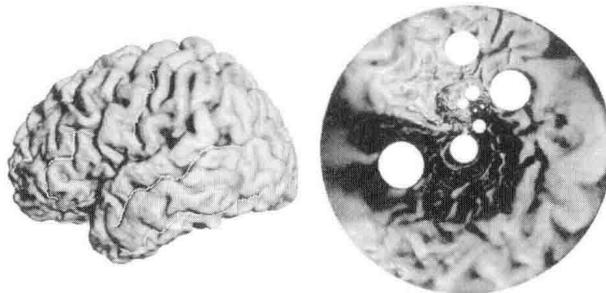


图 7 带有特征曲线限制的大脑皮层曲面间的映射方法

直肠癌是人类的第四号杀手，是由直肠息肉经过不断的摩擦而发生癌变而来。如果在早期，通过肠镜检查，及时发现直肠息肉，并对较大的息肉进行剪除，直肠癌可以避免。因此，肠镜检查对于中老年人群而言非常重要。但是，传统的肠镜检查需要对病人进行麻醉处理，病人需要承担一定风险，对医生的手工操作具有很高要求，费时费力，对病患具有一定的侵犯性。

病患的直肠曲面可以由断层扫描技术获取，如图 8 所示。直肠壁曲面有许多皱褶，直肠息肉有可能隐藏在这些皱褶中。传统肠镜方法无法检查皱褶中的息肉，因此具有一定的误诊漏诊率。一个自然的想法在于展平所有直肠曲面的皱褶，从而揭示所有隐藏其中的息肉和潜在病灶。我们利用共形几何的方法，将直肠曲面周期性地映到平面，每一个周期是个长方形。所有直肠曲面的几何信息一目了然。这种虚拟肠镜的方法，病人不需要做麻醉，和病人无肢体接触，不具有侵犯性。无复杂手工操作，简便易行，提高了诊断准确率和效率。目前，这种虚拟肠镜技术已经广泛应用于北美临床诊断实践之中。

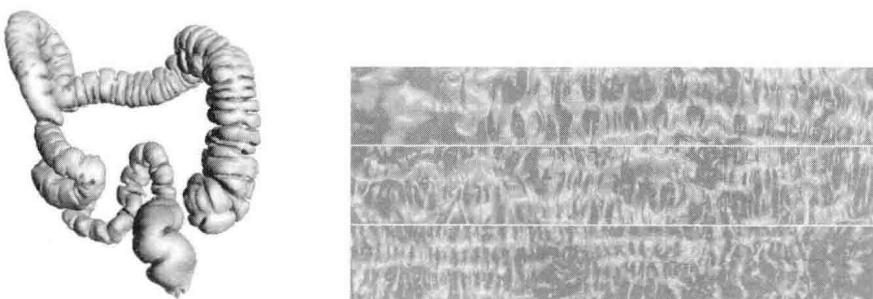


图 8 基于共形几何的虚拟肠镜

机械制造工业中的应用

汽车、轮船、飞机、火车，这些交通工具的几乎所有机械设备都由数控机床加工制造。曲面几何在制造工业中的数字表示形式是所谓的样条曲面。样条曲面由分片有理多项式组成。通常情况下，样条曲面需要二阶光滑可导。比如大家都希望轿车的车体光可鉴人，并且车体表面的反射图像也是光滑连续的。在几何上，这意味着车壳表面应当曲率连续。数控机床以样条曲面为输入，计算刀具运行的轨迹、力度、速度，等等，将金属毛坯加工成光滑的曲面。

设计师利用石膏雕塑出所设计的款式，三维扫描仪可将现实中的曲面数字化，输出稠密的点云。应用三维 Delaunay 三角剖分的算法，点云可以被转化为多面体曲面。将多面体曲面转换成光滑样条曲面是饶有兴趣的问题。传统样条曲面的构造方法是基于仿射几何不变量的。对于拓扑简单的曲面，我们可以只用一个整体的参数域来覆盖全部曲面，并在参数域上构造样条。

如图 9 所示，我们将米开朗基罗的大卫王的头像雕塑曲面共形地映射到平面，从而得到曲面的共形参数。图 10 展示了由这种方法得到的样条曲面。我们在几何复杂的区域，如眼睛、前额处的头发，增加了控制点的密度；在相对平滑的区域，如面颊、前额，控制点相对稀疏。这样，我们能够利用有限的控制点达到对曲面形状最好的刻画。

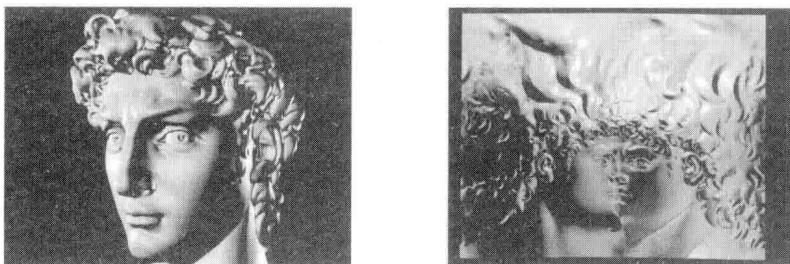


图 9 曲面的共形参数化

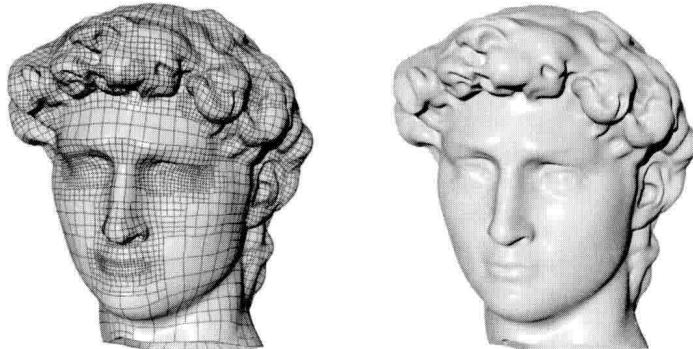


图 10 米开朗基罗的大卫王头像的样条曲面

对于曲面具有复杂拓扑的情形，构造全局光滑的样条曲面等价于构造原曲面的仿射结构。根据示性类理论，由于拓扑障碍，全局仿射结构很多时候并不存在。样条曲面上不可避免存在奇异点。在奇异点，曲率不连续，曲面的反射图像在奇异点有可能间断。所以，实际生产中，我们应当尽量减少奇异点的个数，并且将奇异点尽量隐藏在不为人注意的地方。出于工程需要，奇异点的位置一般由用户指定。构造曲面带有指定奇异点的仿射结构是相对复杂的问题。我们的解决方案是构造一个特殊的黎曼度量，使得所有的曲率集中在奇异点上面。这个特殊的度量自然地引发一个仿射结构。图 11 显示了一个样条曲面的实例，其上的奇异点由用户指定。

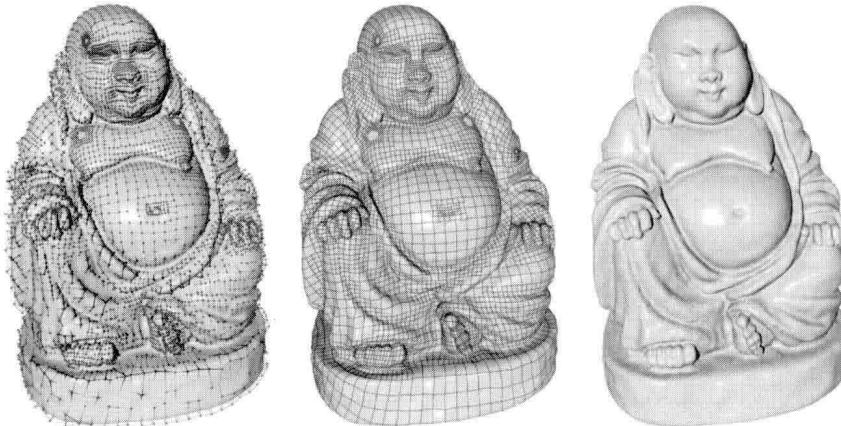


图 11 带有指定奇异点的样条曲面

无线网络方面的应用

无线传感器网络是一个近些年来迅猛发展的方向，它能够协同地实时监测、感知和采集网络覆盖区域中各种环境或监测对象的信息，并对其进行处理，处理后的信息通过无线方式发送给观察者。无线传感器网络由称为“微尘”的微型计算机构成。这些微型计算机通常可以通过自我重组形成网络，彼此通信，并交换有关现实世界的信息。

每个微尘只有有限的计算和存储能力以及有限的电池能量储备，特别是所有的微尘只有局部的信息，只能和直接的邻居通信。网络中通常没有一个掌握全局信息的中枢机构。消息的传递一般由简单的路由协议实现。如图 12 所示，左图的网络中每一个节点都是一个微尘，若两个节点之间存在一条边，则它们可以直接通信。网络中的每一个节点具有唯一的坐标，坐标可以由 GPS 设备得到的真实坐标，也可以是虚拟坐标。网络中信息的传递多由所谓“贪婪”算法实现。假设网络中一个节点得到了一个信息，这个信息包括其目的