

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套实验教材

全国高等医药院校教材

医用物理学实验

第3版

俞航 匡宝平 主编



科学出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套实验教材
全国高等医药院校教材

医用物理学实验

第3版

主 编 俞 航 匡宝平
主 审 洪 洋
编 委 (按姓氏笔画排列)
匡宝平(沈阳医学院)
刘 鑫(中国医科大学)
李玉生(沈阳医学院)
张超慧(沈阳医学院)
苗丽华(沈阳医学院)
周 玲(中国医科大学)
单晶心(辽宁何氏医学院)
赵里昂(中国医科大学)
俞 航(中国医科大学)
徐跃平(中国医科大学)

科学出版社

北 京

· 版权所有 侵权必究 ·

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303(打假办)

内 容 简 介

本书为适应“十三五”高等医学教育全新发展的需求,由中国医科大学牵头,沈阳医学院和辽宁何氏医学院部分从事物理学教学的教师共同编写而成,是所有参加编写的教师们长期在一线教学岗位上的心血结晶。本书以三个板块为框架,即误差理论体系,包括实验设计与数据处理理论;大学物理学计算机模拟实验;大学物理学实物操作实验。后两个框架属于实践操作部分,共开设29个实验,分布在四个层次内,即设计性实验、综合性实验、计算机模拟实验和生物医学应用实验。其中,生物医学应用实验以医学影像物理学实验为主。

本书既适用于医学院校各专业学生的“医学物理学”实验课教学,也适用于医学影像专业的“医学影像物理学”实验课教学及生物医学工程专业的“大学物理学”实验课教学,同时也可供从事生物医学和临床医学的科技工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

医用物理学实验 / 俞航, 匡宝平主编. —3版. —北京: 科学出版社, 2015. 5
普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套实验教材·全国高等医药院校教材

ISBN 978-7-03-044244-4

I. ①医… II. ①俞… ②匡… III. ①医用物理学-实验-医学院校-教材
IV. R312-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 093734 号

责任编辑:王 颖 / 责任校对:胡小洁

责任印制:肖 兴 / 封面设计:范璧合

版权所有, 违者必究。未经本社许可, 数字图书馆不得使用

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年8月第一版 开本:787×1092 1/16

2015年5月第三版 印张:9

2015年5月第九次印刷 字数:210 000

定价:28.00元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

第3版前言

医用物理学实验是对医学生进行科学实验基本训练的重要基础,在培养学生实验综合素质、科学思维能力和创新能力等,以及掌握科学研究的物理分析方法与基本操作过程等方面,都具有十分重要的作用。在科学地设计一门优质的医用物理学实验课程的过程中,不断修订、改进、编写一部优质的医用物理学实验教材必然起到了纲领性、指导性作用。本书正在努力实现这一目标。

多年来,许多医学院校的专家同仁都到过中国医科大学就医用物理学实验和医学影像物理学实验的开设情况进行考察、取经,并深入探讨实验的现存问题和发展趋势。我们把这些经验积累和改革创新成果编写成册并出版发行,不仅为医学院校大学物理实验教学的规范化提供一个平台,而且也可以更好地与兄弟院校进行交流,探索大学物理教育对医学生培养的最佳模式。

在这一基础上,中国医科大学联合沈阳医学院、辽宁何氏医学院的同行专家对《医用物理学实验》(第2版)进行了修订,共同推出了《医用物理学实验》(第3版)。全书仍以三个板块为框架,即误差理论体系,包括实验设计与数据处理理论;大学物理学计算机模拟实验;大学物理学实物操作实验。后两个框架属于实践操作部分,共开设29个实验,分布在四个层次内,即设计性实验、综合性实验、计算机模拟实验和生物医学应用实验。其中,生物医学应用实验以医学影像物理学实验为主。

本书的编写目的是使医学生通过大学物理实验课程的学习和训练,全方位地掌握严谨的物理实验方法理论,加强科学思维能力、实际操作能力以及创新能力的培养,并利用计算机充分延伸医用物理实验的深度和广度,达到从理论到实践、从主观到客观、从物理到医学、从研究到应用的立体化教育目标,以适应现代医学发展的需求。

本书在编写上有以下特点:

(1) 在实验项目的覆盖性上,既注意了作为一门独立课程的完整性和系统性,也注意了医学教育的特点。实验内容既有基础物理学的力、热、光、电磁部分和近代物理学部分,也有医学物理实验部分和影像物理实验部分。

(2) 对定量研究实验的处理上,注意了学生智力潜能的开发以及创造能力的培养。在要求学生掌握和应用测量误差与数据处理的基本思想和方法的同时,增加了由学生自行设计实验的内容,包括根据实验误差限设计样本含量;通过现有实验仪器设计新的物理实验等。

(3) 从课程设置的目出发,所选实验内容侧重于基本测量、基本方法和基本技术的训练。在实验过程的设计上,体现了由浅入深、循序渐进,注重能力

培养的科学思想方法。在每个实验后面又留出一些思考题,开发学生对所学内容的应用能力。

本书适用于医学院校各专业的“医用物理学”实验课教学,也适用于医学影像专业的“医学影像物理学”实验课教学。此外,由于编者水平有限,书中不妥之处在所难免,恳请广大读者予以批评指正。

洪 洋

2015年1月

目 录

第 3 版前言

绪论	(1)
第一章 误差理论与数据处理	(5)
第一节 误差的基本概念	(5)
第二节 测量值总体的正态分布规律	(8)
第三节 用样本估计测量值总体	(12)
第四节 误差的区间估计	(13)
第五节 误差传递	(15)
第六节 实验设计	(17)
第七节 有效数字	(21)
第八节 实验数据的处理方法	(23)
第二章 设计性实验	(29)
实验一 铜圆柱密度的测定	(29)
实验二 乙醇黏滞系数的测量	(35)
实验三 水的表面张力系数的测定	(42)
实验四 RC 电路时间常数的测量	(48)
第三章 综合性实验	(53)
实验五 扭摆法测定物体转动惯量	(53)
实验六 多普勒效应综合实验	(58)
实验七 导热系数测量	(61)
实验八 密立根油滴法测量电子电荷电量	(65)
实验九 毕奥-萨伐尔定律验证	(68)
实验十 弗兰克-赫兹实验	(71)
实验十一 霍尔效应测磁场	(75)
实验十二 偏振光的研究	(77)
实验十三 分光计测量钠光波长	(79)
实验十四 牛顿环测量光波波长	(84)
第四章 计算机模拟实验	(88)
实验十五 热敏电阻	(88)
实验十六 偏振光的研究	(91)
实验十七 电子自旋共振	(93)
实验十八 油滴法测电子电荷电量	(97)
实验十九 光电效应法测量普朗克常量	(99)
实验二十 模拟示波器的使用及频率测定	(104)
实验二十一 螺线管测磁场	(107)

实验二十二 夫兰克-赫兹实验	(110)
实验二十三 核磁共振	(113)
第五章 生物医学应用实验	(121)
实验二十四 人耳听觉听阈的测量	(121)
实验二十五 心功能参数的测量	(123)
实验二十六 B型超声诊断仪的使用	(127)
实验二十七 原子核衰变的统计涨落	(129)
实验二十八 X-CT图像后处理	(131)
实验二十九 核磁共振成像原理与谱分析	(133)
附录	(137)

绪 论

人们对物质世界各种运动形式基本规律的研究,都以实验为基础,并最终受到实验的检验。从这个意义上讲,物理学是实验的科学。人们通过观察自然或实验现象,对物理量进行定量测量,并根据结果分析、确定各参量之间的关系,实现对自然规律的认识和证实。因此,物理学实验是自然科学的基础。

一、医用物理学实验课的目的和意义

物理学是以实验为基础的科学。物理学的实验思想、实验方法和实验手段是各学科科学实践的基础,也被广泛应用于生命科学技术领域。在医学发展中,从体温计、血压计标定了临床诊断定量测量的开始,到各种显微镜不断揭示生命及疾病的微观图像;从医学影像技术广泛用于临床诊断治疗的各个方面,到光谱、探针以及纳米等现代物理技术在医学研究中的应用,无不证明物理学实践对医学发展的重要依赖关系。因此,针对医学生开设的医用物理学实验课是大学基础教育的重要课程之一。

医用物理学实验课的基本任务是对学生系统地进行科学实验方法和实验技能的基本训练,培养学生严谨的工作作风、求实的科学态度、活跃的创新意识以及独立进行科学研究的方法和能力。

充分利用计算机和信息技术也是大学物理实验的一个重要环节。在实验条件(如场地、温度、放射污染、安全性、经费等)局限的情况下,开设一部分计算机模拟实验是具有时代特征的知识创新和技术创新,不仅丰富了物理学实验的内容,而且能了解和掌握运用计算机进行模拟的技术和方法。

通过不断地探索和实践,我们把医用物理学实验教学分为三个体系,即误差理论、计算机平台模拟和具体动手操作,使学生在新型实验课模式下从理论到实践、从传统的规范内容到扩展的计算机模拟,得到系统训练和全面发展。

医用物理学实验的内容分为定性和定量实验两大部分,定性实验主要通过物理量的测量和观察掌握基本的实验手段和测量方法;定量实验是在定性实验的基础上,运用所学的误差理论,通过实验数据的处理,最后用区间估计式的形式给出所测真值可能出现的范围和可信程度。对于医学生,以其应用目的分类,我们又把大学物理实验分成设计性实验、综合性实验、计算机模拟实验和生物医学应用实验四个部分。设计性实验是让学生通过学习误差理论,根据具体实验对误差限的要求,自行设计测量条件和数据处理方法。综合性实验则要求学生通过重复前人的实验,体会并验证物理学的原理、实验方法和测量技术。计算机模拟实验是将一些现代物理思想和高尖端技术在计算机平台上进行模拟和尝试,扩大物理学习的空间。生物医学应用实验则加强医学与物理学的联系和实际应用,培养学生用数理思想方法分析生命现象的能力。

二、医用物理学实验课的主要教学环节

医用物理学实验课分以下三个环节:预习、实验操作和实验报告。

第一个环节:做好预习。

在实验课上,学生必须独立进行实验操作,有些操作步骤必须由学生自己预先拟出;实验测得的数据也必须记录在自己预先设计好的“原始记录表”中。不做预习,或预习不充分根本无法进行正确的操作,在盲目的状态下甚至容易出现差错或事故。因此,课前预习的好坏是实验中能否取得主动的关键。一旦发现学生没预习或预习不充分,教师有权取消其进行实验的资格。具体预习要求如下:

(1) 仔细阅读实验讲义,对实验目的、实验原理要达到深入理解的程度。

(2) 对实验步骤不看讲义就能叙述出来。

(3) 熟练背诵出该实验的注意事项。

(4) 做好预习笔记,如要求进行实验设计,必须预先在实验笔记中做出,画好“初测记录表”,教师在课前要提问和逐个进行检查。

第二个环节:做好实验。

实验操作须在实验课堂上,在教师指导下由学生独立完成。要求学生到实验室后要遵守有关的规章制度,爱护仪器设备,注意安全。具体要求如下:

(1) 进入实验室,学生首先清理实验台和实验环境。

(2) 按讲义“实验器材”一栏清点实验仪器、设备。在教师提问并作简要讲解之后,方可动手熟悉仪器,如熟悉仪表的准确度、量程,熟悉仪器刻度、标记、端扭的作用,进行零点调节等。

(3) 按“实验步骤”进行操作。电学实验中,先将电源正极或电键断开,再连其他电路,经教师检查后,方可接通电路进行操作。

(4) 数据一定要填写到实验笔记正规的“初测记录表”和“实测记录表”中。测完所有的数据,经教师签字后,方可将实验台恢复到实验前的状态。

第三环节:写好实验报告。

学生在实验操作结束后,须写出总结性科学材料,即实验报告。实验报告既要清楚、整洁、重点突出,又要简明扼要。具体要求如下:

(1) 写明期、班、组、号及姓名和实验日期。

(2) 写明“实验名称”“实验目的”和“实验仪器”,“实验仪器”要写明量程和准确度。

(3) 用自己的语言,重点突出,简明扼要地写出“实验原理”。尽可能用公式、符号、线路图或装置图来描述。要重点突出,不要照抄讲义。

(4) 原始记录、数据处理和计算是实验报告的重要内容,要严格运用误差理论、有效数字和数据处理规则。

(5) 实验结束的讨论不勉强要求,可写出自己的心得、体会和创见,避免一般化。

三、物理实验操作提示备忘录

附 1. 电学实验的操作规程和安全知识

1. 准备 实验前先准备好数据表,并熟悉本组实验仪器。

2. 连线 根据电路图要求摆好元件位置(基本按电路图排列次序,但也要考虑到读数和操作的方便),然后开始连线,可利用不同颜色的导线来表示电位高低,以便于检查(例如,用红色接正极,用黑色接负极等),导线端头不要有毛散现象,所有的电源最后连入电路,教师同意接通电源前开关一定要断开。

3. 检查 接好电路后,先复查电路连接是否正确,再检查其他的是否都做妥,例如,开关是否断开、电表和电源正负极是否接错、量程是否正确、电位器的位置是否正确等,最后请教师检查,经同意后,才能接通。

4. 通电 在通电合闸时要密切注意仪表反应是否正常,并随时准备在异常时断开开关。

5. 安全 不管电路中是否有高压,要养成避免用手或身体接触电路中导体的习惯,并注意有些仪器须接地。

6. 归整 实验完毕,应将电路中仪器拨到安全位置,断开开关,经教师检查数据后再拆线,拆线时应先拆去电源,最后将所有仪器放回原处。

附 2. 怎样写实验报告

实验报告可分为三个部分:预习报告、实验记录和数据处理。

1. 预习报告 预习报告作为正式报告前面的部分,要求学生在正式做实验之前写好。内容包括:

(1) 目的:说明本实验的目标。

(2) 原理:在理解的基础上,用概括性文字和公式简要阐述本实验基本原理,切忌整篇抄书,力求做到图文并茂(图纸原理图、电路图或光路图)。

(3) 实验步骤:设计好实验进行的内容、顺序,写出简要的实验步骤。

2. 实验记录 先将实验的原始数据记录在专用的实验数据记录纸上,实验完毕之后再进行整理。内容包括:

(1) 实验器材:记录实验使用的主要仪器编号和规格,药品、溶液等耗材的种类和用量。

(2) 实验内容和现象的观测记录。

(3) 实验数据:数据记录应做到清晰整洁而有条理(不要用铅笔),尽量采用列表法。在根据数据特点设计表格时,力求简单直观,分类清晰,便于计算复核。注意:在标题栏中要注明测量物理量的单位;实验数据不得任意涂改。

3. 数据处理 这部分工作将在实验后进行,包括:

(1) 作图:按图解法的要求绘制实验曲线。

(2) 计算结果并进行误差分析:计算时要写出公式,再代入数据进行运算。误差分析要先写出误差公式,要有主要计算过程。

(3) 实验结果:规范化写出实验结果,必要时注明该结果的实验条件。

(4) 讨论:对实验中出现的问题和课后思考题进行说明或讨论,并写出实验心得和建议等。

实验报告要求字迹工整,书写清晰,数据记录规范,图表合格,叙述词语通顺,内容简明扼要。实验报告尽量用物理实验报告纸书写。

附 3. 实验报告格式

大学物理实验报告

实验名称			
班级		姓名	
指导教师		时间	
成绩		预习	
		纪律	
		操作	
		报告	
实验目的			
实验仪器			
实验原理			
数据表			
实验内容			
数据处理			
实验讨论			
教师评语	签字:		

第一章 误差理论与数据处理

任何科学实验都离不开定性的观察和定量的测量,而在一切定量测量中,结果都不可避免地存在着测量误差(measurement error),这就要求我们必须懂得:如何在对测量的误差限(error bound)要求下,选择合适的测量方法和适当的测量仪器;如何在测量中尽量减少误差;如何在测量中将得到的原始数据归纳、整理、处理;测量结束后,如何对测量结果的可信程度给出科学的估计并正确地表达出来。这些都要求实验者必须掌握有关测量误差的一些基本知识和必要的数据处理方法,这一点对医学生来说是至关重要的。

第一节 误差的基本概念

一、物理量的测量

测量是利用实验方法获得被测物理量数值大小的过程。测量的意义是将待测的物理量与一个选作标准的同类量进行比较,以确定它们之间的倍数关系。作为标准的同类量称为单位;倍数称为测量数值。因此,一个物理量的测量值就是测量数值与单位的乘积。物理量的大小是客观存在的,而选择不同的单位时,测量数值则有所不同。单位越大,测量数值越小,反之亦然。

根据《中华人民共和国计量法》规定,物理量的测量均以国际单位制(SI)为国家法定计量单位,即以米(m)、千克(kg)、秒(s)、安培(A)、开尔文(K)、摩尔(mol)、坎德拉(cd)作为基本单位。其他量都是由以上七个基本单位导出的,称为国际单位制的导出单位。

物理测量可以分为两类。一类是直接测量,用仪器仪表直接测得的量叫直接测量量,例如,用尺量长度,用表计时间,用天平称质量,用安培表测电流等;另一类是间接测量,根据直接测量所得到的数据,依据一定的函数公式,通过计算,得出所需要的结果,叫间接测量量,例如,直接测量出铜圆柱的质量 m 、高度 h 和直径 d 后,根据公式 $\rho = 4m/(\pi d^2 h)$,求铜圆柱密度。在物理量的测量中,绝大多数是间接测量,而直接测量却是一切测量的基础。

二、测量误差

物理学是一门实验性很强的科学,它的研究领域离不开对各物理量所进行的测量。我们把被测物理量客观存在的、确定的值称为该物理量的真值(actual value),记为 X 。把某次对它测量得到的值称为测量值,记为 x 。待测物理量的实际值和测量值之间总会存在某种差异,这种差异就称为测量误差。为了表示某一测量的好坏,我们把测量值 x 减去真值 X 的差,称为测量值 x 的绝对误差(absolute error),并记为 e ,即

$$e = x - X \quad (1.1)$$

当 $x > X$ 时, e 为正;当 $x < X$ 时, e 为负。 x 越远离 X , e 越大。所以绝对误差 e 有正有负,有大有小。这里注意, $X - x = -e$,即 $X - x \neq e$ 。

绝对误差 e 与真值 X 之比,即

$$\frac{e}{X} = \frac{e}{x - e} \approx \frac{e}{x} \quad (1.2)$$

称为测量值 x 的相对误差(relative error)。

绝对误差是有量纲的量,应写明具体的单位。相对误差无量纲,用百分数表示。所以绝对误差只能在量纲相同的测量之间进行误差大小的比较。相对误差可用于量纲不同的测量值之间误差大小的比较。例如,测量单摆的摆长 $l = 620.0\text{mm}$,绝对误差 $e = 0.1\text{mm}$,单摆周期 $T = 1.58\text{s}$,绝对误差 $e = 0.1\text{s}$,相对误差分别为

$$\frac{e}{l} = \frac{0.1}{620.0} = 0.061\%, \quad \frac{e}{T} = \frac{0.1}{1.58} = 6.3\%$$

可见,周期的相对误差比摆长的相对误差大得多。由 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$,得 $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$,因此用单摆法测重力加速度 g 时,为了获得较准确的 g 值,必须设法减少周期 T 的误差。

准确度对仪器仪表是一个重要指标,有刻度的仪器仪表的准确度是刻度最小分格表示的物理量,记为 Δx ,如米尺的准确度 $\Delta l = 1\text{mm}$,秒表的准确度 $\Delta t = 0.1\text{s}$ 等。下面以测一支铅笔的长为例,看看尺子的准确度与测量值的关系(表 1.1)。

表 1.1 尺子准确度与测量值的关系

仪器	准确度/mm	测量值/mm
皮尺	10	176
卡尺	0.1	176.18
量尺	1	176.2
千分尺	0.01	176.183

三、系统误差与偶然误差

物理测量是在一定的测量条件下进行的。所谓测量条件是指测量者、测量所用的理论公式、测量仪器、测量方法、测量环境等诸因素组成的测量系统。

1. 系统误差 在同一测量条件下,对某物理量进行无穷多次测量,会得到无穷多个测量值 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$,这群测量值称为该测量条件下的测量值总体(measurement population),记为 $[x]$ 。对总体求平均值称为总体均值(population mean),记为 μ 。

$$\mu = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_ix_i + \dots}{N} = E[x] \quad (1.3)$$

其中, m_i 是测量值 x_i 在总体中出现的次数; N 是总测次 ($N \rightarrow \infty$); $E[x]$ 表示对总体求平均。可以证明,测量系统越完善,总体均值 μ 就越接近真值 X ;反之,测量系统越粗糙,总体均值 μ 就越远离真值 X 。为了表征测量系统的好坏,我们把总体均值 μ 与真值 X 之差定义为系统误差(systematic error),记为 e_s ,即

$$e_s = \mu - X \quad (1.4)$$

其中,真值 X 是客观存在、确定不变的。测量系统确定,其总体均值 μ 也是确定的,也就是说,系统误差是测量系统中某些固定因素引起的,所以 e_s 的大小和方向(正负)是确定不变

的。造成系统误差的原因可以归纳为以下三个方面。

(1) 测量仪器的不完善,仪器不够精密或者安装调整不妥等。例如,仪器刻度不准,零点偏位,天平臂不等长,砝码未经校准,工作台不平或仪器倾斜等。

(2) 实验理论和方法的不完善,或忽略了某种固定因素的影响,所引用的理论与实验条件不符等造成系统误差。例如,用膨胀系数较大的金属尺子测木制实验台的边长,温度升高时尺子涨长,测量值都将偏小,总体均值也将随着偏小。又如,在空气中称量质量未考虑空气浮力的影响,量热时未考虑热量的散失,测电压时未考虑内阻对电路的影响,标准电池的电动势未作温度修正等。

(3) 实验者在生理或心理上的特点,以及缺乏经验等所引起的误差。例如,有的人眼睛辨色能力较差,有的人习惯从侧面斜视读数等,都会使测量值偏大或者偏小。

系统误差的特点是它的恒定性,是测量系统中某几个固定因素引起的,其大小和方向也是不变的。因此这种误差是不能用增加测量次数的方法来减小的,只能对测量系统的各个方面逐一进行研究,找出产生系统误差的原因,有针对性地进行改进。如以上例子中使用金属尺测量应在恒温下进行,使用秒表前要进行校准。另外,严格校正仪表的零点,可以消除零点不准所造成的系统误差。

在物理学实验中发现和消除系统误差非常重要,因为它常是决定实验结果准确程度的主要因素。能够产生系统误差的因素事先并不能都知道,如果处理不好,往往给测量结果带来重大影响,会成为测量的主要误差来源。因此,测量前应对测量系统的各个方面逐一进行研究,找出可能产生系统误差的因素,有针对性地进行改进。

2. 偶然误差 在同一测量条件下,对同一物理量进行重复多次测量时,尽管已经精心排除产生系统误差的因素,但每次测量结果并不都一样。例如,用秒表测单摆的周期,手按动秒表时,启动和停止都有一个反应时间,这个反应时间带有随机性,它主要来源于人们视觉、听觉和触觉等感官能力的限制以及实验环境中偶然因素的干扰,但如果进行足够多次的测量,就会发现这些数值遵循一定的统计分布规律,可以用概率理论来估算它。

测量过程中一些偶然的无法控制的随机因素引起的误差称为偶然误差(accidental error),它在数值上定义为测量值 x 减去总体均值 μ 的差,记为 e_r 。

$$e_r = x - \mu \quad (1.5)$$

显然,减少偶然误差的方法只能是增多测量次数并取平均值,用平均值代替测量值。

任何一次测量中,测量系统的恒定因素和随机因素都在起作用,所以任何一个测量值都同时含有系统误差和偶然误差,这也可由误差的表达式看出:

$$e = x - X = (x - \mu) + (\mu - X)$$

故

$$e = e_r + e_s \quad (1.6)$$

3. 过失误差 在物理测量中,会由于疏忽引起过失误差,即错误。例如,读数错误、操作错误、记录错误、估算错误等。过失误差不属于正常的测量工作范畴,应当尽量避免。克服过失误差的方法,除了端正工作态度,规范操作程序外,还可以用另一次实验的测量结果与之比较,以发现并纠正它,或者运用“异常数据剔除准则”来判别因过失而引入的异常数据,并加以剔除。

四、测量的精密度、准确度和精确度

当我们对测量结果进行总体评定时,一般都应该把系统误差和偶然误差联系起来看。精密度、准确度和精确度都是用来评价测量结果好坏的指标,但其含义各不相同,使用时应注意区别。

1. 精密度 表示测量结果中的偶然误差大小的程度。它是指在一定条件下进行重复测量时,所得结果相互接近的程度。精密度用来描述测量结果的重复性。精密度越高,测量数据的重复性越好,偶然误差越小。

2. 准确度 表示测量结果中的系统误差大小的程度,即用它来描述测量值接近真值的程度。准确度越高,测量结果接近真值的程度越高,系统误差越小。

3. 精确度 是对测量结果中系统误差和偶然误差的综合表述。它是测量结果的重复性以及接近真值程度的共同体现。对于实验和测量,精密度高不一定准确度就高;而准确度高,精密度不一定也高;只有精密度和准确度同时高时,精确度才高。

如图 1.1 所示,我们以打靶结果为例说明之。图 1.1(a)表示子弹相互之间比较靠近,但偏离靶心较远,即精密度较高而准确度较差;图 1.1(b)表示子弹相互之间比较分散,但没有明显的偏离倾向,故准确度较高而精密度较差;图 1.1(c)表示子弹相互之间比较集中,且接近靶心,精密度和准确度都很高,即精确度很高。

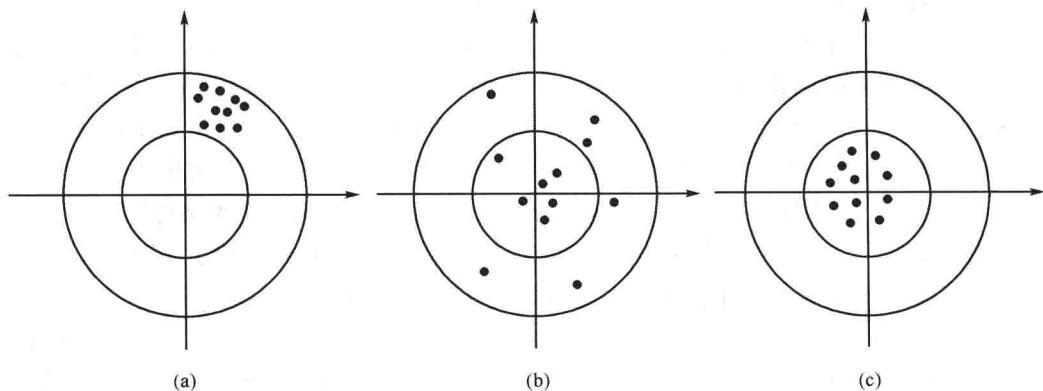


图 1.1 测量的精密度、准确度和精确度

(a) 表示子弹相互之间比较靠近;(b) 表示子弹相互之间比较分散;(c) 表示子弹相互之间比较集中

第二节 测量值总体的正态分布规律

一、测量值总体的正态分布

我们对某一物理量进行多次重复测量时,由于偶然误差的存在,所得各个测量值不尽相同,但测量值总体服从一定的统计分布规律,即正态分布(高斯分布)规律。如图 1.2 所示,横坐标为测量值 x ,纵坐标 $P(x)$ 为测量值 x 的概率密度函数,其数学意义为在单位区间内测量值 x 出现的概率,曲线称为测量值 x 的概率密度曲线(正态分布曲线),显然,图中阴影部分的面积等于测量值 x 在该区间内出现的概率,即

$$P = \int_{x_1}^{x_2} P(x) dx \quad (1.7)$$

根据概率理论,测量值 x 出现在区间 $(0, +\infty)$ 上是必然事件,所以

$$P = \int_0^{+\infty} P(x) dx = 1 \quad (1.8)$$

即曲线下的面积为恒量,等于 1,此系概率归一化条件。

这里,我们将系统误差和偶然误差分开,讨论单纯具有系统误差与单纯具有偶然误差的测量值总体的概率分布(probability distribution)。

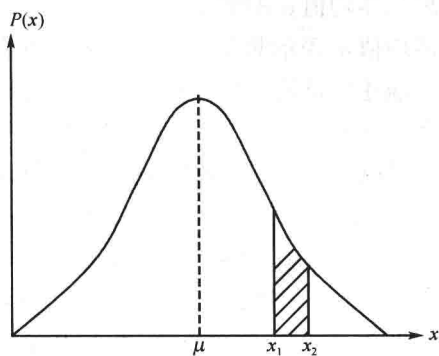


图 1.2 测量值总体分布规律

1. 系统误差测量值总体的分布 假定测量值的绝对误差全部由系统误差 $e_s = \mu - X$ 产生,偶然误差 $e_r = x - \mu = 0$, 即 $\mu = x$ 。这说明在此条件下,没有必要多次测量求平均,一次测量值 x 就等于总体均值 μ 。

2. 偶然误差的测量值总体分布 假定测量值绝对误差 $\varepsilon = x - X$ 全部由偶然误差 $\varepsilon_r = x - \mu$ 产生,系统误差 $\varepsilon_s = \mu - X = 0$, 即 $\mu = X$ 。这说明在此条件下,必须进行充分多次测量,以平均近似求得总体均值才能近似求得真值。

数理统计理论证明,单纯具有偶然误差测量值总体的概率密度函数是高斯正态分布,其概率密度函数为

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.9)$$

偶然误差总体的概率密度分布函数为

$$p(\varepsilon_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\varepsilon_r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.10)$$

两式中, μ 为测量值的总体均值; σ 为一个与实验条件有关的常数,称为标准误差(standard deviation)。这是测量值总体正态分布的两个特征值。

二、测量值总体正态分布的两个特征值

从式(1.9)和式(1.10)中可以看出,总体均值 μ 是概率密度分布曲线的对称轴(图 1.3),靠近总体均值 μ 的测量值 x 的概率密度大,即靠近总体均值的测量值出现的机会多;

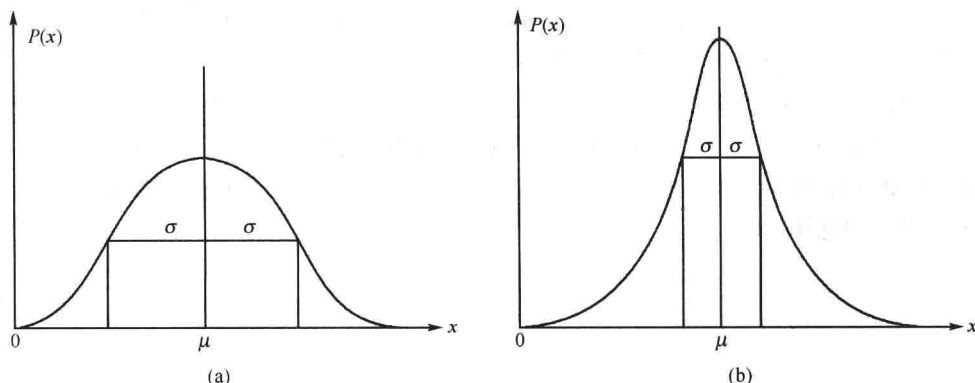


图 1.3 描述测量值总体的特征量

远离总体均值 μ 的测量值 x 的概率密度小,即远离总体均值的测量值出现的机会少。因此,总体均值 μ 表示测量值总体分布的重心,是描述测量值总体分布的一个特征量。

描述测量值总体分布的另一个特征量是标准误差 σ ,简称标准差。由式(1.9)可见,当标准差 σ 很小时, $P(x)$ 必很大,概率密度曲线中部将上升较高,由归一化条件可知,曲线两旁下降就越快,曲线变瘦,表示测量值分散性小。相反,如果 σ 很大,则 $P(x)$ 很小,曲线变胖,测量值分散度大。所以,标准差 σ 是表示测量值总体分散程度的量(图 1.3)。

一个测量值 x 的分散度可用 $x - \mu$ 表示。如果表示所有测量值的分散度,不能将所有的 $x_i - \mu$ 值一一相加,然后平均。因为测量值 x 分布在 μ 的两边, $x_i - \mu$ 有正有负,相加抵消,其和为 0,不能反映分散程度,所以必须把 $x_i - \mu$ 一一平方,去掉负号,相加平均,再开方得 σ 。

$$\sigma^2 = \frac{m_1(x_1 - \mu)^2 + m_2(x_2 - \mu)^2 + \cdots + m_i(x_i - \mu)^2 + \cdots}{\sum m_i} = E[(x - \mu)^2] \quad (1.11)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (1.12)$$

其中, m_i 是测量值 x_i 的个数; $\sum m_i$ 是总体的测量值个数。

测量值 x 总体的概率密度分布曲线(正态分布曲线)由中央的凸曲线和两侧的凹曲线组成, σ 正好对应曲线上的拐点。利用概率密度函数 $P(x)$ 可以计算测量值出现在任何区间 $(\mu - z\sigma, \mu + z\sigma)$ 内的概率 P :

$$P(\mu - z\sigma < x < \mu + z\sigma) = \int_{\mu - z\sigma}^{\mu + z\sigma} p(x) dx \quad (1.13)$$

其中, z 为置信系数; $\mu \pm z\sigma$ 为置信区间; P 为测量值出现在 $\mu \pm z\sigma$ 区间内的置信概率。测量值在 $\mu \pm \sigma$ 区间出现的概率为 0.683,在 $\mu \pm 2\sigma$ 区间出现的概率为 0.954,在 $\mu \pm 3\sigma$ 区间出现的概率为 0.997。

三、样本均值 \bar{x} 的总体分布

在测量值 x 的总体中,随机抽取 n 个测量值就组成一样本,对样本求均值就得到样本均值 \bar{x} ,即

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \quad (1.14)$$

其中, n 为样本内所含测量值 x 的个数,即样本的大小,又称为样本的含量(sample volume)。

测量值 x 的总体是无限的,因此可得到无穷多个含量为 n 的样本和样本均值 \bar{x} ,这无穷多个样本均值 \bar{x} 又构成一个新总体——样本均值总体,记为 $[\bar{x}]$ 。

例如,我们仍以单摆周期的测量值总体为例。在表 1.2 中,左侧方框中每一横行都是随机抽取容量为 10 的样本,样本均值分别列于右框(4.99, 5.00, 5.01, 4.95, 4.88, ...)。如果我们继续随机抽取容量为 10 的样本,并计算样本均值 \bar{x} ,使表 1.2 中右框的数值无穷多,就构成样本均值的总体 $[\bar{x}]$ 。