

姜玉宪 著

路径约束式预期控制



科学出版社

路径约束式预期控制

姜玉宪 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书或简称为路径控制,是一种按照路径约束改变或保持系统状态的、新的控制模式。把系统的状态变化率,而不是状态或状态误差,作为被控制变量,是有别于无路径约束控制模式的另一特点。无论线性或非线性控制系统、镇定或控制问题,用路径控制方法都可以得到解决,是路径控制的最大优点,而且路径控制系统具有性能不易变、响应快速、控制解耦、强稳定性等优点。

本书介绍路径控制有关概念、理论、方法以及验证范例。内容包括:路径约束式预期控制理念、路径约束式预期控制、指令路径、路径调控控制、单一指令路径控制系统、复合指令路径控制系统、单级可穿越指令路径控制系统、路径控制纲目等。路径控制具有许多特点,如理论简明易懂,方法简单实用,应用范围更广。

本书适合作为控制理论、制导与控制、飞行器总体论证等专业的博士、硕士研究生的参考书,也可供控制领域的科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

路径约束式预期控制/姜玉宪著. —北京:科学出版社, 2015. 6

ISBN 978-7-03-044737-1

I. ①路… II. ①姜… III. ①连续路径控制 IV. ①TP24

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第124382号

责任编辑:张海娜 刑宝钦 / 责任校对:胡小洁

责任印制:张 倩 / 封面设计:蓝正设计

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

三河市骏杰印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015年6月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2015年6月第一次印刷 印张:15 1/2

字数:312 000

定价:85.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

控制理论研究内容大致概括为三类:系统稳定性分析、系统镇定和系统控制。其中,系统稳定性分析有了较为完善的方法。实践中系统镇定多采用成熟的状态误差控制方法。相比之下,系统控制是指控制作用下系统状态大范围主动转移的非线性系统控制,尚处于学术研究阶段,研究成果还不能用来解决工程控制问题。所以,控制理论在工程实践中能够发挥作用的,仅局限于控制系统的稳定性分析与镇定。

当前,解决系统控制问题的思路大致有三种:一是某种指标函数的极值求解;二是系统镇定方法的延伸(相对固定平衡状态的镇定);三是指令跟踪(相对变化参考状态的系统镇定)。第一种研究思路把某种指标函数达到极值,当成求解控制的条件。后两种研究思路获取控制的追求目标都是系统相对平衡状态或变化的平衡(参考)状态的稳定性。无论哪种研究思路,解决系统控制问题的条件,都不包含保证始终可控的前提下,按照预期过程完成状态转移的路径约束,可以称为无路径约束控制模式。

属于第一种研究思路的具体方法是最优控制。最优控制,在学术上具有重大意义的研究成果是变分法和极大值原理。但该方法对数学模型的限制条件严苛,应用复杂,很难用于控制工程实践。后继研究很少,未能形成适合状态大范围转移的、实用的非线性控制系统综合方法。

属于第二种研究思路的具体方法有非线性系统的大范围线性化、非线性系统的解耦控制、微分几何控制理论等。难题是系统控制有界或运行能力受限,不一定连续可微,在千变万化的非线性微分方程条件下,如何保证系统稳定性的控制求解,目前尚未找到求解此类控制问题的数学方法。变结构控制方法虽然不需要求解非线性微分方程,但是利用到达条件求解出来的开/关型控制,不仅使系统抖振、应用范围受限,而且系统稳定过程不一定符合预期,求解控制原理存在缺陷。

指令跟踪用误差控制方法来实现。系统可以在误差控制指令的引导下,完成状态大范围转移。这种方法的难点是相对变化参考状态的稳定性,即对输入/输出稳定性的判断。输入/输出的稳定性比相对固定平衡状态的稳定性要困难很多。至于指令是如何来的、如何表达,系统的稳定性与运行能力有什么关系等,学术界没给予应有的关注。

总之,受非线性微分方程求解方法和研究思路的限制,控制理论目前不能给出解决系统控制问题的实用方法。

现实中,存在于社会以及工程实践中的控制系统原本都是非线性的,如运动体控制、工业控制、过程控制等。其中又以空间飞行器的星际飞行与自动交会对接,导弹的初、中、末制导,飞机自动起飞与着陆等运动体的控制最为典型。除了问题的局部可以处理成线性系统,就整体而言,没有一个系统是线性的。整体的系统控制,只能借助其他学科的概念、方法来解决,使相关自动控制技术变成现实。与以上获取系统控制的三种思路不同,实践中人们关心系统最优及稳定的同时,更重视保证始终可控的前提下,按照预期过程完成状态转移的“路径约束”。

路径控制是一种按照由状态变化速率形成的路径约束改变或保持系统状态的控制模式。与无路径约束控制模式相比,路径控制理念上的不同在于,无论线性或非线性系统、镇定或控制问题,系统都是按照路径约束,实现其状态转移并驻留或穿越目的状态,此路径约束称为指令路径。指令路径是由状态转移速率来描述并根据需求分析综合出来的,避免了求解非线性微分方程。路径调控是路径控制的另一个功能,是用指令路径为基准的路径误差以成熟的误差控制方法来设计的,其作用是使系统保持在指令路径上运行。这些措施取得了通过路径约束达到预期控制的效果,使复杂的动力学问题转变成近乎于运动学的问题。因此,路径控制使非线性系统控制问题的解决变得容易。

路径控制的理念来源于实践。本书试图将这种理念用控制理论的常用语言,概括成能用于工程控制实践的理论和方法。本书概要介绍了相关研究工作的一些基本研究结果:概念、理论和方法,初步实现了以上目标。但本书的研究工作是初步的,理论上的严谨性有待进一步提高,应用上对使用者实践经验的依赖性应尽量减少等。

本书在写作过程中,得到了赵霞、单鹤玲、李春旺、郑丽丽、刘赛娜、周尹强等的帮助,在此对他们表示感谢。另外,本书的出版还得到了北京航空航天大学吴云洁的大力支持,并且获得了虚拟现实与系统国家重点实验室及国家自然科学基金项目(91216304)的资助,作者在此深表感谢。

路径控制在某些定义、概念、方法上与成规存在差别,尤其对控制理论以及涉及的力学知识,认知上可能存在不足。作者诚恳期望读者提出指正、修改和补充意见,使路径控制得到进一步的改进与完善。

作者

2015年1月

目 录

前言	
第 1 章 路径约束式预期控制理念——控制理论发展现状与未来	1
1.1 引言	1
1.2 系统控制问题的表述	2
1.3 控制理论研究内容	6
1.4 控制理论发展现状	9
1.5 路径约束与系统控制模式	15
1.6 路径约束与系统可控性	18
1.7 路径约束式预期控制的组成要素	23
1.8 小结	26
参考文献	27
第 2 章 路径约束式预期控制	29
2.1 引言	29
2.2 系统控制问题的表述	30
2.3 系统状态转移与系统运行能力	33
2.4 指令路径及其属性	38
2.5 路径动力学方程	41
2.6 线性化路径动力学方程	44
2.7 路径调控控制	47
2.8 全息路径调控控制法	53
2.9 路径约束式预期控制方法	58
2.10 小结	60
第 3 章 指令路径	61
3.1 引言	61
3.2 指令路径的属性	61
3.3 指令路径的可实现性	65
3.4 指令路径的分析综合	69
3.5 单一指令路径的分析综合	75

3.6	复合指令路径的分析综合	78
3.7	随遇驻留目的状态指令路径	86
3.8	指令路径的分类	86
3.9	小结	87
第4章	路径调控控制	88
4.1	引言	88
4.2	路径调控控制问题的提法	90
4.3	路径调控控制的设计要求	93
4.4	控制动力学变指令路径配平调控	94
4.5	控制动力学常指令路径配平调控	100
4.6	路径动力学路径配平调控	103
4.7	路径动力学路径比例调控	106
4.8	随遇驻留路径比例调控	106
4.9	小结	107
第5章	单一指令路径控制系统(一)——路径控制在常见控制议题中的验证	108
5.1	引言	108
5.2	路径控制系统的快速性	109
5.3	路径控制系统性能的不易变性	120
5.4	路径控制的低速精确跟踪	131
5.5	非线性系统的路径控制解耦	136
5.6	滑模控制的疑难问题与解决方法	144
5.7	小结	159
	参考文献	159
第6章	单一指令路径控制系统(二)——飞机自动起飞/着陆高度路径控制	161
6.1	引言	161
6.2	系统运行能力分析	162
6.3	飞机自动起飞指令路径	164
6.4	飞机自动起飞路径调控	167
6.5	飞机自动起飞路径控制系统性能验证	172
6.6	飞机自动着陆路径控制问题的提法	175
6.7	飞机自动着陆指令路径的分析综合	176
6.8	飞机自动着陆路径调控	180

6.9 飞机自动着陆路径控制系统性能验证	182
6.10 小结	186
第7章 复合指令路径控制系统——飞机自动着陆空间运动路径控制	187
7.1 引言	187
7.2 自动着陆空间运动数学模型	188
7.3 飞机自动着陆空间运动复合指令路径	189
7.4 飞机自动着陆空间运动路径调控	194
7.5 飞机自动着陆空间运动路径控制系统性能验证	199
7.6 小结	202
第8章 单级可穿越指令路径控制系统——末制导问题的路径控制解读	203
8.1 引言	203
8.2 末制导问题及其数学模型	204
8.3 末制导系统的路径控制	206
8.4 异型攻击弹道末制导路径控制	214
8.5 末制导路径控制系统性能验证	217
8.6 小结	225
参考文献	225
第9章 路径控制纲目	227
9.1 引言	227
9.2 路径约束条件下的系统可控性	227
9.3 路径约束式控制模式	230
9.4 速度控制位置的预期控制方式	231
9.5 系统模型的路径动力学方程表示方法	232
9.6 控制分级设计法	236
9.7 路径控制的解耦性	237
9.8 需要进一步探讨的问题	238
9.9 结束语	240

第1章 路径约束式预期控制理念

——控制理论发展现状与未来

1.1 引言

1.1.1 控制论的历史使命

系统工程、云计算、经济调控等一些术语在媒体出现频率的增加,说明系统论、信息论与控制论三位一体的科学认知论和方法论,已经为人们所接受,并广泛地用在了社会和工程实践中。

系统论认为:客观世界是以物质、能量和信息相互作用所形成的系统而存在的。人们认知世界和处理事物必须从与之相关联的全局出发,统筹安排、协调一致地去应对。系统的协调运行,一是靠系统各组成之间物质和能量的交换;二是靠信息的相互传递和响应。

信息是系统各组成之间的联系纽带,又是协调各组成之间运行规律的指令。信息论给人们阐明了信息的属性、表述方法,提供了信息获取、处理、传输、使用的方法和技术。以信息作为切入点,为人类影响系统的运行创造了条件。

控制论的历史使命应该是,在系统论和信息论奠定的理论、技术基础之上,为人类寻求控制或影响系统运行的控制理念、理论,尤其是可行而有效的方法。这里的系统应该包含与人类活动相关的,所有自然的、人类社会的广义系统以及工程系统等。

1.1.2 控制理论发展现状

带有哲学意涵的控制论,确实朝着这样一个目标做了大量的研究工作。结合工程实践发展起来的经典控制理论(或称为调节原理),形成了一系列行之有效的控制方法。其中一些为工程技术人士所采纳,真实地用在了生产、军事、交通等方面。为促进社会文明和生产力的发展做出了贡献。与此同时,应用数学与经典控制理论的部分概念、方法相结合,发展成为现代控制理论。尝试用更为严谨的数学方法求解控制工程问题。著作、文章不计其数,学术上成就卓著。就研究观点、方式、方法而论,现代控制理论强调理论及方法的系统、严谨、整齐划一,具有显明的应用数学研究特征。这些理论以及相关概念,在认知广义系统控制、工程系统控制中发挥了作用。

然而,控制理论发展现状并非尽如人意。其中最大的不足,莫过于缺少具有普适性的、有效的解决非线性系统控制问题的方法。相关研究尚处于理论研究阶段,其研

究成果还不能用来解决实际问题。现实中,存在于社会以及工程实践中的控制系统原本都是非线性的。除了问题的局部能处理成线性系统,就整体而言,只能借助实践经验,结合相关学科概念和方法去解决。控制理论在实践中能够发挥作用的,基本上限于稳定性分析与镇定。

控制理论发展现状的另一个不足是,对广义系统工程(如人文、经济、金融、环境等)的研究较少。就控制论的一般原理和方法而论,广义系统及工程系统动态变化过程的控制问题应该是相通的。现实是控制理论的研究对象(尤其应用研究)基本是工程控制系统,涉及广义系统的研究少。现实的成因主要是学科不同造成的对问题的数学描述形式以及解决问题的思路、方式、方法不同。其次是广义系统大多涉及人文社会科学,与主观意识相关联,比工程控制系统运行机理复杂,建模困难。控制理论发展过程中形成的传统做法,如数学描述、名词、术语等,难以与广义系统控制相适应。

1.1.3 控制理论发展未来

本书的写作目的是,试图改变控制理论发展现状,为人类寻求控制或影响系统运行的控制理念、理论,尤其是可行而有效的方法。本章分析此不足形成的原因,借助实践经验和相关学科的概念和方法,提出解决问题的思路,弥补缺憾,寻求控制理论发展的未来。为此,本章将按顺序讨论以下内容。

- (1) 约定系统控制问题的表述。
- (2) 介绍控制理论研究内容。
- (3) 综述控制理论发展现状并分析不足形成的原因。
- (4) 进而引申出系统路径约束控制模式。
- (5) 定义系统路径约束可控性。
- (6) 提出路径约束控制理念。

至于控制理论发展现状的另一项不足,专家、学者早已意识到了问题的存在,并努力改变这种状况。展望未来,总有一天会看到控制理论的研究思路、方式、方法等,有可能以“大数据”的数学描述形式,延伸到广义控制工程中。

1.2 系统控制问题的表述

本来控制理论发展过程中形成了业内公认的名词术语、数学描述方法,看似不必重提这些内容。但是,由于观察问题的观点不同、解决问题思路的差别,业内公认的个别名词术语、数学描述方法,不便于用来表述路径控制的思想,只得改变或新增。传统的、改变了的、新增的串在一起,希望形成对问题叙述、求证、解决等较为一致的语言标准。

1.2.1 控制动力学系统

定义 1.2.1 控制动力学系统。

以一定的机制联系在一起的,其整体动态运行状况可以用一组实变量描述,且可用人为的控制作用来掌控的集合体,称为控制动力学系统,或简称为系统,如大到国家、城市,小至工厂、学校,复杂到弹道导弹防御系统,简单至伺服系统等,都是典型的控制动力学系统。

控制动力学系统由被控对象和控制功能实体组成,控制功能实体又由目的要求制定,信息获取与处理,决策与指令形成,控制指令执行等环节组成。如图 1.2.1 所示。

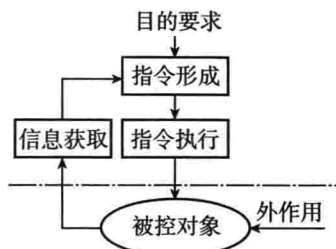


图 1.2.1 控制动力学系统功能组成

1.2.2 控制动力学系统的类型

控制动力学系统包括广义系统(社会科学、自然科学等)及工程系统。一般来讲,不管哪种类型的系统,其运行机制、系统性质,以及控制作用影响系统运行的机理等都是相通的。就控制论的研究对象而言,应该适用于所有类型的系统。但当前控制理论能研究的对象,大多是工程系统中的控制问题,如运动体控制、工业控制以及过程控制系统等。

1.2.3 控制动力学系统的性质

控制动力学系统,一般应具有以下主要性质。

- (1) 独立性(相对其他系统的整体性)。
 - (2) 分散性(系统各组成之间主次有序,各司其职,快慢有别的个体性,以系统变量来表述)。
 - (3) 非线性(包括系统运行能力和控制的有界性、系统模型的非线性及非连续可微等,现实中不存在真正的线性系统)。
 - (4) 可控性(控制动力学系统的控制具有影响系统运行的能力,不具有影响系统运行能力的动力学系统,不属于我们论述的控制动力学系统范畴)。
 - (5) 信息可测性(控制系统具有为形成控制指令,获取所需信息的能力,不同于传统意义上的可观测性)。
 - (6) 受扰性(系统总会受到外部干扰的影响,不可能与外界绝缘)。
 - (7) 时变性(系统结构组成、运行环境等,随时间 t 的变化而变化,不是一成不变的)。
 - (8) 不确定性(包括系统模型及外部影响的不确定性)。
- 其中,可控性及系统运行能力和控制的有界性,以下将给予特别关注。

1.2.4 控制动力学系统模型

定义 1.2.2 控制动力学系统模型。

表示图 1.2.1 中系统变量 x 、控制 u 、外部干扰 v 之间的动力学关系的数学表达式,称为控制动力学系统模型或控制动力学系统方程。

它与系统的运行机理、研究的目的、代表系统运行状态的变量选择等相关,不是唯一的。对于控制理论的传统研究范畴(工程控制),当系统变量同时是时间和空间的函数时,系统的运行动态过程用偏微分方程来描述,如气象学、流体力学、弹性体力学等。此类系统称为分布参数系统。工程研究中采用有限元方法,将偏微分方程离散为二阶有限维常微分方程组。此类问题的研究控制理论界少见。在系统变量只是时间函数的条件下,系统的动力学特性可以用一阶常微分方程组(或差分方程组)来描述,称之为“系统状态方程”,即

$$\dot{x} = f(x, u, v, t), \quad x(t_0) \quad (1.2.1)$$

式中,向量 $x \in \mathbf{R}^n$, $x \subseteq X$ 称为系统变量(现代控制理论中称为状态), X 为 x 的取值域;向量 $u \in \mathbf{R}^m$, $u \subseteq U$ 为控制, U 为 u 的取值域;向量 $v \in \mathbf{R}^r$, $v \subseteq V$ 为影响系统状态转移的系统外作用, V 为外作用的取值域(即外作用对系统影响的能力限制); t 为时间变量,单位为 s; $f(\cdot) \in \mathbf{R}^n$ 为实函数向量。控制动力学系统模型表达了控制动力学系统应具有的性质。现代控制理论将其称为系统状态方程。

1.2.5 系统状态方程

定义 1.2.3 系统状态。

反映系统运行状况的向量描述函数:

$$y = g(x) \in \mathbf{R}^l$$

称为系统状态(类似于控制理论的系统输出,但比系统输出更为抽象、概念化)。 $y = [y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_l]^T$ 中的 $\{y_i\}_{i=1}^l$ 称为第 i 状态变量。现代控制理论称其为系统输出。

系统状态是对系统运行状况的宏观描述,是最容易认识到的该系统的特征量。例如,人类社会发状态变量的变量 y_i ,可以是生产力、生产关系、精神文明、物质文明、社会稳定程度等标志性指标;飞机的飞行状态可以用动压表示,它包含了高度、飞行速度两种因素,也可以用飞机相对地面坐标系的位置来代表;股市行情的状态变量可能选择为股市指数、成交量等。系统状态,比起已有称谓“系统输出”,更适合路径控制理念、理论、方法的表述。

虽然系统状态及系统变量同是耦合在一起的系统属性表征,但系统状态与系统变量的主次不同、快慢有别。系统状态是变化缓慢的系统主体属性。系统变量是具有与系统状态同等或较高变化频率的辅助系统属性。系统变量的维数,随研究着眼

点的不同而不同,不是一成不变的。

一般情况下, $m \geq l$, 即控制向量的维数大于状态向量的维数。当 $m > l$ (工程上称为余度技术) 时, 处理的方法是按控制效果最佳原则, 将 u 分配为 l 组, u_i 分别对应状态变量 y_i 。所以可认为 $m = l$ 。

定义 1.2.4 系统初始状态和目的状态。

初始时刻 t_0 的系统状态称为系统初始状态, 记为 $y(t_0)$ 。系统运行目的状态是在控制 u 的影响下, 期望在 $t: [t_0 \sim t_f]$ 期间, 系统由 $y(t_0)$ 经过状态转移后, 时刻 t_f 到达的状态(见第5章和第6章), 记为

$$y_0(t_f) = g(x_0) \quad (1.2.2)$$

类似(但不完全相同)于经典控制理论中的系统输入。

目的状态可以是确定的, 也可以是变化的。然而与系统运行状态的变化速率相比, 目的状态的变化速率应小得多, 即

$$\dot{y}_0 \ll \dot{y} \quad (1.2.3)$$

式(1.2.3)表明, 相对系统运行状态, 目的状态的变化应当缓慢, 更不可朝令夕改。否则, 将导致系统运行的紊乱。系统到达目的状态的时间 t_f 是确定的也可以是变化的。

定义 1.2.5 目的距离和状态转移路径。

系统由 $y(t_0)$ 向 $y_0(t_f)$ 转移过程中, 当前状态 $y(t)$ 与目的状态 $y_0(t_f)$ 的差别, 即

$$d(t) = [d_1(t) \quad d_2(t) \quad \cdots \quad d_l(t)]^T = y_0(t_f) - y(t)$$

称为目的距离。

系统状态转移路径定义为

$$\dot{y}(d) = [\dot{y}_1(d) \quad \dot{y}_2(d) \quad \cdots \quad \dot{y}_l(d)]^T$$

它描述了状态转移速率 $\dot{y}$ 的大小、变化快慢, $\dot{y}_i$ 与 $\dot{y}_j$ 之间的大小搭配, 与目的距离 d 之间的函数关系。

定义 1.2.6 系统输入及系统平衡状态。

系统输入是经典控制理论中出现过的专业术语, 是系统运行所遵照执行的指令, 或希望系统驻留的状态, 即目的状态。现代控制理论大多指定输入为零态。

系统平衡状态

$$\dot{x} = f(x, u, v, t) \Big|_{u=0} = 0$$

所对应的系统状态为

$$y_B = g(x \Big|_{x=0, u=0})$$

系统变量为零(即 $x=0$)的状态, 不一定是平衡状态。

定义 1.2.7 系统状态方程。

将控制动力学系统模型(式(1.2.1))和系统运行状况描述函数 $y = g(x)$ 结合在一起的, 描述系统状态 $y(t)$ 动力学特性的数学模型:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, v, t), & x(t_0) \\ y &= g(x), & y(t_0) \end{aligned} \right\} \quad (1.2.4)$$

称为系统状态方程。

1.3 控制理论研究内容

1.3.1 研究内容划分

把控制理论研究内容粗略地划分为系统稳定性分析、系统镇定(调节或调控)、系统控制以及系统可控性。从应用的角度,对系统稳定性分析、系统镇定、系统控制的含义分别进行如下界定。

(1) 系统稳定性分析,如何判断系统相对平衡状态 y_B 的稳定性。

(2) 系统镇定,如何使系统稳定于平衡状态 y_B 。

(3) 系统控制,如何使系统离开平衡或非平衡的初始状态 $y(t_0)$,经过大范围(以系统特性变化的大小,而不是状态变化的数值来衡量)状态转移,到达平衡或非平衡的目的状态 $y_O(t_f)$ 。

各含义分别示意于图 1.3.1~图 1.3.3。图中符号 $y(t_0)$ 、 y_B 、 $S_{\delta B}$ 、 S_{LB} 、 S_g 分别表示系统初始状态、平衡状态、 y_B 的小邻域、 y_B 的有限邻域、 y_B 的大邻域,它们都包含在与 X 对应的状态空间之中。为了确切地给出系统稳定性分析、系统镇定、系统控制的定义,将 $S_{\delta B}$ 、 S_{LB} 、 S_g 的含义分别明确如下。

(1) $S_{\delta B}$ 是与 y_B 近似相等的状态子空间(只是存在工程上允许的状态误差)。

(2) S_{LB} 是与 y_B 系统特性近似相同的状态子空间。

(3) S_g 是与 y_B 且彼此之间系统特性处处不同的状态子空间。

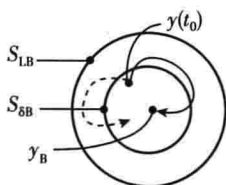


图 1.3.1 稳定性分析图示

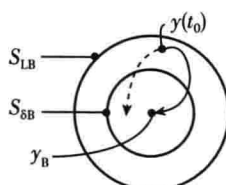


图 1.3.2 系统镇定图示

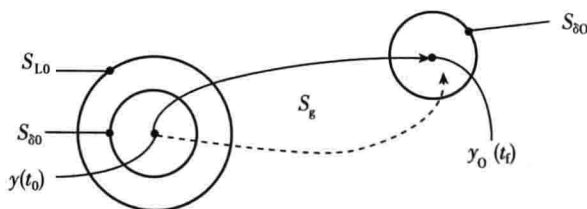


图 1.3.3 系统控制图示

$y_0(t_f)$ 、 $S_{\delta 0}$ 分别表示系统目的状态、 $y_0(t_f)$ 的小邻域。它们同样包含在与 X 对应的状态空间之中。进而可明确系统稳定性分析、系统镇定、系统控制的具体含义。

系统可控性是指实现对系统镇定和控制的条件是否客观存在。

1.3.2 稳定性分析

定义 1.3.1 系统稳定性分析。

系统稳定性分析是以系统状态方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, v, t), & x(t_0) \\ y &= g(x), & y(t_0) \end{aligned} \right\}$$

为依据,确定偏离了 y_B 尚且未越过 $S_{\delta B}$ 的系统状态 $y(t_0)$,是否能靠 $t > t_0$ 之后的动能变化所形成的动态过程 $y(t)$ (类似于动力学系统,只是位移引起的势能初值,而动能初始为零的条件下,所形成的动态过程),自行($u=0$)停在 $S_{\delta B}$ 、进入 $S_{\delta B}$ (图 1.3.1 中虚线),或到达 y_B (图 1.3.1 中实线)。

举一个具体的例子,用来说明系统稳定性分析有关名词、术语的具体含义。图 1.3.4 表示一个滚动在凹凸不平地面上的圆球 M ,以及球的滚动方向 x_1 上的地形剖面图。高度 h 与 x_1 的关系表示为 $h=f(x_1)$ 。 $f(x_1)$ 不一定是 x_1 的解析、连续可微函数; X 是 x_1 的取值域; g 和 $|u| \leq U$ 分别是圆球的重力加速度和控制力产生的控制加速度。

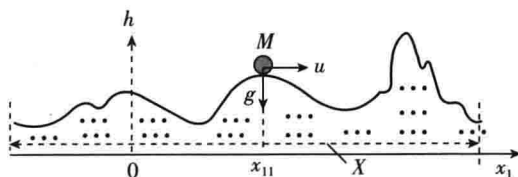


图 1.3.4 滚动在凹凸不平地面上的圆球 M

M 的运动动态过程,用以下常微分方程组描述,即

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= (-g \sin \alpha - \rho x_2 + u) \cos \alpha \\ y &= x_1 \end{aligned} \right\}$$

式中

$$\alpha = \arctan \left(\frac{dh}{dx_1} \right)$$

$-\rho x_2$ 代表与运动方向相反的阻力, y 表示 M 的位置状态,如图 1.3.5 所示。

分析以上系统圆球运动的稳定性,需明确平衡状态。在 x_1 的取值域 X 内,平衡状态不止一个,但 $x_1=0$ 不是。对于 x_{11} ,有

$$u=0, \quad x_2=0$$

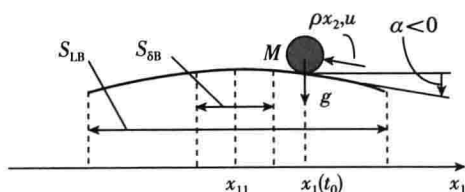


图 1.3.5 系统稳定性分析与系统镇定的状态变化范围

且因 $\alpha=0$, 有

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ (-g \sin \alpha - \rho x_2 + u) \cos \alpha \end{bmatrix} = 0$$

故 x_{11} 为平衡状态。图 1.3.5 中 M 的稳定性分析, 需要确定偏离了 x_{11} 但未越过 $S_{\delta B}$ 的系统状态 $y=x_1$, 且在

$$x(t_0) = \begin{bmatrix} x_1(t_0) \\ x_2(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} \pm \Delta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta < 0.5 S_{\delta B}$$

的条件下, 靠 $t > t_0$ 之后的动能变化所形成的动态过程 $y(t) = x_1(t)$, 能否自行停在 $S_{\delta B}$ 、进入 $S_{\delta B}$, 或到达 x_{11} 。

与传统说法相比, 不同之处在于: 第一, 系统模型不同。传统说法的系统模型为 $\dot{x} = f(x)$, $f(0) = 0$, 它与这里所说的系统状态方程相去甚远, 而且指定 $x=0$ 为平衡状态 x_B 。系统模型缺乏一般性, 理论的应用必然受限。第二, 传统是以 $x(t_0)$ 偏离了 x_B 之后动态过程 $x(t)$ 的特性, 评价系统的稳定性。 $x(t_0)$ 不同于 $y(t_0)$, $x(t_0)$ 可能导致类似力学系统的势能变化, 也可能有动能变化。如此, 难免 $t > t_0$ 之后的动态过程 $y(t)$ 由于初始动能不确定, 而影响稳定性判断。

1.3.3 系统镇定

定义 1.3.2 系统镇定。

系统镇定是以系统状态方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, v, t), & x(t_0) \\ y &= g(x), & y(t_0) \end{aligned} \right\}$$

为被控对象, 求解使处于 S_{LB} 的系统, 在有限的时间 $t_L = t_0 \sim t_f$ 之内, 从初始状态 $y(t_0)$ 进入 $S_{\delta B}$ (图 1.3.2 中虚线), 或到达 y_B (图 1.3.2 中实线) 的控制 u 。

对应图 1.3.5 中的同一个例子, M 运动的镇定问题, 是求取控制 u 使处于 S_{LB} 中的 M , 从初始状态 $x_1(t_0)$ 进入 $S_{\delta B}$, 或到达 x_{11} 。

1.3.4 系统控制

定义 1.3.3 系统控制。

系统控制是以系统状态方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, v, t), & x(t_0) \\ y &= g(x), & y(t_0) \end{aligned} \right\}$$

为被控对象,求取控制 u ,使系统在有限的时间 $t_L = t_0 \sim t_f$ 之内,由 $y(t_0)$ 出发,穿越 S_{δ_0} 、 S_{L_0} 、 S_g ,进入 S_{δ_0} (图 1.3.3 中虚线),或到达 $y_0(t_f)$ (图 1.3.3 中实线)。

与图 1.3.6 相对应, M 运动的控制问题,是求解使系统由 $x_1(t_0) \subset X$ 出发,穿越 S_{δ_0} 、 S_{L_0} 、 S_g ,进入 S_{δ_0} ,或到达目的状态 $x_{10}(t_f) \subset X$ 的控制 u 。

与稳定性分析、系统镇定不同, S_g 中可能有若干平衡状态,如 x_{12} 、 x_{13} 等,也可能存在 $h=f(x_1)$ 不连续的状态(即 $\frac{dh}{dx_1} \rightarrow \infty$),如 x_{14} 。如果 $U < g$,能否使 M 到达目的状态,则要看目的状态选定的具体位置而定。图 1.3.6 中的 $x_{10}(t_f)$,必须穿越不连续状态 x_{14} ,不可能达到控制的目的。如果图 1.3.4 中凹凸不平的地面是三维的,绕道而行,在 $U < g$ 的条件下,也许可能到达 $x_{10}(t_f)$ 。 S_g 中系统特性处处不同,我们处理系统控制问题,必须弄清系统运行环境特点。

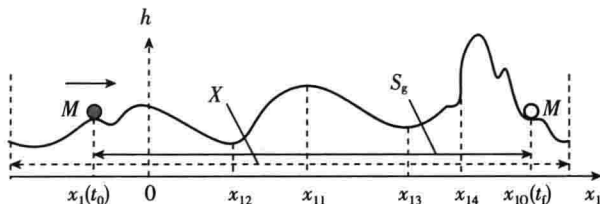


图 1.3.6 系统控制问题状态的变化范围

总之,稳定性分析、镇定、控制,系统状态的运行范围不同,解决问题的目的要求也不同。我们应该干些什么、能干些什么、如何去干,需要加以区分。

1.3.5 系统可控性

定义 1.3.4 系统可控性。

系统可控性研究,是以系统状态方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, v, t), & x(t_0) \\ y &= g(x), & y(t_0) \end{aligned} \right\}$$

为依据,提供能否求解到满足镇定和控制要求的控制 u 的判断准则。或者说,系统可控性的研究目的是,确定求解到如此一个控制 u 的充分必要条件是否客观存在。

1.4 控制理论发展现状

1.4.1 稳定性分析

系统稳定性分析是控制理论发展过程中最基本的内容。其中,线性控制系统的