

题海战“数”

概率论与数理统计（数三）

全国硕士研究生入学统一考试研究委员会◎编著

购书 **三重**
大礼

1. 3400元名师课程
2. 海量增值资料下载
3. 考研单词周周测

题海战“数”

概率论与数理统计(数三)

全国硕士研究生入学统一考试研究委员会◎编著

世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计. 数三 / 全国硕士研究生入学统一考试研究委员会编著. —北京: 世界图书出版公司北京公司, 2013.6(2014.3 重印)

(题海战“数”)

ISBN 978-7-5100-6301-5

I. ①概… II. ①全… III. ①概率论-研究生-入学考试-习题集 ②数理统计-研究生-入学考试-习题集 IV. ①O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 111318 号

题海战“数”·概率论与数理统计(数三)

编 著: 全国硕士研究生入学统一考试研究委员会

责任编辑: 夏 丹 孙志荣

装帧设计: 中公教育设计中心

出 版: 世界图书出版公司北京公司

出 版 人: 张跃明

发 行: 世界图书出版公司北京公司

(地址: 北京朝内大街 137 号 邮编: 100010 电话: 64077922)

销 售: 各地新华书店

印 刷: 三河市祥达印刷包装有限公司

开 本: 850 mm×1168 mm 1/16

印 张: 13

字 数: 250 千

版 次: 2013 年 9 月第 1 版 2014 年 3 月第 2 次印刷

ISBN 978-7-5100-6301-5

定 价: 39.00 元

版权所有 翻印必究

高分秘笈——题海战“数”

考研数学要求考生系统理解数学的基本概念和基本理论,掌握解答数学的基本方法,具备抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、运算能力、综合运用知识分析和解决问题的能力。这些都是考研数学的基本要求。

然而,在考研起点,不乏“谈‘数’色变者”;在考研终点,也总有“因‘数’兵败者”。在漫漫考研征途中,不少考生因数学而步履维艰。基于此,全国硕士研究生入学统一考试研究委员会在多年研发的基础上,在总结历年考生备考数学的难点问题上,特提出“题海战‘数’”的理念,并出版相关系列图书8本。本丛书立足多年考研真题,透析命题规律,预测命题趋势,全面系统地分析考研知识点,深入浅出地巧解考生疑问。

“题海战‘数’”系列丛书囊括了专家们精心筛选的经典题目,并且给出了详细解析,有些题目做到一题多解。其解题方法均是由全国硕士研究生入学统一考试研究委员会的专家在深入研究考试大纲和历年真题的基础上总结出来的,具有独到之处,解题快捷简便。同时,让考生对题目考查的知识点透彻理解,达到触类旁通、举一反三的效果。帮助考生夺取数学高分,是本丛书的宗旨!

高分秘笈一 夯实基础

数学是一门逻辑性极强的演绎科学,考生只有对基本概念深入理解、对基本定理和公式牢牢掌握,才能找到解题的突破口和切入点。因此,考研复习要全面夯实基础知识,重点弥补薄弱环节。

高分秘笈二 综合运用

从对历年考研数学真题的研究得出,除完全基础性的送分题外,知识点的融合与延展性是试题最重要的特点之一,也是最能影响考生分数的地方。

考试中一些稍有难度的试题对知识点综合考查的要求比较高。近几年,在填空题和选择题中均出现了一道题目对几个知识点糅合考查的情况。对于这类综合型的题目,首先,考生要了解各个知识模块的内部联系、应用的前提条件及前后知识的逻辑顺序;其次,考生要不断积累解题经验,总结并归纳解题思路、方法和技巧,在考试时才能够较快找到突破口。

高分秘笈三 加强训练

考生在复习数学时常常遇到的问题是,如何夯实基础知识?如何应用所学的知识找到解题的突破口和切入点?如何不断提高自身的解题效率,最终实现又快又准?这些问题的解决途径只有一个,即做习题。

考生通过对题目的训练,能够总结出同一考点不同题型的考查方式,扩展自己的视野和思路,比较各种解题方法的特点和适用范围,熟练掌握解题技巧,并在练习中形成自己的一套解题方法。同时考生通过做习题可以进行解题能力和解题速度的训练,提高应试水平。

高分秘笈四 查漏补缺

“木桶效应”告诉考生要找出自己的短板并加以补齐。考生只有找出自己的“短板”,查漏补缺并多下功夫,才能迅速提高分数。查漏补缺需要结合考试大纲,对照大纲多做习题,了解哪些知识点没有掌握,并针对这些知识点加以巩固。本丛书将各科的知识板块进行划分,帮助考生更加有针对性地训练、提升、查找遗漏知识点。

山不在高,有仙则名;水不在深,有龙则灵;书不在多,有心则精。上述四个高分秘笈,再配之以“题海战‘数’”,能够使考生在面对数学题目时不再茫然失措、无从下手,从而轻松通往考研成功之路!

本套丛书特色简介

“题海战‘数’”系列丛书共8本,根据考研数学的具体情况,针对不同的学科进行细致分类,分别是:《题海战“数”·高等数学(数一)》、《题海战“数”·高等数学(数二)》、《题海战“数”·微积分(数三)》、《题海战“数”·线性代数(数一)》、《题海战“数”·线性代数(数二)》、《题海战“数”·线性代数(数三)》、《题海战“数”·概率论与数理统计(数一)》、《题海战“数”·概率论与数理统计(数三)》。

本丛书严格按照考试大纲划分章节,考点覆盖全面。每一章都分为知识结构、高频考点、专项训练三部分。本丛书是市面上唯一一套按照学科分类的考研数学辅导丛书,目的是为了考生根据自己对各个学科掌握程度的不同,而有针对性地选择备考图书,从而高效复习。本丛书不仅在质量上精益求精,还在内容设计上独具特色。主要体现在以下四个方面:

特色一 知识结构——结合考试大纲 系统梳理考试内容

本丛书结合最新的考试大纲、教材、历年真题等权威参考资料,对知识点进行了全面的梳理,每一章都设置了考点知识结构图。既方便考生快速查找知识点,又可以起到全面总结的作用,能够帮助考生在做题中归纳总结,从整体上进一步理解并彻底明确知识点的纵向与横向联系,从而在理解的基础上灵活运用、触类旁通。

特色二 高频考点——源自典型题目 深入研究考试重点

本丛书结合最新考试大纲及历年数学考试真题,对重点考查的知识做了简洁而高效的总结,在每一章均设置了高频考点,将历年考试频率较高的知识点罗列出来。方便考生记忆,节约复习时间,提高复习效率;同时给考生指出了每章的复习重点,帮助考生明确每章的复习方向。

特色三 多年真题——立足历年真题 准确把握考试脉搏

真题是认知考试的最好载体,它反映了考试的难度和命题人的思路。本丛书通过对近几年考研数学真题的精心筛选,选取最具代表性的题目融入对应的各个章节,力求全方位帮助考生吃透考点、把握考试脉搏,击破难点,培养考生举一反三的能力。

特色四 加“星”题目——针对不同层次 明确区分难易程度

个人能力有高下之分,考试题目有难易之别。为了方便考生有针对性复习,专项训练中,题目按照题型划分为选择题、填空题、解答题,每一道题目都添加了“星”,用以表示题目的难易程度,考生可以根据实际情况,有选择地进行训练。同时,本书将同一知识点不同的考查方式全部呈现在考生面前,通过对不同考查方式的纵向比较,充分体现出试题千变万化,万变不离其宗的特点。

希望本丛书能够帮助考生攻克考研数学的难关,实现梦想。本丛书在编写过程中,尽管尽心、尽力、尽责,但书中难免存在失误和有待商榷之处,欢迎广大读者朋友批评指正。

全国硕士研究生入学统一考试研究委员会
二〇一四年三月于北京

2005年~2014年考研数学(三) 考情分析

本书结合考研数学(三)的最新考试大纲,通过对2005年~2014年10年考研数学(三)真题的分析与研究,给出了近十年考研数学(三)真题的具体考点,可以使考生清晰地了解考研数学(三)真题命题的题型、题量与高频考点.与此同时,能够让考生在全面复习的过程中,明确并强化重要知识点.

一、考试形式和试卷结构分析

根据最新的考试大纲,考生可以了解到以下信息:

考试形式和试卷结构

(一) 试卷满分及考试时间

试卷满分为150分,考试时间为180分钟.

(二) 答题方式

答题方式为闭卷、笔试.

(三) 试卷内容结构

微积分	56%
线性代数	22%
概率论与数理统计	22%

(四) 试卷题型结构

单选题	8小题,每题4分,共32分
填空题	6小题,每题4分,共24分
解答题(包括证明题)	9小题,共94分

【分析】通过试卷内容结构,可知微积分占的比重是最大的,几乎占了整套试卷题量的六成;线性代数、概率论与数理统计占的比重相同,大约各占两成的题量.因此,考生在备考数学(三)的时候,重点放在微积分上.

由于每部分考查内容在试卷中所占的比重与分值不同,因此考生通过对历年真题的深入分析(见表2~表7),可以在短时间内清楚了解历年考研数学(三)的命题趋势与考查重点.结合相应知识板块的备考策略,考生可以有目的、有针对性地复习数学,以取得事半功倍的效果.

二、历年真题题型、题量分析

表1是对2005年~2014年考研数学(三)历年真题的结构与题型、题量的分析情况汇总.

表1 2005年~2014年考研数学(三)试卷结构与题型、题量分布表

年份(年)	题量	结构		
		第一部分	第二部分	第三部分
2005	共计23道题	填空题	选择题	解答题
		共6道	共8道	共9道
2006	共计23道题	填空题	选择题	解答题
		共6道	共8道	共9道
2007	共计24道题	选择题	填空题	解答题
		共10道	共6道	共8题
2008	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2009	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2010	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2011	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2012	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2013	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2014	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道

【分析】从上表可以看出:2005年~2014年考研数学(三)的试卷包括选择题、填空题和解答题三大版块.除了2007年题量和题型的顺序有相对较大的变化以外,其他年份的题量均为23道题目.2008年以来的考研数学(三)的试卷题型、题量都稳定在这三大版块上,因此2015年考研数学(三)试卷的结构仍将会继续沿用这三大题型,且题量也将基本保持不变.

三、历年真题考点分析

2005年~2006年考研数学的题型顺序为填空题、选择题、解答题,但是从2007年开始,题型顺序发生变化,变更为选择题、填空题、解答题.下面的表2~表7依据学科(分为微积分、线性代数、概率论与数理统计)分别汇总了近十年考研数学(三)真题中每个题目所考查的知识点.表格中除了年份外,其他数字表示考研数学真题试卷中的题号.

表2 2005年~2006年考研数学(三) 真题微积分考点分布表

年份(年)	填空题	选择题	解答题
2005	1. 极限 2. 微分方程 3. 多元函数积分	7. 导数 8. 二重积分 9. 数值的敛散性 10. 函数的极值 11. 函数连续与有界	15. 极限 16. 偏导数 17. 二重积分 18. 幂级数 19. 介值定理
2006	1. 极限 2. 导数 3. 微分方程	7. 增量与微分的比较 8. 函数连续性 9. 级数的收敛性 10. 微分方程的通解 11. 函数的极值点	15. 极限 16. 二重积分 17. 函数的导数 18. 曲线方程 19. 幂级数

表3 2007年~2014年考研数学(三) 真题微积分考点分布表

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2007	1. 等价无穷小 2. 函数连续 3. 积分 4. 二重积分 5. 微积分的应用 6. 曲线渐近线	11. 极限 12. 高阶导数 13. 偏导数 14. 微分方程	17. 曲线的凹凸性 18. 二重积分 19. 介值定理 20. 幂级数
2008	1. 函数间断点 2. 定积分 3. 偏导数 4. 二重积分求偏导	9. 函数的连续性 10. 定积分 11. 二重积分 12. 微分方程	15. 极限 16. 偏导数 17. 二重积分 18. 连续函数、周期函数 19. 数列极限的应用
2009	1. 可去间断点 2. 等价无穷小 3. 积分的比较 4. 导函数与原函数的图像	9. 极限 10. 偏导数 11. 幂级数 12. 微积分应用	15. 二元函数极值 16. 不定积分计算 17. 二重积分计算 18. 拉格朗日中值定理、左极限、右极限 19. 曲线方程
2010	1. 极限 2. 微分方程 3. 极值 4. 初等函数的极限性质	9. 变上限积分 10. 曲线积分 11. 弹性的定义 12. 拐点	15. 求极限 16. 二重积分计算 17. 求极值 18. 积分、极限的性质 19. 中值定理
2011	1. 等价无穷小 2. 可导 3. 级数收敛性 4. 被积函数性质	9. 导数 10. 隐函数求微分 11. 求曲线的切线方程 12. 曲线积分	15. 求极限 16. 二阶偏导 17. 不定积分 18. 利用介值定理求方程解 19. 二重积分、微分方程

(续表)

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2012	1. 渐近线 2. 导数 3. 二重积分基本性质 4. 级数收敛性	9. 洛必达法则 10. 一阶微分 11. 可微定义、极限连续性 12. 曲线积分	15. 求极限 16. 二重积分计算 17. 导数的应用、求最值 18. 函数的单调性 19. 微分方程、拐点
2013	1. 高阶的无穷小 2. 可去间断点 3. 二重积分计算 4. 级数收敛性	9. 求极限 10. 隐函数求偏导 11. 无穷定积分 12. 微分方程	15. 等价无穷小 16. 曲线积分 17. 二重积分计算 18. 导数的应用、求最值 19. 中值定理
2014	1. 极限的定义 2. 曲线的渐近线 3. 洛必达法则比较阶数 4. 函数的凹凸性	9. 商品边际收益 10. 定积分几何意义 11. 分部积分法 12. 二次积分	15. 求解带积分的极限 16. 二重积分化累次积分 17. 偏导数及微分方程 18. 幂级数收敛性及和函数 19. 定积分的比较

【分析】由表2和表3可以看出,函数基本性质、定理,极限定义、性质,导数概念、性质、定理,二重积分的性质、计算,曲线积分定义、性质,曲面积分定义、性质,微分方程,中值定理等都是每年必考的内容,均会出一至两道内容相关的题目.考生在复习的时候可以着重复习这些常考的知识点,通过理解、熟记,最终达到学以致用.

表4 2005年~2006年考研数学(三)真题线性代数考点分布表

年份(年)	填空题	选择题	解答题
2005	4. 行向量组线性相关	12. 矩阵行列式的计算 13. 矩阵的特征值	20. 齐次线性方程组 21. 正定矩阵的计算
2006	4. 矩阵的计算	12. n 维向量的线性相关性 13. 矩阵的计算	20. 极大线性无关组 21. 特征值与特征向量

表5 2007年~2014年考研数学(三)真题线性代数考点分布表

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2007	7. 向量组线性相关性 8. 矩阵合同	15. 矩阵的秩	21. 线性方程公共解 22. 特征值与特征向量
2008	5. 矩阵的可逆性 6. 合同矩阵	13. 行列式矩阵的计算	20. 线性方程的解的问题 21. 线性相关性和矩阵的计算
2009	5. 伴随矩阵 6. 矩阵的计算	13. 相似矩阵	20. 解线性方程组、向量组线性无关 21. 二次型

(续表)

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2010	5. 向量组线性无关 6. 矩阵相似	13. 可逆矩阵、行列式	20. 线性方程组求解 21. 矩阵正交化
2011	5. 矩阵的初等变换、初等矩阵 6. 线性方程组求解	13. 二次型	20. 向量组线性表示 21. 矩阵特征值、特征向量、秩
2012	5. 向量组线性相关 6. 相似矩阵	13. 行列式	20. 行列式、线性方程组求解 21. 二次型
2013	5. 向量组等价 6. 矩阵相似充要条件	13. 行列式	20. 分块矩阵、线性方程组求解 21. 二次型
2014	5. 求行列式 6. 向量组的线性相关性	13. 二次型惯性指数	20. 线性方程组和矩阵方程 21. 矩阵的相似

【分析】由表4和表5可以看出,行列式、矩阵、向量组、线性方程组求解、二次型几乎都是每年必考的内容,这些知识点有的以选择题的形式出现,有的以填空题形式出现,或者有的直接综合几个知识点以解答题的形式出现.正所谓万变不离其宗,无论考查形式如何变化,这些必考知识块的内容是不会发生变化的,考生只要抓住这些题目的“根本”——知识块内容,就能轻松应对这些考题.

表6 2005年~2006年考研数学(三)真题概率论与数理统计考点分布表

年份(年)	填空题	选择题	解答题
2005	5. 离散型随机变量的概率 6. 二维随机变量概率分布	14. 置信度与置信区间	22. 二维随机变量的密度函数 23. 协方差与无偏估计量
2006	5. 相互独立随机变量的概率 6. 随机变量的数字特征	14. 随机变量正态分布	22. 概率密度函数及协方差 23. 矩估计和最大似然估计

表7 2007年~2014年考研数学(三)真题概率论与数理统计考点分布表

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2007	9. 随机变量分布列 10. 随机变量概率密度	16. 随机变量的概率	23. 二维随机变量的概率密度 24. 矩估计和无偏估计量
2008	7. 随机变量分布函数 8. 相关系数求概率	14. 随机变量泊松分布	22. 随机变量概率密度 23. 无偏估计量和方差
2009	7. 事件基本性质 8. 分布函数间断点	14. 期望	22. 条件概率、条件概率密度 23. 概率分布
2010	7. 分布函数 8. 概率密度函数的性质	14. 期望	22. 边缘概率密度、条件概率密度 23. 概率分布、协方差

(续表)

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2011	7. 概率密度 8. 期望、方差	14. 二维随机变量期望	22. 概率分布、相关系数 23. 边缘概率密度、条件概率密度
2012	7. 均匀分布概率 8. 正态分布、 t 分布	14. 条件概率	22. 协方差、边缘分布 23. 概率密度、期望
2013	7. 正态分布 8. 概率分布	14. 标准正态分布、期望	22. 二维概率密度、边缘概率密度 23. 参数估计
2014	7. 随机事件的相互独立 8. F 分布和 t 分布	14. 无偏估计	22. 概率分布及密度函数 23. 联合概率及相关系数

【分析】由表 6 和表 7 可以看出,期望、方差、条件概率、概率密度、协方差、正态分布、二维概率分布,这些知识点是概率论与数理统计这部分的必考内容,所以考生在复习概率论与数理统计时,要着重复习这几大知识块。

【总分析】综上可知,考研数学(三)各科考查的重要知识点相对固定,考查的具体内容概括为以下两方面:第一,基本概念、基本理论、基本方法.第二,知识的综合运用。

四、考研数学(三) 备考策略

数学考试大纲要求考生系统地理解数学的基本概念、基本理论,掌握解答数学的基本方法.近几年考研真题对基础知识的考查越来越多,所占分值也越来越大.因此考生在备考考研数学(三)时可遵循以下策略:

(一) 研读考试大纲,把握命题趋势

要想把握命题趋势,赢得考试,分析大纲是最重要的环节,即寻找其是否有新的规定和要求.考生根据大纲作出深度解读,尤其要重视大纲中的新变化.考生可以根据这些新变化,对自己的备考计划做出及时的调整。

(二) 夯实基础知识,深入研究真题

近年来考研数学真题越来越注重对基本概念、基础知识、基本定理性质等的考查,如果考生不理解这些基本概念、基本定理性质,那么连基础分都会丢掉.考生在复习教材的基础上,还需要深入研究历年真题,把握考试出题的方式、内容等主要信息。

(三) “主”、“次”分明,攻克弱点

从学习态度来说,考生对每一个知识点都要认真对待,面面俱到,但是从复习技巧上来说,要讲究有“主”有“次”.考生在对所有的知识点都进行系统复习以后,就应该把复习重点放在自己的“短板”上面,集中攻克,防止让一块“短板”限制自己的提升高度。

(四) 及时总结归纳,注重纵向梳理

分析历年真题可以看出,数学试题不仅在解答题中有对综合能力的考查,还在客观题中出现了综合知识的考查.近几年真题中,多数题目都是通过两个(或以上)的知识点糅合、并通过一两次的变形而来.这就要求考生在解题的时候遇到问题要及时总结归纳,熟练掌握各类重要题型解题的要领和技巧.许多考生清楚每个单独的考点,但是联系在一起综合运用就会出现一定的困难.因此考生要注重建立清晰的知识框架,纵向整体梳理知识结构.

(五) “学”、“练”结合,查漏补缺

很多考生在备考时没有计划,胡子眉毛一把抓,不知道如何循序渐进地进行复习,最直接的表现就是只学不练或者是只练不学.

只学不练的备考方式,犹如“纸上谈兵”,没有做过历年真题的考生,是无法上考场的.只练不学的考生,虽然通过做题快速提高了能力、扩大了知识面,可是考生的整个知识体系是混乱的,这样就很容易漏掉知识点.考生在备考时一定要讲究“学”、“练”结合.首先,以教材为主,充分掌握基本概念、基础知识、基本定理性质等内容;其次,适当的做一些习题,熟练掌握解题技巧,提高解题速度,熟悉各种题型的解题方法,深入了解每种方法的使用条件与应用要点;最后,在练习中遇到不理解的问题或知识点时,回到教材查漏补缺,完善知识体系.

考生只要重点复习,全面把握,就一定会在考研数学(三)考试中取得好成绩.

目录

contents

第一章

随机事件和概率

一、知识结构	2
二、高频考点	3
三、专项训练	4
(一) 选择题	4
参考答案	9
(二) 填空题	18
参考答案	19
(三) 解答题	26
参考答案	26

第二章

随机变量及其分布

一、知识结构	30
二、高频考点	31
三、专项训练	31
(一) 选择题	31
参考答案	34
(二) 填空题	40
参考答案	42
(三) 解答题	51
参考答案	52

第三章

多维随机变量的分布

一、知识结构	60
二、高频考点	61
三、专项训练	62
(一) 选择题	62
参考答案	66
(二) 填空题	75
参考答案	77
(三) 解答题	86
参考答案	89

第四章

随机变量的数字特征

一、知识结构	106
二、高频考点	107
三、专项训练	108
(一) 选择题	108
参考答案	111
(二) 填空题	117
参考答案	119
(三) 解答题	126
参考答案	128

第五章

大数定律和中心极限定理

一、知识结构	138
二、高频考点	139
三、专项训练	139

(一) 选择题	139
参考答案	140
(二) 填空题	142
参考答案	142
(三) 解答题	144
参考答案	144

第六章

数理统计的基本概念

一、知识结构	146
二、高频考点	147
三、专项训练	148
(一) 选择题	148
参考答案	150
(二) 填空题	155
参考答案	156
(三) 解答题	162
参考答案	163

第七章

参数估计

一、知识结构	168
二、高频考点	169
三、专项训练	170
(一) 选择题	170
参考答案	171
(二) 填空题	172
参考答案	172
(三) 解答题	175
参考答案	178