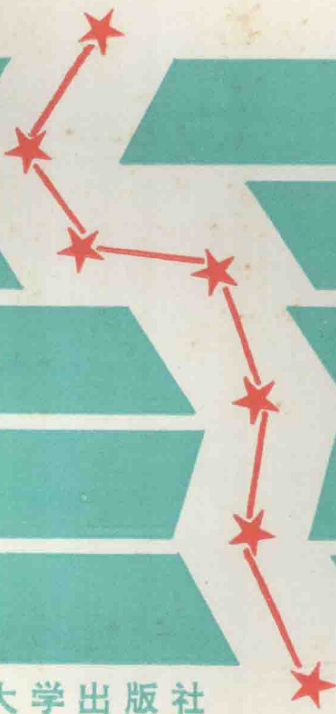


高中各科升学会考应试指南

数学分册

魏宽勇 主编



西北工业大学出版社

高中各科升学会考应试指南

(数学分册)

马润年 编

西北工业大学出版社

1993年11月 西安

(陕) 新登字009号

【内容简介】本书是为考生适应会考、高考而编写的,分政治、语文、英语、数学、物理、化学、历史、地理、生物、时政10个分册。力图预测和模拟1994年会考、高考的动向。

本书在编写过程中曾参阅有关参考资料,在此恕不一一列举,深表谢意。

高中各科升学会考应试指南

(数学分册)

马润年 编

责任编辑 王俊轩

*

©1993 西北工业大学出版社出版发行

(西安市友谊西路127号 邮编:710072)

陕西省新华书店经销

西北工业大学印刷厂印装

ISBN 7-5612-0640-2/G·109

*

开本 787×1092毫米 1/32 4.625印张 100千字

1993年11月第1版 1993年11月第1次印刷

印数0001-2000册 定价:3.30元

目 录

第一部分 代数与三角	1
第一章 集合与函数	1
第二章 三角函数	14
第三章 两角和与差的三角函数	23
第四章 反三角函数和简单三角方程	32
第五章 数列、极限与数学归纳法	38
第六章 不等式	45
第七章 复数	54
第八章 排列、组合、二项式定理	61
第二部分 立体几何与解析几何	68
第一章 直线和平面	68
第二章 多面体和旋转体	74
第三章 直线和圆	80
第四章 椭圆、双曲线、抛物线	86
第五章 坐标变换	92
第六章 参数方程和极坐标方程	96
第三部分 答案与提示	103

第一部分 代数与三角

第一章 集合与函数

1. 选择题. (给出的四个答案有且仅有一个是正确的, 将其正确答案代号填入题后的括号内.)

(1) 集合 A, B, C 满足关系 $A \cap B = B, B \cup C = B$, 则 A, C 之间的关系是 ()

(A) $A \supseteq C$

(B) $A \supset C$

(C) $A = C$

(D) $A \subset C$

(2) 设 $A = \{x | 2x^2 - 9x - 5 \leq 0\}$, $B = \{x | x - 3 < 2\}$, 则 A, B 之间的包含关系是 ()

(A) $A \subset B$

(B) $B \subset A$

(C) $A = B$

(D) $A \subseteq B$

(3) 下列命题中, 不正确的是 ()

(A) 空集是任何集合的子集

(B) 可以找到非空集合 A 的子集, 使得 A 是该子集的子集

(C) 含有 n 个元素的集合的真子集有 2^n 个

(D) 如果 $A \subseteq B$, 且 B 是有限集, 则集合 A 中元素的个数不大于 B 中元素的个数

(4) 如果 $M = \{x | f(x) = 0\}$, $N = \{x | g(x) = 0\}$, 那么集合 $\{x | |f(x)| + |g(x)| = 0\}$ 等于 ()

(A) M

(B) N

(C) $M \cup N$

(D) $M \cap N$

(5) 下列从集合 M 到集合 N 的对应中, 是映射的是 ()

(A) $M = \{\text{整数}\}$, $N = \{\text{有理数}\}$, f : 取倒数

(B) $M = \{1, 10, 100\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, f : 取对数

(C) $M = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x < 1\}$, $N = \{\alpha \mid 0^\circ < \alpha < 180^\circ\}$,

f : x 对应使得 $\cos \alpha = x$ 成立的 α

(D) $M = \mathbb{Z}^+$, $N = \{\text{自然数}\}$, f : M 中的元素 $x \rightarrow N$ 中的 $|x-2|$

(6) 设 $A = \{x \mid x^2 + px + q = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 5px - 3q = 0\}$,

若 $A \cap B = \{-2\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$

(A) $\{-2, -1, 3\}$

(B) $\{-2, 1, -3\}$

(C) $\{-2, -1, -3\}$

(D) $\{1, -2, 3\}$

(7) 下列从集合 M 到集合 N 的对应中, 不是映射的是 ()

(A) $M = \{x \mid x \text{ 是负整数}\}$, $N = \{1, -1\}$, $f: x \rightarrow x^n$, n 是自然数

(B) $M = \{x \mid x \text{ 是非零实数}\}$, $N = \{1\}$, $f: x \rightarrow x^0$

(C) $M = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{1, 2, 3\}$, $f: x \rightarrow 1$

(D) $M = \mathbb{Z}$, $N = \{y \mid y_1 \leq 1\}$, $f: x \rightarrow \frac{1}{x-1}$

(8) 已知: $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x \mid x \in A\}$, 那么集合 B 中的元素是 ()

(A) 1, 2

(B) 0, 1, 2

(C) $\{0, 1, 2\}$

(D) $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \Phi$

(9) 若全集 $I = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 9\}$, 集合 $M = \{(x, y) \mid |x| < 2, |y| \leq 1\}$, 集合 $N = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 5\}$, 则下列集合中为空集的是 ()

(A) $M \cap N$

(B) $\overline{M} \cap \overline{N}$

(C) $\overline{M} \cap N$

(D) $M \cap \overline{N}$

(10) 下面的映射, 具有逆映射的是 ()

$$(A) M = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}, N = \{r \mid r \in \mathbb{R}\}$$

$f: M \rightarrow N$, 使 N 中的元素 $y = \frac{1}{2x-1}$ 和 M 中 x 对应

$$(B) M = (-\infty, 0), N = (-\infty, -1)$$

$f: M \rightarrow N$, M 中的元素 x 对应 N 中的元素 $y = -x^2 - 1$

$$(C) M = \{1, 2, 3, 4, \dots\}, N = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$f: M \rightarrow N$ 使 N 中的元素 $y = 2x + 1$ 与 M 中 x 对应

$$(D) M = \{x \mid x \in \mathbb{R}, \text{且 } x \neq 0\}, N = \{y \mid y \in (-\infty, 1) \text{ 但 } y \neq 0\}$$

$f: M \rightarrow N, x \rightarrow y = \begin{cases} -x (x \in \mathbb{R}^+ \text{ 时}) \\ 2^x (x \in \mathbb{R}^- \text{ 时}) \end{cases}$

(11) 设 I 为全集, 如果 $\bar{A} = A$, 那么对 I 和 A 的正确判断是 ()

(A) I 和 A 都是 Φ

(B) $A \subset I$

(C) I 和 A 相等但非空

(D) 非上述答案

(12) 设 $f(x)$ 是偶函数, $g(x)$ 是奇函数, 则 $(f(x))^2 \cdot g(x) - (g(x))^2$ 是 ()

(A) 偶函数

(B) 奇函数

(C) 非奇非偶函数

(D) 非上述答案

(13) 设 $f(x) = ax^7 + bx^5 + cx^3 + dx + 5$, 其中 a, b, c, d 都是常数, 如果 $f(-7) = -7$, 那么 $f(7)$ 等于 ()

(A) -7

(B) 7

(C) 17

(D) -17

(14) 已知函数 $f(x)$ 的定义域是集合 P , 函数 $g(x)$ 的定义域是集合 Q , 则函数 $y = -\frac{1}{2}f(x) + x$ 中 $g(x)$ 的定义域是 ()

(A) $P \cup Q$

(B) R

(C) $P \cap Q$

(D) Φ

(15) 奇函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上单调递减, 则 $f(-\sqrt{2})$ 和 $-f(1.4)$ 的

大小关系是 ()

(A) $f(-\sqrt{2}) < -f(1.4)$

(B) $f(-\sqrt{2}) > -f(1.4)$

(C) $f(-\sqrt{2}) \leq -f(1.4)$

(D) $f(-\sqrt{2})$ 和 $-f(1.4)$ 的大小关系不能确定

(16) 设 $f(x)$ 是奇函数, 且 $x > 0$ 时, $f(x) = x(1-x)$, 则 $x < 0$ 时, $f(x)$ 的表达式是 ()

(A) $-x(1+x)$

(B) $x(1+x)$

(C) $-x(1-x)$

(D) $x(x-1)$

(17) 已知 $f(x) = x^2 + 4x$, 且 $f(2\cos\theta - 1) = m$, 则 m 的极小值是 ()

(A) -4

(B) -3

(C) 0

(D) 5

(18) 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $\mathbb{R}$, 在其定义域内是单调递减, $g(x)$ 是奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 内是单调减函数. 则函数 $y = f[g(x)]$ 在 $(-\infty, 0)$ 内是 ()

(A) 单调递减

(B) 单调递增

(C) 无法判断

(D) 先增后减

(19) 函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 2x - 3}$ 的单调递减区间是 ()

(A) $(1, +\infty)$

(B) $(-\infty, 1)$

(C) $(-\infty, 1)$

(D) $[0, 4]$

(20) 给出下面五个式子

[1] $y = 2x - (x-3) - x$

[2] $y = \sqrt{x-3} + \lg(1-x)$

[3] $y = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$

[4] $y = \begin{cases} 0 & (x \text{ 是有理数}) \\ 1 & (x \text{ 是整数}) \end{cases}$

[5] $y=2n-1$ (n 是自然数), 其中 y 是 x 的函数的是 ()

(A) [1] [2] [3]

(B) [1] [3] [5]

(C) [1] [3] [4]

(D) [2] [3] [5]

(21) 函数 $y=|x+1|+\sqrt{x^2-4x+4}$ 的值域是 ()

(A) $(0, +\infty)$

(B) $(2, +\infty)$

(C) $[3, +\infty)$

(D) $\mathbb{R}$

(22) 下面给出四组函数, 其中 $f(x)$ 和 $g(x)$ 表示同一个函数的是第 () 组。

(A) $f(x)=\sqrt{x^2}$ 和 $g(x)=\frac{x^2}{x}$

(B) $f(x)=\ln x$ 和 $g(x)=\frac{1}{2}\ln x^2$

(C) $f(x)=\begin{cases} x+1 & x \in (-1, 0) \\ x-1 & x \in (0, 1) \end{cases}$ 和 $g(x)=f^{-1}(x)$

(D) $f(x)=\pi-\arcsin x (0 \leq x \leq 1)$ 和 $g(x)=\frac{\pi}{2}+\arcsin x (0 \leq x \leq 1)$

(23) 函数 $f(x)=ax+2a+1$, 在 $(1, 2)$ 上恒大于零, 则 a 的取值范围是 ()

(A) $a > 0$

(B) $a < \frac{1}{4}$

(C) $a \geq -\frac{1}{4}$, 且 $a \neq 0$

(D) $a > -\frac{1}{4}$

(24) 下列函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 表示同一函数的是 () 组

(A) $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$, $g(x)=x-1$

(B) $f(x)=\log_4 x^2$, $g(x)=2\log_4 x$

C $f(x)=\log_4 x$, $g(x)=\frac{1}{\log_4 x}$

D. $f(x)=a^x$, $g(x)=a^{|x|}$

(25) 已知 $0 < a < 1, 0 < q < p$, 则下式中正确的是 ()

(A) $\log_{\sqrt{a}} p > \log_{\sqrt{a}} q$

(B) $p^{\sqrt{a}} < q^{\sqrt{a}}$

(C) $\sqrt{a}^p < \sqrt{a}^q$

(D) $\sqrt{a}^{-p} < \sqrt{a}^{-q}$

(26) 在区间 $(0, +\infty)$ 内为递减函数的是 ()

(A) $y = x^2 + x$,

(B) $y = -x^2 - x$

(C) $y = 2^{x+1}$

(D) $y = \log \frac{1}{2} \frac{1}{x}$

(27) 设 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 则 $b^2 - 4ac < 0$ 是二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 对一切 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立的 ()

(A) 充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分又不必要条件

(28) 使 $|x - \lg y| = x + \lg y$ 成立的条件是 ()

(A) $x = 0$

(B) $y = 1$

(C) $x = 0$ 或 $y = 1$

(D) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$

(29) 如果 $\log_3 4 \cdot \log_4 8 \cdot \log_8 m = 2$, 则 m 的值为 ()

(A) 9

(B) 16

(C) 8

(D) 12

(30) 设 $a \in \mathbb{R}$, 且 $a \neq 0$, 下面函数中是增函数的是 ()

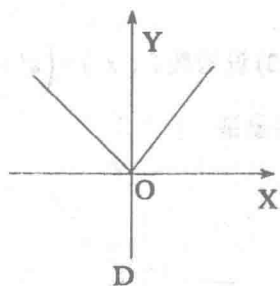
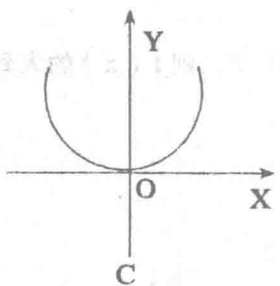
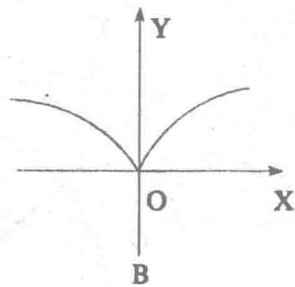
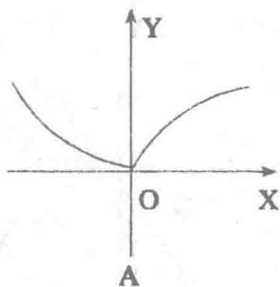
(A) $y = ax^3$

(B) $y = a^2 x^{-1}$

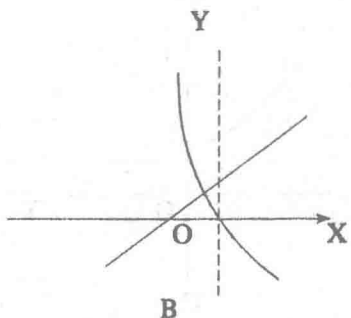
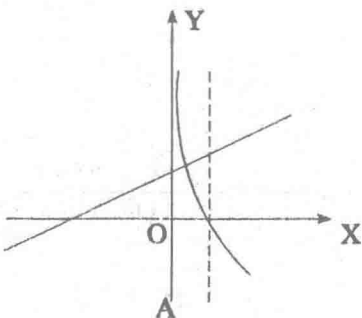
(C) $y = (a^2 - a + 2)^x$

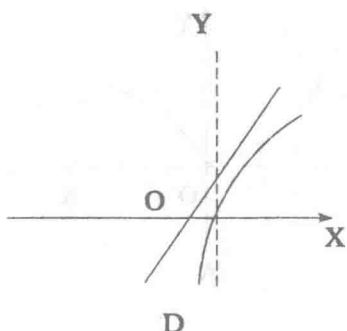
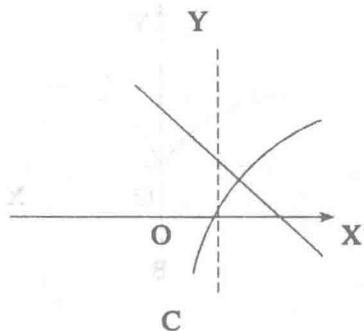
(D) $y = \log_{\frac{|a|}{|a|+1}} x$

(31) 函数 $y = |x|^{\frac{1}{n}}$ ($n \in \mathbb{N}$ 且 $n \geq 2$) 的大致图象是 ()

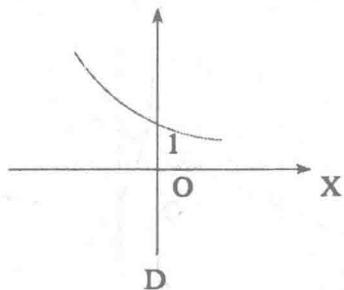
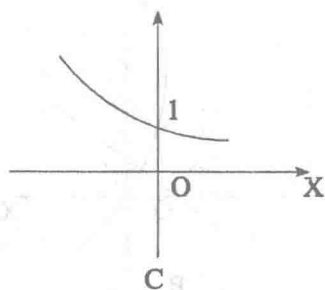
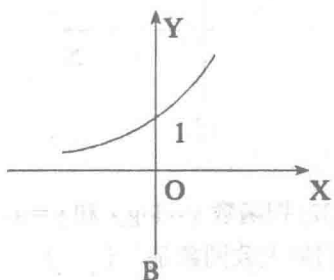
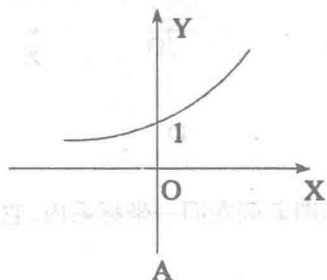


(32) 把函数 $y = \log_a x$ 和 $y = ax + a^2$ 的图象画在同一坐标系内, 它们的大致图象是 ()





(33) 设函数 $f(x) = \left(a^2 + \frac{3}{2}\right)^{x+1}$ $a \in \mathbb{R}$, 则 $f(x)$ 的大致图象是 ()



(34) 定义在集合 $A = (1, 2)$ 上的函数 $y = \log_a x$ 的最大值比最小值多 2, 则底数 $a =$ ()

A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2}$ 或 2

(35) 设函数 $y = f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 内的减函数, 则函数 $y = f(x^{\frac{2}{3}})$ 的定义域和单调递增区间分别是 ()

A. $(0, +\infty)$ 及 $[1, +\infty)$

B. $\mathbb{R}$ 及 $(-\infty, 0)$

C. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 及 $(-\infty, 0)$

D. 非零实数及 $(-\infty, 0)$

(36) 设 $0 < a < b < 1$, 则下面式子恒成立的是 ()

A. $\log_a(a+1) < \log_b(b+1)$

B. $\log_a(a+1) > \log_b(b+1)$

C. $\log_a(a+1) \leq \log_b(b+1)$

D. 无法判定

(37) 函数 $f(x) = (\log_{\frac{1}{4}} x)^2 - \log_{\frac{1}{4}} x^2 + 5$ 在 $2 \leq x \leq 4$ 范围内的最大值和最小值是 ()

A. $Y_{\max} = 8, Y_{\min} = \frac{1}{4}$ (B) $Y_{\max} = \frac{9}{2}$

C. $Y_{\max} = 8$, 无最小值

D. $Y_{\max} = 8, Y_{\min} = \frac{25}{4}$

2. 填空:

(1) 已知全集 $I = \{ \text{所有实数对 } (x, y) \}$, $A = \{ (x, y) \mid \frac{y-4}{x-2} = 3 \}$,

$B = \{ (x, y) \mid y = 3x - 2 \}$, 则 $\bar{A} \cap B =$ _____

(2) 设集合 $A = \{ x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \}$, $B = \{ x \mid x = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \}$, 则 A, B 之间的关系是

(3) $A = \{ a, b, c \}$, $B = \{ m, n, p \}$, 则 A 到 B 的映射有 _____ 个, 其中一一映射有 _____ 个.

(4) 已知 $f(x)$ 为偶函数 $g(x)$ 为奇函数, 且 $f(x) + g(x) = \frac{1}{(x-1)}$, 则 $f(x) =$ _____ $g(x) =$ _____

(5) 已知函数 $y = f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, 则函数 $y = f(x-1)$ 的定义域是 _____.

(6) 设函数 $y = \lg(x^2 - x - 2)$ 的定义域为 A . 函数 $y = \sqrt{\frac{x+2}{1-x}}$ 定义域为 B , 那么 $A \cap B =$ _____

(7) 已知函数 $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$, 它的定义域是 _____ 值域是 _____

(8) 函数 $y = \lg(2x^2 + 4x + 5)$ 的单调递减区间为 _____

(9) 已知 $f(x)$ 为偶函数, 当 $-1 \leq x < 0$ 时, $f(x) = x + 1$, 那么当 $0 < x \leq 1$ 时, $f(x) =$ _____

(10) 若 $f(x+1) = 2^x$, ($x \in \mathbb{R}$), 则 $f(x-2) \cdot f(x+2) =$ _____

(11) 若 $f(x)$ 满足 $f\left(\frac{b}{a}\right) = f(b) - f(a)$, 且 $f\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right) =$ _____

$=3$, 则 $f\left(\frac{3-\sqrt{5}}{8}\right)$ 的值为_____

(12) 函数 $f(x) = \begin{cases} x & x \in (-\infty, 1] \\ x^2 & x \in (1, 4] \\ 2^x & x \in (4, +\infty) \end{cases}$ 它的反函数 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

(13) 若 $\lg x + \lg y = 1$, 则 $\frac{2}{x} + \frac{5}{y}$ 的最小值_____

(14) 若 $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) 则 $f(\log_a x) = \underline{\hspace{2cm}}$

(15) 单调函数 $f(x)$ 对于一切 $x \in \mathbb{R}$ 恒有 $f[f(x)] = x$, 且 $f(x) \neq x$, 则函数 $y = f(x)$ 的图象关于_____对称。

(16) 若点 (1,2) 既在函数 $y = \sqrt{ax+b}$ 的图象上, 又在其反函数图象上, 则实数对 (a,b) 是_____

(17) 函数 $y = \log^2 \frac{1}{2} x - 2 \log \frac{1}{2} x + 5$ 的单调递减区间是_____

(18) 函数 $y = \sqrt{x} - 1$ 的反函数_____

(19) 如果二次方程 $x^2 + x \lg m + \lg(m+1) = 0$ 和 $x^2 + x \lg(m+1) + \lg m = 0$ 有一公共根, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$

(20) 设偶函数 $f(x)$ 是定义在实数集上的周期函数, 其最小正周期为 π , 且当 $x \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$ 时, $f(x) = -x - \frac{\pi}{2}$, 则 $f(\pi) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(\pi^2) = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 已知 $A = \{x, xy, \lg(xy)\}$, $B = \{0, |x|, y\}$, $A = B$, 求 x, y .

4. 设 $A = \{x | x^2 - 4 \geq 0\}$, $B = \{x | x^2 + x - 12 < 0\}$, 求 $\bar{B}, A \cap B, A \cup B$.

5. 全班 45 名同学中篮球爱好者有 20 名, 排球爱好者有 15

名,既爱好篮球又爱好排球的有5名,问既不爱好篮球又不爱好排球的有几名?

6. 已知奇函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ ($0 < a < b$) 上是减函数,那么它在区间 $[-b, -a]$ 上是增函数还是减函数? 试证明你的结论.

7. 设 a 是正的常数, 解不等式 $2^{3x} - 2^x < a(2^x - 2^{-x})$.

8. 解下列指数方程和对数方程 (1): $3^{2x+2} + 5 \times 6^x = 4 \times 2^{2x}$

$$(2): \log_4(1-x) + \log_{0.25}(3+x) = \log_4(1-x) + \log_{0.25}(2x+1)$$

9. 若方程 $\log_a(x-ka) = \log_a(x^2-a^2)$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 有解, 求 k 的取值范围.

10. 已知函数 $f(x^2-1) = \lg \left[\frac{x^2}{x^2-2} \right]$

(1) 求 $f(x)$ 的定义域

(2) 判别 $f(x)$ 的奇偶性

(3) 写出 $f(x)$ 的单调区间

(4) 求 $f(x)$ 的反函数

(5) 作 $f(x)$ 的略图

11 已知函数 $f(x) = x^2 + (m-2)x - (m-2)$ 在其定义域内恒正, 求方程 $(\frac{1}{2})^x = m^2 - 6m + 16$ 的根的范围。

12 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}^+$ 上函数, 且满足 (1) $f(xy) = f(x) + f(y)$; (2) $f(\frac{1}{2}) = 1$; (3) 对 $x > y > 0$ 必有 $f(x) < f(y)$ 试求 (1): $f(1)$; (2): $f(-x) + f(3-x) \geq -2$ 时, x 的取值范围。

13 设函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$)。

集合 $M = \{x | x = f(x)\}$, $N = \{x | x = f[f(x)]\}$, $x \in \mathbb{R}$

(1) 求证: $M \subseteq N$.

(2) 若 M 是单元素集, 试证 $M = N$.