高等学校公共课教材

应用数学基础

YING YONG SHU XUE JI CHU

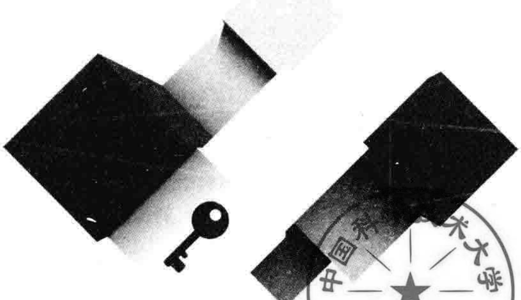
王海舟 刘余猛 主编

南京师范大学出版社
NANJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

高等学校公共课教材

应用数学基础

王海舟　刘余猛　主编



中国科　术大学
图书馆藏

南京师范大学出版社
NANJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础 / 王海舟，刘余猛主编．—南京：南京师范大学出版社，2013.8

ISBN 978-7-5651-1526-4

Ⅰ.①应…　Ⅱ.①王…　②刘…　Ⅲ.①应用数学—高等职业教育—教材　Ⅳ.①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 188872 号

书　　名	应用数学基础
主　　编	王海舟　刘余猛
责任编辑	王　瑾
出版发行	南京师范大学出版社
地　　址	江苏省南京市宁海路 122 号(邮编:210097)
电　　话	(025)83598919(传真)　83598412(营销部)　83598297(邮购部)
网　　址	http://www.njnup.com
电子信箱	nspzbb@163.com
印　　刷	南京大众新科技印刷有限公司
开　　本	787 毫米×960 毫米　1/16
印　　张	14
字　　数	244 千
版　　次	2013 年 8 月第 1 版　2013 年 8 月第 1 次印刷
印　　数	1～4 000 册
书　　号	ISBN 978-7-5651-1526-4
定　　价	29.00 元

出 版 人　彭志斌

南京师大版图书若有印装问题请与销售商调换

版权所有　侵犯必究

前　言

目前我国高等职业教育发展迅速，对公共基础课也提出了新的要求：要使得高职高专公共基础课的设置和内容更能贴合专业的需求，满足职业教育的需要。鉴于此，我们以教育部制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》为依据，以培养学生掌握基本的、必要的数学知识为基础，按照“必需、够用为度”的教学原则，以“专业需求”为导向，结合高职高专学时短、要求低的特点，编写了本教材。

本教材在体系设置和内容的选择安排上做了大胆的尝试，没有遵循以往的传统单编《高等数学》或《经济数学》，而是根据现在学生的特点和专业的需求，将两者各选所需结合成一个新的体系，包含一元函数的微积分、常微分方程，以及线性代数初步。

本教材在具体的内容设计上，精心选择，在保证逻辑完整的基础上，做了一些删减，使之更符合高职高专学生的特点；在例题和习题的设计上，紧密围绕基本概念、基本运算，突出重点和难点；在定义、定理上，避免抽象的表示和繁杂的理论证明，而是尽可能用描述性的语言来叙述和说明，以使高职高专的学生能够理解。

本教材共分为七章，包括一元函数微积分学、常微分方程、线性代数初步等内容。在每节之后，精选了一套习题，供学生课堂练习或课后作业完成；每章之后，精编了一套复习题，可供学生复习、自测使用。

本教材参考学时为 80 至 96 学时，适用于高职高专理工科类、经管类等专业的学生，同时也可供自学者使用。

本教材由硅湖职业技术学院王海舟和无锡南洋职业技术学院刘余猛共同主编，硅湖职业技术学院陈飞，无锡南洋职业技术学院张华娟、朱锋等参与了编写工作。另外，硅湖职业技术学院段长存教授帮助审阅了全书，在此表示

感谢。

由于编者水平有限，时间也比较仓促，难免有不当之处，我们衷心地希望得到专家、同行及读者的批评指正，以使本教材在教学实践中得到完善和提高。

编　者
2013 年 5 月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第一章　函数、极限与连续 …………………………………（1）
§1.1　函数 …………………………………（1）
习题1.1 …………………………………（11）
§1.2　建立函数关系 …………………………………（11）
习题1.2 …………………………………（15）
§1.3　极限的概念 …………………………………（16）
习题1.3 …………………………………（22）
§1.4　极限的运算 …………………………………（23）
习题1.4 …………………………………（31）
§1.5　函数的连续性 …………………………………（32）
习题1.5 …………………………………（38）
复习题一 …………………………………（40）
第二章　导数与微分 …………………………………（42）
§2.1　导数的概念 …………………………………（42）
习题2.1 …………………………………（49）
§2.2　导数的基本公式与运算法则 …………………………………（50）
习题2.2 …………………………………（54）
§2.3　几类特殊求导法 …………………………………（54）
习题2.3 …………………………………（58）
§2.4　高阶导数 …………………………………（58）
习题2.4 …………………………………（59）
§2.5　函数的微分 …………………………………（60）
习题2.5 …………………………………（64）
复习题二 …………………………………（66）

第三章　导数的应用 …………………………………………………… (67)
§3.1　微分中值定理与洛必达法则 …………………………………… (67)
习题 3.1 …………………………………………………………………… (73)
§3.2　函数的单调性与极值 ………………………………………… (73)
习题 3.2 …………………………………………………………………… (79)
§3.3　最大值与最小值问题 ………………………………………… (79)
习题 3.3 …………………………………………………………………… (82)
§3.4　曲线的凹凸性与拐点 ………………………………………… (83)
习题 3.4 …………………………………………………………………… (85)
§3.5　函数图形的描绘 ……………………………………………… (85)
习题 3.5 …………………………………………………………………… (88)
§3.6　导数在实际问题中的应用 …………………………………… (88)
习题 3.6 …………………………………………………………………… (94)
复习题三 …………………………………………………………………… (95)
第四章　不定积分 ………………………………………………………… (97)
§4.1　不定积分的概念与性质 ……………………………………… (97)
习题 4.1 …………………………………………………………………… (102)
§4.2　换元积分法 …………………………………………………… (103)
习题 4.2 …………………………………………………………………… (110)
§4.3　分部积分法 …………………………………………………… (111)
习题 4.3 …………………………………………………………………… (116)
复习题四 …………………………………………………………………… (117)
第五章　定积分及其应用 ………………………………………………… (119)
§5.1　定积分的概念与性质 ………………………………………… (119)
习题 5.1 …………………………………………………………………… (126)
§5.2　微积分基本定理 ……………………………………………… (127)
习题 5.2 …………………………………………………………………… (131)
§5.3　定积分的换元与分部积分法 ………………………………… (131)
习题 5.3 …………………………………………………………………… (135)
§5.4　广义积分 ……………………………………………………… (136)
习题 5.4 …………………………………………………………………… (139)
§5.5　定积分的几何应用 …………………………………………… (140)

习题 5.5 …………………………………………………………… (145)
复习题五 …………………………………………………………… (146)
第六章　常微分方程 …………………………………………… (148)
§6.1　微分方程的基本概念 ………………………………………… (148)
习题 6.1 …………………………………………………………… (150)
§6.2　一阶微分方程 ……………………………………………… (150)
习题 6.2 …………………………………………………………… (156)
§6.3　可降阶的二阶微分方程 ……………………………………… (156)
习题 6.3 …………………………………………………………… (158)
§6.4　二阶线性微分方程 ………………………………………… (158)
习题 6.4 …………………………………………………………… (165)
复习题六 …………………………………………………………… (166)
第七章　矩阵与线性方程组 ……………………………………… (167)
§7.1　行列式的概念 ……………………………………………… (167)
习题 7.1 …………………………………………………………… (171)
§7.2　行列式的性质 ……………………………………………… (172)
习题 7.2 …………………………………………………………… (174)
§7.3　矩阵的概念及运算 ………………………………………… (175)
习题 7.3 …………………………………………………………… (183)
§7.4　矩阵的秩 …………………………………………………… (185)
习题 7.4 …………………………………………………………… (189)
§7.5　矩阵的逆 …………………………………………………… (190)
习题 7.5 …………………………………………………………… (193)
§7.6　线性方程组 ………………………………………………… (194)
习题 7.6 …………………………………………………………… (201)
复习题七 …………………………………………………………… (202)
附录一　常用数学公式 ………………………………………… (203)
附录二　希腊字母表 …………………………………………… (210)
复习题答案 ……………………………………………………… (211)
参考文献 ………………………………………………………… (216)

第一章　函数、极限与连续

函数是高等数学的主要研究对象，它用来描述事物变化过程中变量之间的依赖关系. 极限是贯穿高等数学始终的一个非常重要的概念，微积分的重要概念几乎都是通过极限定义的. 连续是函数的重要性态，连续函数是高等数学主要讨论的函数类型. 本章将介绍函数、极限与连续的概念和基本知识，为后续知识的学习奠定坚实的基础.

§1.1　函数

一、区间与邻域

1. 区间

区间是指数轴上介于某两点之间的线段上点的全体，这两点称为区间的端点，两端点间的距离称为区间的长度. 区间包括有限区间和无限区间.

有限区间：

开区间：$(a,b)=\{x|a<x<b\}$；

闭区间：$[a,b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$；

半开半闭区间：$[a,b)=\{x|a\leqslant x<b\}$、$(a,b]=\{x|a<x\leqslant b\}$.

无限区间：

$(-\infty,+\infty)=\mathbf{R}$；

$[a,+\infty)=\{x|x\geqslant a\}$；$(a,+\infty)=\{x|x>a\}$；

$(-\infty,b]=\{x|x\leqslant b\}$；$(-\infty,b)=\{x|x<b\}$.

2. 邻域

设 x_0 为任意实数，δ 为任意小的正数，我们把以 x_0 为中心、δ 为半径的开区间 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$ 称为点 x_0 的 δ **邻域**，记为 $U(x_0,\delta)$，即

$$U(x_0,\delta)=(x_0-\delta,x_0+\delta);$$

将$U(x_0,\delta)$的中心x_0去掉之后的区间称为点x_0的δ**去心邻域**(或**空心邻域**),记为$\mathring{U}(x_0,\delta)$,即

$$\mathring{U}(x_0,\delta)=(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta).$$

二、函数的概念

1. 函数的定义

在某一自然现象或社会现象中,往往同时存在几个变量,这些变量并不是孤立变化的,而是相互联系并遵循一定的规律,函数就是描述变量之间相互关系的一个法则.

定义1 设x和y是两个变量,D是一个非空实数集,若对于数集D中的任意一个数x,按照一定的对应规则f都有唯一确定的数y与之相对应,则称y是x的**函数**,记作

$$y=f(x),x\in D,$$

其中,x称为**自变量**,y称为**因变量**,数集D称为这个函数的**定义域**,当x取遍数集D中的所有数值时,对应函数值的全体组成的数集称为函数的**值域**,记为$M=\{y|y=f(x),x\in D\}$.

函数的两个要素是定义域和对应规则,对于不同的函数应该用不同的记号,如$f(x)$、$g(x)$、$F(x)$、$G(x)$等等.

2. 函数的定义域与函数值

在实际问题中,函数的定义域是根据问题的实际意义而确定的.若不考虑所讨论函数的实际意义,它的定义域就是使表达式有意义的一切实数.

确定函数的定义域时应注意以下几点:

(1)分式函数的分母不能为零;

(2)偶次根式的被开方式应大于等于零;

(3)对数函数的真数应大于零;

(4)反正弦函数、反余弦函数的定义域为$[-1,1]$;

(5)若函数表达式中同时存在上述几类函数,则定义域为各部分函数定义域的交集.

例1 确定函数$y=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}+\ln(x+1)$的定义域.

解 若使函数y有意义,必须同时满足三个条件:分式函数的分母不能为零,偶次根式的被开方式应大于等于零,对数函数的真数应大于零.

即函数满足不等式组$\begin{cases}\sqrt{1-x}\neq 0,\\ 1-x\geqslant 0,\\ x+1>0,\end{cases}$解不等式组得$-1<x<1$，

所以函数 y 的定义域为　　　$D=(-1,1)$.

例 2　设函数 $f(x)=x^2-4x+2$，求 $f(0)$、$f[f(0)]$、$f(a^2)$、$f(-x)$.

解　$f(0)=0-0+2=2$；

$f[f(0)]=f(2)=2^2-8+2=-2$；

$f(a^2)=(a^2)^2-4a^2+2=a^4-4a^2+2$；

$f(-x)=(-x)^2-4(-x)+2=x^2+4x+2$.

例 3　设函数 $f(x+1)=x^2-2x+3$，求 $f(x)$.

解　令 $x+1=t$，则 $x=t-1$，将 $x=t-1$ 代入原式，得

$$f(t)=(t-1)^2-2(t-1)+3,$$

即　$$f(t)=t^2-4t+6,$$

所以　$$f(x)=x^2-4x+6.$$

3. 函数的表示法

(1)解析法(公式法). 将自变量和因变量之间的关系用数学表达式来表示的方法. 这种方法是最利于函数的理论研究和计算的，因此我们在分析和研究函数时大部分情况都是用这种方法表示的.

(2)表格法. 把一系列自变量的值与对应的函数值列成表格的方法. 例如平方表、三角函数表、存款利率表等.

(3)图象法(图形法). 在坐标系中用图形来表示函数关系的方法. 例如，图 1-1 表示绝对值函数 $y=|x|$.

4. 分段函数

有些函数在定义域的不同范围内具有不同的表达式，这样的函数称为**分段函数**.

例如，绝对值函数 $y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$是分段函数，其定义域为 $\mathbf{R}$，值域为$[0,+\infty)$，如图 1-1 所示；

又如，函数 $y=\begin{cases}2\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 1+x, & x>1\end{cases}$是分段函数，其定义域为$[0,+\infty)$，值域为$[0,+\infty)$，如图 1-2 所示；

再如，符号函数 $y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0\\ -1, & x<0\end{cases}$是分段函数，其定义域为 $\mathbf{R}$，值域

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

为$\{-1,0,1\}$，如图 1 - 3 所示.

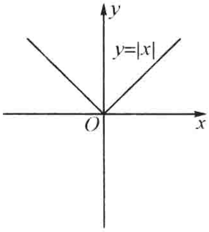


图 1 - 1

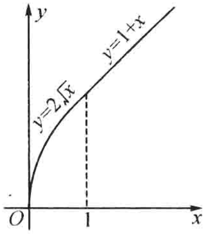


图 1 - 2

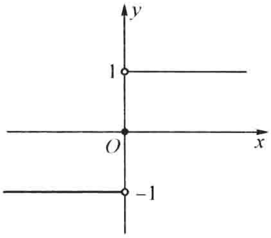


图 1 - 3

需要指出的是，分段函数是由几个表达式共同表示一个函数，不能理解为每一段是一个函数. 那么，分段函数的定义域就应该是各个表达式中自变量取值的并集.

三、函数的特性

1. 单调性

设函数 $f(x)$在区间 I 上有定义，对于区间 I 上的任意两点 $x_1<x_2$，若

(1)恒有 $f(x_1)<f(x_2)$，即函数值随着自变量的增大而增大，则称函数 $f(x)$在区间 I 上**单调增加**，区间 I 称为函数 $f(x)$的**单调增加区间**；

(2)恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，即函数值随着自变量的增大而减小，则称函数 $f(x)$在区间 I 上**单调减少**，区间 I 称为函数 $f(x)$的**单调减少区间**.

例如，函数 $y=x^3$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调增加；函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调减少.

需要指出的是，**函数的单调性是依赖于区间的**，同一函数在定义域的不同范围内单调性可能是不同的. 如函数 $y=x^2$ 在区间$(-\infty,0)$内单调减少，而在区间$(0,+\infty)$内则单调增加.

2. 奇偶性

设函数 $f(x)$的定义域 D 关于原点对称，对于任意的 $x\in D$，若

(1)恒有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$为**偶函数**；

(2)恒有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$为**奇函数**；

(3)$f(-x)\neq -f(x)$且 $f(-x)\neq f(x)$，则称 $f(x)$为**非奇非偶函数**.

例如，函数 $y=\sin x$、$y=x^3$ 是奇函数，函数 $y=\cos x$、$y=x^2$ 是偶函数，函数 $y=x^2-x+1$ 是非奇非偶函数，等等.

偶函数的图形关于 y 轴对称，奇函数的图形关于原点对称.

3. 周期性

设函数 $f(x)$的定义域为 D，若存在非零常数 T，使得对于一切 $x\in D$，有

$x+T\in D$，且 $f(x+T)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为**周期函数**，称 T 为 $f(x)$ 的**周期**. 周期函数的周期不唯一，通常所说的周期是指其最小正周期.

例如，函数 $y=\sin x$ 和 $y=\cos x$ 都是以 2π 为周期，而函数 $y=\tan x$ 和 $y=\cot x$ 都是以 π 为周期.

4. 有界性

设函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义，若存在一个正数 $M>0$，使得对一切 $x\in D$，恒有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上**有界**，或称 $f(x)$ 是 I 上的**有界函数**；否则称函数 $f(x)$ 在 I 上无界. 每一个具有上述性质的 M，都是该函数的界，因此，函数的界是不唯一的.

例如，函数 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有界，因为对任意的实数 x，恒有 $|\sin x|\leqslant 1$；函数 $y=\tan x$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 上有界，而在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$ 内无界.

四、反函数

定义 2　设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 M. 对于 M 中的任意 y 值，若 D 中也有唯一的 x 值与之对应，使得 $y=f(x)$ 成立，于是得到一个以 y 为自变量、x 为因变量的新函数 $x=f^{-1}(y)$，称此函数为 $y=f(x)$ 的**反函数**. 我们习惯上常用 x 表示自变量、y 表示因变量，因此往往把反函数 $x=f^{-1}(y)$ 改写成 $y=f^{-1}(x)$，其中 $x\in M, y\in D$.

从反函数的定义可以看出，函数的定义域恰好是其反函数的值域，函数的值域恰好是其反函数的定义域. 在同一坐标系下，函数 $y=f(x)$ 和它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称.

求反函数的一般步骤是：

(1)从函数 $y=f(x)$ 中解出 x 的表达式，得到 $x=f^{-1}(y)$；

(2)将字母 x 和 y 互换，得到反函数 $y=f^{-1}(x)$.

例 4　求函数 $y=2x-3$ 的反函数.

解　从 $y=2x-3$ 中解得　$x=\frac{1}{2}(y+3)$，

将 x 和 y 互换，得到反函数为　　$y=\frac{1}{2}(x+3)$.

五、基本初等函数

通常把常函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数这

六类函数称为**基本初等函数**.

1. 常函数

$$y=C\ (C\text{ 是常数})$$

2. 幂函数

$$y=x^{\alpha}\ (\alpha\in\mathbf{R})$$

3. 指数函数

$$y=a^{x}\ (a>0\text{ 且 }a\neq 1)$$

我们经常会用到以无理数 e 为底的指数函数：$y=e^{x}$（$e=2.718281\cdots$）.

4. 对数函数

$$y=\log_{a}x\ (a>0\text{ 且 }a\neq 1)$$

当 $a=10$ 时，$y=\log_{10}x$，简记为 $y=\lg x$，称为常用对数；

当 $a=e$ 时，$y=\log_{e}x$，简记为 $y=\ln x$，称为自然对数.

5. 三角函数

三角函数包括以下六种：

(1)正弦函数 $y=\sin x$；

(2)余弦函数 $y=\cos x$；

(3)正切函数 $y=\tan x$；

(4)余切函数 $y=\cot x$；

(5)正割函数 $y=\sec x=\dfrac{1}{\cos x}$；

(6)余割函数 $y=\csc x=\dfrac{1}{\sin x}$.

6. 反三角函数

反三角函数是三角函数的反函数，包括以下四种：

(1)反正弦函数 $y=\arcsin x$；

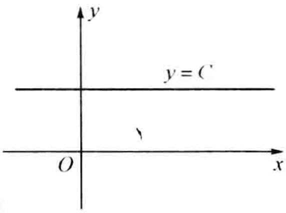
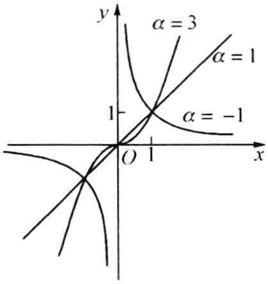
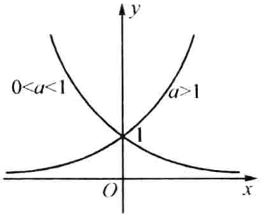
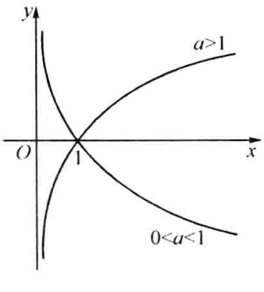
(2)反余弦函数 $y=\arccos x$；

(3)反正切函数 $y=\arctan x$；

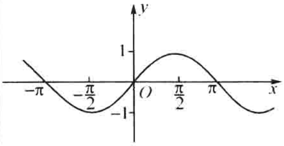
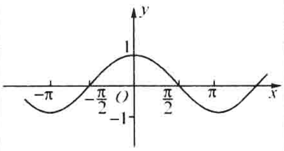
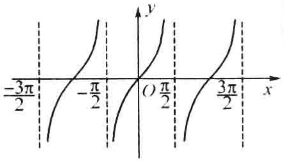
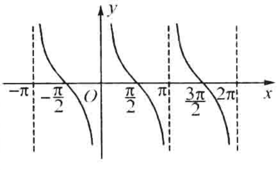
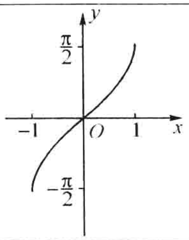
(4)反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x$.

这些函数的性质、图形在中学时已经学过，这里通过下表复习一下.

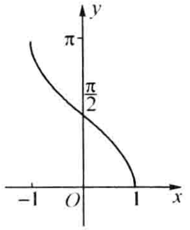
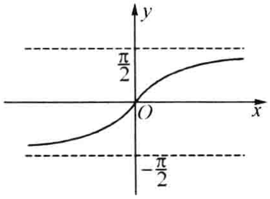
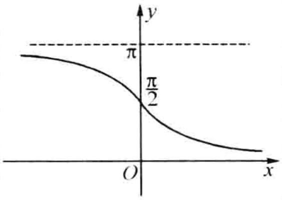
表 1-1

函数名称 及表达式	定义域 D 和 值域 M	图　　形	主要性质
常函数 $y=C$ （C 是常数）	$D=(-\infty,+\infty)$ $M=\{C\}$		图形是过点$(0,C)$，且平行于 x 轴的直线
幂函数 $y=x^{\alpha}$ （$\alpha\in\mathbf{R}$）			$\alpha>0$，图形在$(0,+\infty)$内单调增加；$\alpha<0$，图形在$(0,+\infty)$内单调减少. 无论何种情况，图形总经过点$(1,1)$
指数函数 $y=a^{x}$ （$a>0$ 且 $a\neq1$）	$D=(-\infty,+\infty)$ $M=(0,+\infty)$		当 $a>1$ 时，函数单调增加；当 $0<a<1$ 时，函数单调减少. 无论何种情况，图形总经过点$(0,1)$且始终在 x 轴上方
对数函数 $y=\log_a x$ （$a>0$ 且 $a\neq1$）	$D=(0,+\infty)$ $M=(-\infty,+\infty)$		当 $a>1$ 时，函数单调增加；当 $0<a<1$ 时，函数单调减少. 无论何种情况，图形总经过点$(1,0)$且始终在 y 轴右方

续表

函数名称及表达式	定义域 D 和值域 M	图　　形	主要性质
三角函数：(1)正弦函数 $y=\sin x$	$D=(-\infty,+\infty)$ $M=[-1,1]$		奇函数，图形关于原点对称；以 2π 为周期；有界函数；在 $(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2})$ 内单调增加 $(k\in\mathbf{Z})$，在 $(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2})$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$
三角函数：(2)余弦函数 $y=\cos x$	$D=(-\infty,+\infty)$ $M=[-1,1]$		偶函数，图形关于 y 轴对称；以 2π 为周期；有界函数；在 $(2k\pi-\pi,2k\pi)$ 内单调增加 $(k\in\mathbf{Z})$，在 $(2k\pi,2k\pi+\pi)$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$
三角函数：(3)正切函数 $y=\tan x$	$D=\{x\mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$ $M=(-\infty,+\infty)$		奇函数，图形关于原点对称；以 π 为周期；无界函数；在 $(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2})$ 内单调增加 $(k\in\mathbf{Z})$
三角函数：(4)余切函数 $y=\cot x$	$D=\{x\mid x\neq k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$ $M=(-\infty,+\infty)$		奇函数，图形关于原点对称；以 π 为周期；无界函数；在 $(k\pi,k\pi+\pi)$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$
反三角函数：(1)反正弦函数 $y=\arcsin x$	$D=[-1,1]$ $M=[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$		是正弦函数 $y=\sin x$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 上的反函数；奇函数，图形关于原点对称；在 $[-1,1]$ 上单调增加

续表

函数名称及表达式	定义域 D 和值域 M	图　形	主要性质
反三角函数：(2)反余弦函数 $y=\arccos x$	$D=[-1,1]$ $M=[0,\pi]$		是余弦函数 $y=\cos x$ 在区间$[0,\pi]$上的反函数；在$[-1,1]$上单调减少
反三角函数：(3)反正切函数 $y=\arctan x$	$D=(-\infty,+\infty)$ $M=(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$		是正切函数 $y=\tan x$ 在区间$(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$上的反函数；在 $\mathbf{R}$ 上单调增加
反三角函数：(4)反余切函数 $y=\text{arccot}x$	$D=(-\infty,+\infty)$ $M=(0,\pi)$		是余切函数 $y=\cot x$ 在区间$(0,\pi)$上的反函数；在 $\mathbf{R}$ 上单调减少

六、初等函数

1. 复合函数

定义 3　设函数 $y=f(u)$的定义域为 U_1，函数 $u=\varphi(x)$的值域为 U_2，若 $U_1\cap U_2\neq\varnothing$，则 y 通过变量 u 的联系也成为 x 的函数，我们称函数

$$y=f[\varphi(x)]$$

是由 $y=f(u)$和 $u=\varphi(x)$构成的**复合函数**，其中 u 称为**中间变量**.

例如，函数 $y=\sqrt{u}$与 $u=1+x^2$ 可以构成复合函数 $y=\sqrt{1+x^2}$；函数 $y=u^3$ 与 $u=\sin x$ 可以构成复合函数 $y=\sin^3 x$.

需要指出的是，并非任何两个函数都可以构成复合函数. 例如，函数 $y=\sqrt{u}$和 $u=\sin x-2$ 就不能复合成一个函数，因为 $y=\sqrt{u}$的定义域$[0,+\infty)$与 $u=\sin x-2$的值域$[-3,-1]$相交为空集.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com