

Shuxue Peiyou Jingsai

数学培优竞赛



● 主编 熊新华

超级课堂

Chaoji Ketang

课堂+培优+中考+竞赛
基础+应用+能力+创新

7
年级

华中师范大学出版社



Shuxue Peiyou Jingsai

数学培优竞赛 超级课堂

Chaoji Ketang

主 编：熊新华

副主编：吴四海

编 者：熊新华 吴四海 熊三华 沈占立
陶月电 彭 毅 王能生 余俊文
陈起航 占 鳌 汪四友 陈志翔
谢杰明 刘文建 李军华 邵爱玲
万怀生 方 超

7
年级

 华中师范大学出版社

新出图证(鄂)字 10 号
图书在版编目(CIP)数据

数学培优竞赛 超级课堂 7 年级 / 熊新华 主编. —3 版.

—武汉: 华中师范大学出版社, 2010. 7 (2011. 10 重印)

ISBN 978-7-5622-4232-1

I. ①数… II. ①熊… III. ①数学课—初中—教学参考资料

IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 044500 号

数学培优竞赛 超级课堂 7 年级

主编: 熊新华

责任编辑: 涂 庆

责任校对: 罗 艺

封面设计: 甘 英

选题设计: 华大鸿图编辑室(027—67867361)

出版发行: 华中师范大学出版社 ©

社址: 湖北省武汉市珞喻路 152 号

销售电话: 027—67867076 027—67867371 027—67865356

传真: 027—67865347

邮购: 027—67861321

网址: <http://www.ccnpublish.com>

电子信箱: hscbs@public.wh.hb.cn

印刷: 湖北鄂南新华印刷包装有限公司

督印: 章光琼

字数: 350 千字

开本: 889mm×1194mm · 1/16

印张: 13.5

版次: 2010 年 7 月第 3 版

印次: 2011 年 10 月第 6 次印刷

定价: 27.80 元

欢迎上网查询、购书

敬告读者: 为维护著作人的合法权益, 并保障读者的切身利益, 本书封面采用压纹制作, 压有“华中师范大学出版社”字样及社标, 请鉴别真伪。若发现盗版书, 请打举报电话 027—67861321。

前 言

这套初中新课标《培优竞赛超级课堂》是2007年出版的,2008年进行了改版修订,目前共有11个品种。这套图书自出版以来,共发行了50余万册。短短三年,就取得如此不俗的成绩,实属一个奇迹。全套图书好用、实用、够用,主要具有如下特色:

一、精心策划,定位准确

现在重点高中的录取一般不以中考的成绩为依据,它更侧重于本校自主命题的考核成绩、学科竞赛成绩及学生的特长。与之对应,也就迫切需要一些能满足培优、竞赛和特长训练方面需求的辅导图书。《培优竞赛超级课堂》丛书正是在这种背景下诞生的。丛书从高端入手,既遵循教学大纲,又超越教学大纲;既源于教材,又不拘泥于教材,一切从实际出发,以“立足培优,面向中考,挑战竞赛,科学训练”为宗旨,以最新教学大纲、竞赛大纲和最新课程标准为依据,以新课标教材内容编排顺序为脉络,将教材知识按年级剖分为若干专题,配合教学进度,顺应学习过程,由浅入深、循序渐进地对初中学生进行技能技巧的训练和学习方法的指导。该丛书针对性强,实用性高,既能帮助多数学生拾遗补缺,增长学习的自信心,又能培养尖子生综合运用学科知识的能力。

二、名师编写,质量上乘

一套优秀的图书,不仅要有好的选题策划,还必须有一流的作者队伍和编辑团队。《培优竞赛超级课堂》的编写队伍可谓名师云集。

王后雄,化学主编,享受国务院政府特殊津贴的著名中学化学教育专家、考试专家,专门从事化学课程与教学论、教育考试等教学及科研工作,是多个省市化学竞赛及大型考试命题人之一。首创的“化学教学诊断学习法”和“中学化学目标控制教学法”在全国10000多所中学实验推广,效果显著。由于化学教学、教改、教研及竞赛培训成绩卓著,先后被授予全国劳动模范、全国教育改革“十佳教师”等荣誉称号。

熊新华,数学主编,武汉市武珞路中学数学竞赛金牌教练。这是一位有着解题“好胃口”的教师。为了写好这套书,他几乎做遍了所有的中考题、竞赛题;为了写好这套书,他深入学习数学教育理论,罗增儒的“解题智慧”,G·波利亚的“学会探究”,郑毓信的哲学分析……都是他刻苦自修的精神源泉。他和他的同事们一起把武珞路中学60%的毕业生送进了华师一附中、武汉外国语学校等湖北省最好的高中,连年将全国初中数学联赛武汉赛区三分之一的金牌收入囊中。

还有数学主编陶月电、英语主编高分、物理主编张义仁、刘南地等老师,他们均是在本学科享有盛誉的优秀教师。

华中师大出版社一编室的编辑团队和由这些教育专家、教学一线的特高级教师组成的编写队伍通力合作将这套实用、好用、够用、质量上乘的《培优竞赛超级课堂》奉献给广大的读者朋友。本套书自推出以来,反响非常好,在许多学校刮起了“红色旋风”(我们图书封面是红色的)。《培优竞赛超级课堂》已经帮助不少学生站上了竞赛的领奖台,搭上了重点高中的直通车。

三、特色鲜明,优在创新

随着课程改革的逐步深入,新课标理念突破了守旧与传统,更新了教学方法和评价指标,也推动着竞赛教育朝着注重能力和思维品质协同的方向发展。教学实践告诉我们,完全脱离日常教学的培优竞赛教育是行不通的。我们在认真分析现行的各种版本教材,注重初中生的学习与认知规律,注重知识结构体系的合理性,以与人教版新教材内容同步为主,尽可能兼顾与其他版本新教材同步,做到学生能够在课堂上同步使用。目的是培养学生的科学精神和创新思维:

●**理念创新** 每讲推出的“与大师对话”栏目,将把我们带进科学家们那激情燃烧的岁月,感知使大师们在孩童时代就产生兴趣的科学问题,模拟一次科学家们的智慧之旅。此外,我们还可以欣赏到一些历史名题,它们曾以科学本身的魅力,打动过无数探索的心灵,使一代又一代的莘莘学子乐此不疲。这是本套书的一大特色,是培养学生人文科学素养的重要途径。

●**讲法创新** 每讲设计的“典例剖析”栏目,针对考点,精选“母题”,配以优美的解法、举一反三的“变式题组”、“方法视窗”和“规律清单”等,实现内容讲解的“实、精、透”和学生能力的“培、提、升”双效统一。

●**练法创新** 每讲设置的“能力平台”栏目,在遵循新课标考点的前提下,精选最新典型的中考题、竞赛题,配以经典题和原创题,做到训练“步步为营”,能力“级级提升”。

●**版式创新** 本套书针对教材内容进行专题讲解,对中考、竞赛试题运用“开窗式”的排版形式,双色双栏印刷。疑难之处或需升华之处均以分栏旁批的形式和不同的颜色提醒读者,其内容包含“学科相关知识、解题技巧、学科思想方法、问题推广与引申”等丰富知识,并佐以名人名言,旨在营造一种文化氛围,让读者在有限的篇幅内获得经典性文化的熏陶和创造性心智的启蒙。

浏览丛书会令你耳目一新,品味丛书会让你受益匪浅。相信你通过使用本书定能在有限的时间内获得最佳的学习效果,衷心希望本书能为你的成功助一臂之力!

第二版热心读者中奖名单公布

感谢广大师生使用“华大助学”品牌培优竞赛类教辅读物《初中培优竞赛超级课堂》! 此套书已经是第三版了。热心的读者们纷纷来信并提出了宝贵意见和建议。我们将上一版的热心读者中奖名单公布如下:

一等奖(3名) 时尚 MP3 一部

汪 浩 四川省成都市新津县顺江中学

张力元 四川省渠县第三中学

雷颖仪 广东省台山市台山新宁中学

二等奖(5名) 品牌 MP3 一部

潘宏凯 湖北省浠水县实验中学

楼婷婷 浙江省宁波市镇海区蟹浦镇蟹浦中学

高天荣 湖南省宁乡县宁乡城北中学

郭栗橙 武汉六中

刘嘉梁 江西吉安县文山中学

三等奖(22名) 相应年级培优竞赛类图书或《重难点手册》2册

赖柳君 广东省阳江阳东县合山镇合山二中

邓 轩 什邡市双盛初级中学

张渝苓 绵阳市实验中学

徐子嫣 武汉二中广雅中学

王逸文 武汉市黄陂区实验中学

陈 伟 麻城市白果镇曙光中学

高 斯 武汉博学中学

郑益娟 浙江省余姚市兰江中学

闫紫薇 湖北省钟祥市长寿路学校

陈 姝 江苏省溧阳市戴埠初级中学

印凯欧 江苏省盐城市初级中学

张进红 湖北省仙桃市彭场镇第二小学

周 慧 湖北省石首市笔架山中学

陈弼权 广东省河源市龙川县田家炳中学

卢倩云 华中师范大学一附中初中部

陈 壮 湖北省仙桃市仙桃中学

农 煜 湖北省黄石市十六中

黄小婷 湖北省麻城市三河口中学

钟 啸 湖北省仙桃二中

周叮呤 湖北省石首市笔架山中学

沈家筠 上海市徐汇区西南位育中学

白雅晨 衡山迴程实验学校

请支持正版! 您的支持,是我们最大的动力!

以上读者请留意在2010年9月查收您的邮件和邮包,我们会将奖品在这一时间段寄出,若您在9月底仍未收到奖品,您可以通过以下方式与我们联系:

联系地址:湖北省武汉市华中师范大学出版社一编室(武汉市洪山区珞喻路152号)

邮编 430079

联系人:涂 庆

电话:027—67867361

邮箱:tukim@yahoo.cn

目 录

CONTENTS

第 1 讲	数形结合谈数轴	1
第 2 讲	话说绝对值	6
第 3 讲	有理数	10
第 4 讲	有理数的运算	16
第 5 讲	观察、归纳和猜想入门	24
第 6 讲	从数到式(一)——归纳与推理	30
第 7 讲	从数到式(二)——整式的加减	36
第 8 讲	一元一次方程(一)——方程的解法	42
第 9 讲	一元一次方程(二)——设元的技巧	48
第 10 讲	一元一次方程(三)——情景应用题	54
第 11 讲	绝对值与方程	62
第 12 讲	丰富的图形空间	66
第 13 讲	线段、直线和射线	72
第 14 讲	角	79
第 15 讲	相交线与平行线(一)	85
第 16 讲	相交线与平行线(二)	91
第 17 讲	平面直角坐标系	97
第 18 讲	√ 三角形	103
第 19 讲	多边形的边、角及其应用	109
第 20 讲	二元一次方程组	115
第 21 讲	二元一次方程组的应用	121
第 22 讲	不定方程(一)	127
第 23 讲	一元一次不等式(组)	132
第 24 讲	一元一次不等式(组)的应用(一)	138
第 25 讲	一元一次不等式(组)的应用(二)	143
第 26 讲	数据的收集与整理	151
第 27 讲	图形面积计算初探	160
第 28 讲	实验、操作与方案设计	167
第 29 讲	质数与合数	173
第 30 讲	奇数与偶数	177
参考答案与提示		181

第1讲 数形结合谈数轴

与大师对话

笛卡尔(Rene Descartes, 1596—1650), 法国数学家. 笛卡尔在数学上的最大贡献是提出了解析几何学的主要思想和方法, 并指明了其发展方向. 他在《几何学》中, 将逻辑、几何、代数方法结合起来, 通过讨论作图问题, 勾勒出解析几何的轮廓. 从此, 数和形就走到了一起.

数形结合初体验

想体验一下数形结合吗? 以下问题是笛卡尔与欧拉都研究过的, 你想试一试吗?

如图 1-1 中的四个图 a、b、c、d 都称作平面图, 观察图 b 和表中对应数值, 探究其中的规律并作答.

(1) 数一数每个图各有多少个顶点、多少条边, 这些边围出多少区域, 并将结果填入下表中(其中 b 已填好).

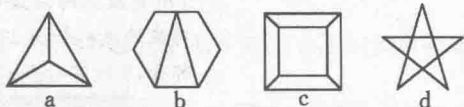


图 1-1

图	a	b	c	d
顶点数(V)		7		
边数(E)		9		
区域数(F)		3		

(2) 根据表中的数值, 写出平面图的顶点数、边数、区域数之间的一种关系.



典例剖析

● 例 1 (2006, 常州) 若 $a < 0, b > 0, a + b < 0$, 则下列关系中正确的是().

- A. $a > b > -b > -a$ B. $a > -a > b > -b$
C. $b > -a > -b > a$ D. $-a > b > -b > a$

【学找切入点】 可先在数轴上画出 a, b , 再画出 $-a, -b$, 即可比较四个数的大小.

【解】 由 $a < 0, b > 0$, 知 a 为负数, 在数轴上原点左边, b 为正数, 在原点右边.

而 $a + b < 0$, 所以表示数 a 的点离原点的距离比表示数 b 的点离原点的距离远. 根据相反数在数轴上的特点, $a, b, -a, -b$ 在数轴上如图 1-2 所示.

故选 D.

【变式题组】 1. 将 $-0.25, 2.3, -0.15, 0, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0.05$ 按从小到大的顺序排列, 并用“<”连接: _____.

2. 把满足 $2 < |a| \leq 5$ 中的整数 a 表示在数轴上, 并用不等号连接.

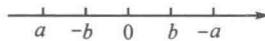


图 1-2

思维拓展

数轴是数和形第一次接触, 请看下面的例子:

一位同学在一条东西向的直道上, 先走了 10 米, 又走了 30 米, 能否确定他现在的位置? 以右为东作为正方向.

(1) 若两次都是向东走, 则一共向东走了 40 米. 写成算式就是 $(+10) + (+30) = +40$.

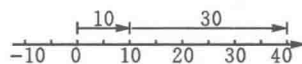


图 1-3(1)

(2) 若两次都是向西走, 则他位于原来位置的西方 40 米处. 写成算式就是 $(-10) + (-30) = -40$.

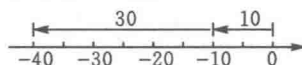


图 1-3(2)

(3) 若先向东走 10 米, 再向西走 30 米, 则他位于原来位置的西方 20 米处. 写成算式就是 $(+10) + (-30) = -20$.

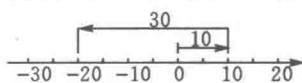


图 1-3(3)

(4) 若先向西走 10 米, 再向东走 30 米, 则他位于原来位置的()方()米处. 写成算式就是()+()=().

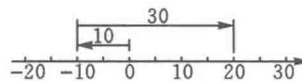


图 1-3(4)

方法视窗

比较有理数的大小, 可以把这些有理数在数轴上表示出来, 利用数轴上右边的数大于左边的数来比较.

3. 已知 $|a+b|+|a-b|=2b$, 在数轴上给出关于 a, b 的四种情况如图 1-4 所示, 则成立的是 _____. (写出所有正确的序号)

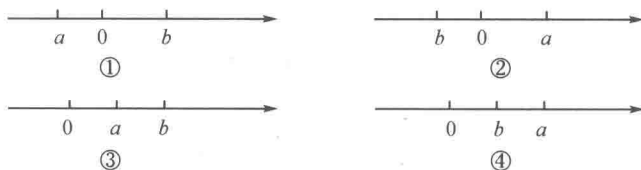


图 1-4

● 例 2 已知 $a < 5$, 比较 $|a|$ 与 4 的大小.

【学找切入点】 a 在 5 表示的点的左边, 借助数轴分析 a 与 $-4, 4, 5$ 表示的点的位置关系.

【解】 当 $4 < a < 5$ 或 $a < -4$ 时, $|a| > 4$; 当 $-4 < a < 4$ 时, $|a| < 4$; 当 $a = \pm 4$ 时, $|a| = 4$.

【变式题组】 4. 已知 $a > -3$, 试讨论 $|a|$ 与 3 的大小关系.

5. 已知两数 a, b , 如果 a 比 b 大, 试判断 $|a|$ 与 $|b|$ 的大小.

● 例 3 (2007, 长沙) 如图 1-6, 点 A, B 在数轴上对应的实数分别为 m, n , 则 A, B 间的距离是 _____. (用含 m, n 的式子表示)

【学找切入点】 由数轴可知 $m < 0, n > 0$. 不妨从具体例子寻求一般规律:

若 $m = -1, n = 2$, 则 $AB = 2 - (-1) = 3$; 若 $m = -2, n = 3$, 则 $AB = 3 - (-2) = 5$.

所以, $AB = n - (-m) = n + m$.

也可将此问题转化为绝对值来理解, A, B 间的距离就是 $|AO|$ 与 $|BO|$ 的和.

$AB = |AO| + |BO| = |m| + |n| = -m + n$.

【解】 $n - m$.

【变式题组】 6. 2008 年 8 月 8 日, 第 29 届奥运会在北京开幕, 5 个城市的国际标准时间 (单位: 时) 在如图 1-7 的数轴上表示, 那么北京时间 2008 年 8 月 8 日 20 时应是 ().

- A. 伦敦时间 2008 年 8 月 8 日 11 时 B. 巴黎时间 2008 年 8 月 8 日 13 时
C. 纽约时间 2008 年 8 月 8 日 5 时 D. 首尔时间 2008 年 8 月 8 日 19 时



图 1-7

● 例 4 阅读下面材料:

点 A, B 在数轴上分别表示数 a, b , A, B 两点之间的距离表示为 $|AB|$.

当 A, B 两点中有一点在原点时, 不妨设点 A 在原点, 如图 1-9①,

$$|AB| = |OB| = |b| = |a - b|;$$

当 A, B 两点都不在原点时:

① 如图 1-9②, 点 A, B 都在原点的右边,

$$|AB| = |OB| - |OA| = |b| - |a| = b - a = |a - b|;$$

② 如图 1-9③, 点 A, B 都在原点的左边,

$$|AB| = |OB| - |OA| = |b| - |a| = (-b) - (-a) = |a - b|;$$

方法视窗

从数轴上获取有关信息的关键是解决从图形语言到符号语言的转化, 主要包括:

① 数轴上的点所表示的数的正负性;

② 数轴上的点到原点的距离.

思维拓展

$a < 5$ 表示的点在数轴上 5 所对应点的左边 (不包括 5 所对应的点), 如图 1-5① 的阴影部分, 5 为空心点.

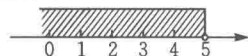


图 1-5①

$a \leq 5$ 表示的点在数轴上 5 所对应点的左边 (包括 5 所对应的点), 如图 1-5② 的阴影部分, 5 为实心点.

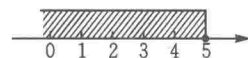


图 1-5②

规律清单

(1) 数轴上任意两点间的距离等于较大数对应点的坐标减去较小数对应点的坐标, 如图 1-8①, $|AB| = b - a$.



图 1-8①

(2) 数轴上互为相反数的点在原点两旁, 到原点的距离相等, 如图 1-8②.

① $a = -b$ 或 $a + b = 0$.

② $|OA| = |OB|$.

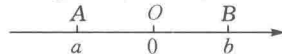


图 1-8②

名师支招

阅读理解题取材广泛, 题目的灵活性较大, 主要考查学生观察、分析、归纳、抽象、类比等能力. 在解答时, 需认真地仔细阅读题目, 搞清题中各

③如图 1-9④,点 A、B 在原点的两边,

$$|AB| = |OA| + |OB| = |a| + |b| = a + (-b) = |a - b|.$$

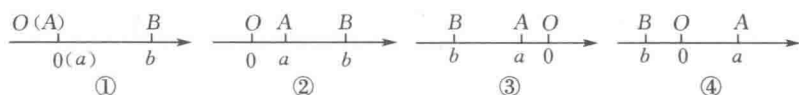


图 1-9

综上,数轴上 A、B 两点之间的距离 $|AB| = |a - b|$.

回答下列问题:

(1)数轴上表示 2 和 5 的两点之间的距离是_____,数轴上表示 -2 和 -5 的两点之间的距离是_____,数轴上表示 1 和 -3 的两点之间的距离是_____;

(2)数轴上表示 x 和 -1 的两点 A 和 B 之间的距离是_____,如果 $|AB| = 2$,那么 x 为_____;

(3)当代数式 $|x+1| + |x-2|$ 取最小值时,相应的 x 的取值范围是_____.

【学找切入点】从数轴上可看出 $|a-b|$ 的意义是数轴上表示数 a 、 b 的两点间的距离.

【解】(1)3, 3, 4; (2) $|x+1|$, 1 或 -3; (3) $-1 \leq x \leq 2$.

【变式题组】7. 已知 $|a-b| = 1$, $|b-c| = 3$, 则 $|a-c| =$ _____.

8. 设 $y = |x-1| + |x+1|$, 则下面四个结论中正确的是().

- A. y 没有最小值 B. 只有一个 x 使 y 取最小值
C. 有有限个 x 使 y 取最小值 D. 有无限多个 x 使 y 取最小值

●例 5 已知数轴上有 A、B 两点, A、B 之间的距离为 1, 点 A 与原点 O 的距离为 3, 那么点 B 对应的数是_____.

【学找切入点】此题可先确定点 A 的位置, 再确定点 B 的位置, 充分考虑 A、B 两点的多种位置关系.

【解】点 A 到原点 O 的距离为 3, 故点 A 表示的数为 3 或 -3, 因为 A、B 之间的距离为 1, 当点 A 表示的数为 3 时, 点 B 表示的数是 2 或 4; 当点 A 表示的数为 -3 时, 点 B 表示的数是 -2 或 -4, 故点 B 对应的数是 2 或 4 或 -2 或 -4.

【变式题组】9. 数轴上有 A、B 两点, 若点 A 对应的数是 -2, 且 A、B 两点的距离为 3, 则点 B 对应的数是_____.

10. 点 A 到原点的距离为 3, 点 B 到原点的距离为 4, 则 AB 之间的距离是_____.

11. 如图 1-10, 若 a 的绝对值是 b 的绝对值的 3 倍, 则数轴上的原点在_____点或_____点. (填“A”、“B”、“C”或“D”)

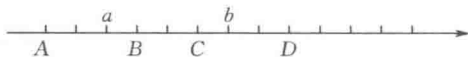


图 1-10

●例 6 父亲是儿子现在年龄时, 儿子已经 10 岁, 当儿子是父亲现在年龄时, 父亲将 82 岁, 问父子相差几岁?

【学找切入点】可以借助数轴求解. 如图 1-11, 在数轴上将 10 岁, 儿子现在的年龄, 父亲现在的年龄大致标识出来, 分别对应 A、B、C、D 四点, 注意一点——父子俩年龄差距是固定不变的.

【解】如图 1-11, 设 $AB = BC = CD = x$, 则 $3x + 10 = 82$, 解得 $x = 24$.

【变式题组】12. 某班有学生 45 名, 参加语文竞赛的有 21 人, 参加数学竞赛的有 30 人, 两科均未参加的有 6 人, 问两科均参加的有多少人?

种量的关系、位置或数量特征. 在把握本质、理解实质的基础上, 作出正确解答.

本题较好地体现了数形结合的思想. 式子 $|a-b|$ 表示数轴上点 A(a) 到点 B(b) 的距离; 式子 $|x+1|$ 表示数轴上点 A(x) 到点 B(-1) 的距离. 对于式子 $|x+1| + |x-2|$, 我们可以先在数轴上标出式中每个绝对值的零点, 即 -1, 2 对应的点, 把数轴分成三个不同的区域: $x \leq -1$, $-1 < x \leq 2$ 和 $x > 2$, 然后进行分段讨论.

方法视窗

对某些条件较宽或限制条件较隐蔽的数学问题, 往往不能(或较难)以统一的形式解答, 此种情况下, 必须在所给条件下, 把问题划分成若干个与其等价的小问题, 然后逐个讨论, 综合结果, 这种解题方法称为分类讨论.

一般需分类讨论的情形:

- ①已知条件表述不明;
②图形位置或形状不确定.



研讨乐园

● 例 7 若 $m < 0, n > 0$, 且 $|m| > |n|$, 比较 $-m, -n, m+n, m-n, n-m$ 的大小, 并用“ $>$ ”号连接.

【学找切入点】 甲的探究 (1) 先按正、负对数进行初步分类.

正数: $-m, n-m$; 负数: $-n, m+n, m-n$.

(2) 细加比较:

$$\textcircled{1} \because n > 0, \therefore m+n > m-n.$$

$$\textcircled{2} \because m < 0, \therefore -n > m+(-n) = m-n.$$

这样无法确定 $m+n$ 与 $-n$ 的大小关系, 于是可以分类讨论解决问题.

乙的探究 分析条件: 由 $m < 0, n > 0, |m| > |n|$ 画出 m, n 对应的点;

分析所求: 画出 $-m, -n, m-n = m+(-n); n-m = -(m-n)$.

找出关键点: $-n$ 与 $m+n$ 的大小无法确定, 特殊化理解, 先找 $m+n = -n$, 即 $m = -2n$.

【解】 当 $m = -2n$ 时, $n-m > -m > -n = m+n > m-n$;

当 $m > -2n$ 时, $n-m > -m > m+n > -n > m-n$;

当 $m < -2n$ 时, $n-m > -m > -n > m+n > m-n$.

思维拓展

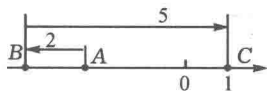
甲的探究是依数轴的特点进行分类, 即甲先讨论正、负, 再在正、负数内分别讨论. 乙的探究是先根据绝对值的意义、有理数加法、相反数的意义去理解, 画出数轴上对应的点, 发现问题的关键, 再分类讨论. 为什么要讨论是这类问题的关键点之一, 这是因为无法确定大小关系, 需进一步深入研究 m, n 的关系.



能力平台

培优训练

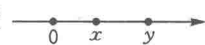
1. (2007, 乐山) 如图, 数轴上一动点 A 向左移动 2 个单位长度到达点 B, 再向右移动 5 个单位长度到达点 C. 若点 C 表示的数为 1, 则点 A 表示的数为().



第 1 题图

- A. 7 B. 3 C. -3 D. -2

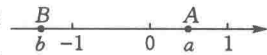
2. (2009, 嘉兴) 实数 x, y 在数轴上的位置



第 2 题图

- 如图所示, 则().
A. $x > y > 0$ B. $y > x > 0$
C. $x < y < 0$ D. $y < x < 0$

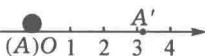
3. (2009, 江苏) 如图, 数轴上 A、B 两点分别对应实数 a, b , 则下列结论正确的是().



第 3 题图

- A. $a+b > 0$ B. $ab > 0$
C. $a-b > 0$ D. $|a|-|b| > 0$

4. (2006, 南宁) 如图, A 是硬币圆周上一点, 硬币与数轴相切于原点 O (A 与 O 点重合). 假设硬币的直径为 1 个单位长度, 若将硬币沿数轴正方向滚动一周, 点 A 恰好与数轴上点 A' 重合, 则点 A' 对应的数是_____.



第 4 题图

5. (1) (2009, 吉林) 如图(1), 数轴上 A、B 两点所表示的有理数的和是_____.

- (2) (2009, 威海) 实数 a, b 在数轴上的位置如图(2)所示, 则下列结论正确的是().

- A. $a+b > 0$ B. $a-b > 0$
C. $ab > 0$ D. $\frac{a}{b} > 0$



(1)

(2)

第 5 题图

6. (2009, 宜宾) 数轴上的点 A、B 位置如图所示, 则线段 AB 的长度为().



第 6 题图

- A. -3 B. 5 C. 6 D. 7

7. 在一条东西走向的马路旁, 有青少年宫、学校、商场、医院四家公共场所. 已知青少年宫在学校东 300m 处, 商场在学校西 200m 处, 医院在学校东 500m 处. 若将马路近似地看做一条直线, 以学校为原点, 向东为正方向, 用 1 个单位长度表示 100m.

- (1) 在数轴上表示出四家公共场所的位置;
(2) 列式计算青少年宫与商场之间的距离.

8. (2007, “希望杯”培训) 在数轴上, 点 A 对应的数是 -2007, 点 B 对应的数是 19, 点 C 对应的数是 -4032, 记 A, B 两点间的距离为 d_1 , A, C 两点间的距离为 d_2 , B, C 两点间的距离为 d_3 , 则有 ().

A. $d_1 > d_2$ B. $d_2 > d_3$
C. $d_1 > d_3$ D. $d_3 = 2d_1 + 1$

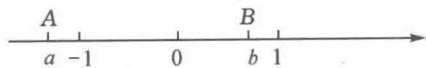
9. 数轴上点 A 到原点的距离为 3, 点 B 到原点的距离为 5, 则点 A 和点 B 的距离是_____.

10. (江苏竞赛) 已知数轴上的三点 A, B, C 所对应的数 a, b, c 满足 $a < b < c, abc < 0$ 和 $a + b + c = 0$, 那么线段 AB 与 BC 的大小关系是 ().

A. $AB > BC$ B. $AB = BC$
C. $AB < BC$ D. 不确定的

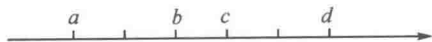
11. (2007, “希望杯”培训) 两个有理数 a, b 在数轴上对应的点 A, B 如图所示, 数 c 表示的点 C 在 A, B 两点之间, 则下列关系中一定成立的是 ().

A. $|a - c| < |b - c|$ B. $a + c < b$
C. $a + b + c > 0$ D. $|a - c| = b + c$



第 11 题图

12. (2007, “希望杯”培训) 如图, 在数轴上有若干个点, 每相邻两个点之间的距离是 1 个单位长, 有理数 a, b, c, d 所表示的点是这些点中的 4 个, 且在数轴上的位置如图所示, 如果 $3a = 4b - 3$, 那么 $c + 2d =$ _____.



第 12 题图

13. (2009, “希望杯”) 在数轴上, 坐标是整数的点称为“整点”. 设数轴的长度单位是厘米, 若在这个数轴上随意画出一条长 2008 厘米的线段 AB, 则线段 AB 盖住的整点至少有 ().

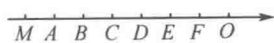
A. 2006 个 B. 2007 个 C. 2008 个 D. 2009 个

竞赛训练

14. (“希望杯”竞赛) 电子跳蚤落在数轴上的某点 K_0 , 第一步由 K_0 向左跳一个单位到 K_1 , 第二步由 K_1 向右跳两个单位到 K_2 , 第三步由 K_2 向左跳三个单位到 K_3 , 第四步由 K_3 向右跳四个单位到 K_4 , ……按以上规律跳了 100 步时, 电子跳蚤落在数轴上的点 K_{100} 所表示的数恰是 19.94, 试求电子跳蚤的初始位置 K_0 点所表示的数.

15. (河南竞赛) 在数轴上, N 点与原点的距离是 N 点与 30 所对应点之间的距离的 4 倍, 那么 N 点表示的数是多少?

16. (江苏竞赛) 如图, 数轴上线段 MO (O 为原点) 的七等分点 A, B, C, D, E, F 中, 只有两点对应的数是整数, 点 M 对应的数 $m > -10$, 那么 m 可以取的不同值有_____个, m 的最小值是_____.



第 16 题图

第2讲 话说绝对值

与大师对话

马丁·加德纳(Martin Gardner, 1914—), 当代美国作家,《科学美国人》杂志的编辑. 他以撰写趣味数学文章而闻名于世,有“数学园丁”、“数学传教士”的美称.《科学美国人》杂志数学游戏专栏20余年的连载文章,使他成为“数学神庙的守护神”. 著有《数学游戏》、《啊哈! 灵机一动》等.



马丁·加德纳

茶杯与硬币

这是一道如今称为“急转弯”的问题,它自身的喻义已打破人们传统的思维,而向着诡辩方向发展. 这也许正是灵机一动!

[题] 如图2-1,四枚硬币放在三只玻璃杯中,使每只玻璃杯中的硬币数都是奇数.

[解] 奇数个奇数和仍是奇数,这样的问题似乎无解. 但请你注意下面的解法——将其中两只玻璃杯摆起来,就找到答案了.(作者注:此题还有其他解答,读者不妨一试)

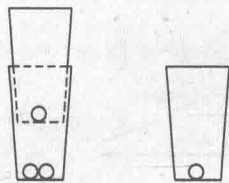


图 2-1



典例剖析

例 1 (2006, 北京) 如果 $|a|=2$, $|b|=3$, 那么 a^2b 的值等于_____.

【学找切入点】 分别求出 a, b 的所有可能值,再分类讨论求值;或利用绝对值的基本性质 $a^2=|a|^2$ 求值.

【解法 1】 因为 $|a|=2$, 所以 $a=2$ 或 $a=-2$. 因为 $|b|=3$, 所以 $b=3$ 或 $b=-3$.

(1) 当 $a=2, b=3$ 时, $a^2b=2^2 \times 3=12$;

(2) 当 $a=2, b=-3$ 时, $a^2b=2^2 \times (-3)=-12$;

(3) 当 $a=-2, b=3$ 时, $a^2b=(-2)^2 \times 3=12$;

(4) 当 $a=-2, b=-3$ 时, $a^2b=(-2)^2 \times (-3)=-12$.

综上所述, $a^2b=-12$ 或 12 .

【解法 2】 因为 $|a|=2$, 所以 $a^2=|a|^2=4$. 因为 $|b|=3$, 所以 $b=3$ 或 $b=-3$.

(1) 当 $b=3$ 时, $a^2b=4 \times 3=12$;

(2) 当 $b=-3$ 时, $a^2b=4 \times (-3)=-12$.

综上所述, $a^2b=12$ 或 -12 .

【变式题组】 1. (2006, 哈尔滨) 若 x 的相反数是 3, $|y|=5$, 则 $x+y$ 的值为().

A. 8 B. 2 C. 8 或 -2 D. -8 或 2

2. 若 $|a|=7, |b|=3$, 且 a, b 异号, 求 $|a+b|-|a-b|$ 的值.

3. (“希望杯”竞赛) 如果 $|a|=3, |b|=5$, 那么 $|a+b|-|a-b|$ 的绝对值等于_____.

知识清单

1. 一个正数的绝对值是它本身, 一个负数的绝对值是它的相反数, 0 的绝对值是 0.

$$|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a \geq 0 \text{ 时}), \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}), \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}). \end{cases}$$

2. 从数轴上看, $|a|$ 表示数 a 的点到原点的距离; $|a-b|$ 表示数 a 、数 b 的两点间的距离.

3. 绝对值有如下基本性质:

(1) $|a| \geq 0$;

(2) $|a|^2 = |a^2| = a^2$;

(3) $|ab| = |a| \cdot |b|$;

(4) $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0)$;

(5) $|a+b| \leq |a| + |b|$;

(6) $|a-b| \geq |a| - |b|$.

思维拓展

据估计, 在科学、事务处理和工业上使用计算机, 其四分之一的时间是花在分类问题上的.

——马丁·加德纳

分类讨论的一般步骤:

① 确定标准;

② 恰当分类;

③ 逐类讨论;

④ 归纳结论.

这四个步骤在例 1 的解法 1 中体现得十分明显, 同学们好好体会一下“分类讨论”.

但需注意的是, 分类并不是越细越好, 简洁、充分的分类往往能更快速、准确地解决问题. 比如说例 1 的解法 2.

●例2 (2007,“希望杯”培训)若 $a < b < 0 < c < -b$, 则 $|a-b| + |c+b| =$ ().

- A. $a+b$ B. $-a-c$ C. $|a|+c$ D. $|a-c|$

【学找切入点】利用数轴画出 $a, b, c, -b$, 并判断 $a-b, c+b$ 的正、负性.

【解】因为 $a < b$, 所以 $a-b < 0$, 所以 $|a-b| = -(a-b)$.

因为 $b < 0 < c < -b$, 所以 $|b| > c$, 所以 $c+b < 0$.

而 $|c+b| = -(c+b)$, 故 $|a-b| + |c+b| = -(a-b) - (c+b) = -a-c$. 故选 B.

【变式题组】4. 已知有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图 2-2, 则 $|a+b| - |b-1| - |a-c| - |1-c| =$ _____.



图 2-2

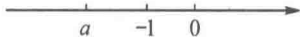


图 2-3

5. (2007,“希望杯”培训)已知 a 在数轴上的位置如图 2-3 所示, 化简 $\frac{|a+1|}{|a|-1}$ 的值是 _____.

6. 使代数式 $\frac{3x-|x|}{4x}$ 的值为正整数的 x 的值是 ().

- A. 正数 B. 负数 C. 零 D. 不存在

●例3 (2007,深圳)若 $(a-2)^2 + |b+3| = 0$, 则 $(a+b)^{2007}$ 的值是 ().

- A. 0 B. 1 C. -1 D. 2007

【学找切入点】利用非负数的知识可以求出 a, b .

【解】 $\because (a-2)^2 \geq 0, |b+3| \geq 0$, 而 $(a-2)^2 + |b+3| = 0$,

$\therefore (a-2)^2 = 0, |b+3| = 0. \therefore a=2, b=-3.$

$\therefore (a+b)^{2007} = (2-3)^{2007} = -1.$

故选 C.

【变式题组】7. (2007,北京)若 $|m+2| + (n-1)^2 = 0$, 则 $|m+2n|$ 的值为 ().

- A. -4 B. -1 C. 0 D. 4

8. 若 $2|3a-2b| + (4b-12)^2 = 0$, 则代数式 $\frac{1}{4}a^{2b-1} - \left(a^3 + \frac{1}{27}b^b + 4\right)$ 的值为 _____.

●例4 (“希望杯”) $|x+1| + |x-1|$ 的最小值是 ().

- A. 2 B. 0 C. 1 D. -1

【学找切入点】常规方法是去掉绝对值, 分类讨论, 但还可从绝对值的几何意义入手.

【解法1】分类讨论.

当 $x < -1$ 时, $|x+1| + |x-1| = -(x+1) - (x-1) = -2x > 2$;

当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $|x+1| + |x-1| = x+1 - (x-1) = 2$;

当 $x > 1$ 时, $|x+1| + |x-1| = x+1 + (x-1) = 2x > 2$.

比较可知, $|x+1| + |x-1|$ 的最小值是 2. 故选 A.

【解法2】由绝对值的几何意义知, $|x-1|$ 表示数 x 所对应的点与数 1 所对应的点之间的距离; $|x+1|$ 表示数 x 所对应的点与数 -1 所对应的点之间的距离; $|x+1| + |x-1|$ 的最小值是指 x 点到 1 与 -1 两点距离和的最小值. 如图 2-4, 易知,

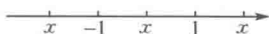


图 2-4

当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $|x+1| + |x-1|$ 的值最小, 最小值是 2. 故选 A.

【变式题组】9. 彼此不等的有理数 a, b, c 在数轴上的对应点分别为 A, B, C , 如果 $|a-b|$

方法视窗

去绝对值的关键是: 先判断绝对值里数(式)的正负性, 再利用正数的绝对值为它本身, 负数的绝对值等于它的相反数, 0 的绝对值为 0, 进行化简、求值.

知识清单

大于或等于 0 的数称为非负数, 非负数有以下性质:

① 非负数的最小值为 0;

② 如果 n 个非负数的和为 0, 则每个非负数均为 0.

现阶段我们学过的非负数有以下两种形式: ① $|a|$; ② a^2 .

规律清单

(1) $|a-b|$ 的几何意义是数轴上表示数 a, b 两点间的距离.

(2) 如图 2-5, 当 $a \leq x \leq b$ 时, $|x-a| + |x-b|$ 的值最小.

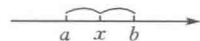


图 2-5

如图 2-6, 当 $x=b$ 时, $|x-a| + |x-b| + |x-c|$ 的值最小.

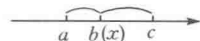


图 2-6

(3) 一般地, 设 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 是数轴上依次排列

$+|b-c|=|a-c|$, 那么 A, B, C 的位置关系是_____.

10. 已知 $|x-3|+|x+2|$ 的最小值为 a , $|x-3|-|x+2|$ 的最大值为 b , 求 $a+b$ 的值.



研讨乐园

例 5 某公共汽车运营线路 AB 段上有 A, D, C, B 四个汽车站, 如图 2-7, 现在要在 AB 段上修建一个加油站 M , 为了使加油站选址合理, 要求 A, B, C, D 四个汽车站到加油站 M 的路程总和最小, 试分析加油站 M 在何处选址最好?



图 2-7

【寻找切入点】 求最小路程总和, 即求 M 到 A, B, C, D 的距离和最小. 由绝对值的定义知, 可转化为求四个绝对值和的最小值.

【解】 由绝对值的定义知, 此模型还可转化为:

数轴 AB 上有四点 A, B, C, D , 原点 O 在点 A 与点 B 之间, 试确定原点 O 的位置使它到 A, B, C, D 四点的距离和 $|OA|+|OB|+|OC|+|OD|$ 最小.

因为 $|OA|+|OB|=|AB|$ 是定值,

所以求 $|OA|+|OB|+|OC|+|OD|$ 的最小值就是求 $|OC|+|OD|$ 的最小值.

易知, 使 $|OC|+|OD|$ 取得最小值的点 O 在线段 CD 上, 其最小值是 $|CD|$.

因此, 要使 A, B, C, D 四个汽车站到加油站 M 的路程总和最小, 加油站 M 修建在 CD 段 (包括 C, D 两点) 最好.

【研讨】 若运营线路上有 n 个加油站, 又该如何选址? 此题的解法可以利用吗? 要解决此题, 以下阅读材料或许有益, 不妨一读.

先阅读下面的材料, 然后解答问题:

在一条直线上依次排列的 $n(n>1)$ 台机床在工作, 我们要设置一个零件供应站 P , 使这 n 台机床到供应站 P 的距离总和最小, 要解决这个问题, 先“退”到比较简单的情形: 如图 2-8①, 如果直线上有 2 台机床时, 很明显, 放在 A_1A_2 之间的任何地方都行, 因为甲和乙所走的距离之和等于 A_1 和 A_2 的距离. 如图 2-8②, 如果直线上有 3 台机床时, 不难判断, 供应站设在中间一台机床 A_2 处最合适, 因为如果 P 放在 A_2 处, 甲和丙所走的距离之和恰好为 A_1 到 A_3 的距离, 而如果把 P 放在别处, 例如 D 处, 那么甲和丙所走的距离之和仍是 A_1 到 A_3 的距离, 可是乙还得走从 A_2 到 D 的这一段, 这是多出来的. 因此 P 放在 A_2 处是最佳选择.

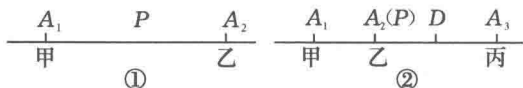


图 2-8

不难知道, 如果直线上有 4 台机床, P 应该在第 2 台与第 3 台之间的任何地方; 有 5 台机床, P 应放在第 3 台位置.

(1) 有 n 台机床时, P 应设在何处?

(2) 根据问题(1)的结论, 求 $|x-1|+|x-2|+|x-3|+\dots+|x-617|$ 的最小值.

的点表示的有理数.

当 n 为奇数时, 若 $x = a_{\frac{n+1}{2}}$, 则 $|x-a_1|+|x-a_2|+\dots+|x-a_n|$ 的值最小;

当 n 为偶数时, 若 $a_{\frac{n}{2}} \leq x \leq a_{\frac{n}{2}+1}$, 则 $|x-a_1|+|x-a_2|+\dots+|x-a_n|$ 的值最小.

名师支招

此题的数学模型是: 在线段 AB 上找一点 M 使它到 A, B, C, D 四点的距离之和最小, 即 $MA+MB+MC+MD$ 最小.

拓展: 求 $|x-1|+2|x-2|+3|x-3|+\dots+10|x-10|$ 的最小值.



能力平台

培优训练

- 计算: $|-11+2|+(-3)-(-4)+|-5|-(-6)=$ _____.
- (1) 如果 $|x|=3$, 则 $x=$ _____; 如果 $|-x|=3$, 则 $x=$ _____; 若 $|x-3|=1$, 则 $x=$ _____.
- (2) 如果 $|a|=a$, 则 a _____ 0; 若 $|a|=-a$, 则 a _____ 0; 若 $|-a|=-a$, 则 $a=$ _____ 0.
- (1) (2009, 吉林) 若 $|a|=5, b=-2$, 且 $ab>0$, 则 $a+b=$ _____.
- (2) (2009, 孝感) 若 $|m-n|=n-m$, 且 $|m|=4, |n|=3$, 则 $(m+n)^2=$ _____.
- (1) 已知 $|a|=4, |b|=3$, 且 a, b 异号, 求 $|a+b|-|a-b|$ 的值.
- (2) 若 $|a|=21, |b|=27$, 且 $|a+b|=-(a+b)$, 求 $a-b$ 的值.

- (2007, “希望杯”培训) 若 x 是有理数, 分式 $-\frac{1}{|x|-2}$ 的值为正整数, 则 x 的个数为().

A. 2 B. 4 C. 6 D. 无数个

- 若 $|x-2|$ 与 $(y+7)^2$ 互为相反数, 则 y^x 等于().

A. 49 B. -49 C. -128 D. 128

- (2007, “希望杯”培训) 若实数 x, y 满足 $|x-y+1|+|x+y-2007|=0$, 则 $\left[-\frac{x}{y}\right]=$ _____. (其中 $\left[-\frac{x}{y}\right]$ 表示: 不超过 $-\frac{x}{y}$ 的最大整数)

- (1) 若 $ab \neq 0$, 则 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}$ 不能等于 -2, 0, 1, 2 这四个数中的().

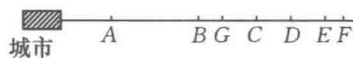
A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

- (2009, “希望杯”竞赛) 若 $abc \neq 0$, 则 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ 的最大值是_____; 最小值是_____.

- (1) (“希望杯”) If a, b, c, d are rational numbers, $|a-b| \leq 9$, $|c-d| \leq 16$ and $|a-b-c+d|=25$, then $|b-a|-|d-c|=$ _____.

- (2) If $|x| \leq 3, |y| \leq 1, |z| \leq 4$, and $|x-2y+z|=9$, then $x^2y^4z^6=$ _____.

- (江苏竞赛) 如图, 在一条笔直的公路上有 7 个村庄, 其中 A, B, C, D, E, F 离城市的距离分别为 4, 10, 15, 17, 19, 20 千米, 而村庄 G 正好是 AF 的中点. 现要在某个村庄建一个活动中心, 使各村到活动中心的路程之和最短, 则活动中心应建在().

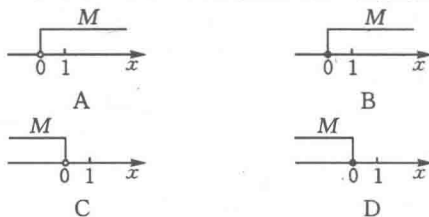


第10题图

- A. A 处 B. G 处 C. C 处 D. E 处

竞赛训练

- (2009, “希望杯”竞赛) 设 $M=(|x+2|-|x|+2)(|x+2|-|x|-2)$, 则 M 的取值范围表示在数轴上是().

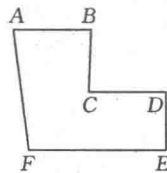


- 设 x, y, a 都是整数, $|x|=1-a, |y|=2+2a-a^2$, 则 $a=$ _____.

- 已知 $a=1999$, 则 $|3a^3-3a^2+4a+1|-|3a^3-3a^2+3a-2001|=$ _____.

- (“希望杯”) 已知 $|x| \leq 1, |y| \leq 1$, 且 $u=|x+y|+|y+1|+|2y-x-4|$, 则 u 的最大值和最小值的和是_____.

- 如图, 在环形运输线路上有 A, B, C, D, E, F 6 个仓库, 现有某种货物的库存量分别为 50 吨, 84 吨, 80 吨, 70 吨, 55 吨和 45 吨. 要对各仓库的存货进行调整, 使得每个仓库的存货相等, 但每个仓库只能向相邻的仓库调运, 并使调运的总量最小. 求各仓库向其他仓库的调运量.



第15题图

第3讲 有理数

与大师对话

华罗庚(1910—1985),世界著名数学家,中国解析数论、矩阵几何学、典型群、自安函数论等多方面研究的创始人和开拓者。国际上以华氏命名的数学科研成果就有“华氏定理”、“怀依—华不等式”、“华氏不等式”、“普劳威尔—加当华定理”、“华氏算子”、“华—王方法”等。

算一算

华罗庚说,只要踏进数学花园的大门,你们随时随地都会发现数学中有许许多多有趣的东西。下面是他喜爱的“极简单的例子”:

我家有9个人,每人每天吃半两油,一个月(以30天算)共吃几斤几两油?(注:当时使用的是一斤十六两制)请你先试一试。

【解法1】 列出算式 $0.5 \times 9 \times 30 \div 16$, 计算得 $8\frac{7}{16}$, 即共吃油8斤7两。

【解法2】 动一动脑筋,很容易心算得:每人每天半两,每人每月不是一斤差一两吗?九人每月吃油就是九斤差九两,即八斤七两。

如果一个月按31天算,解法2就更显得比解法1好,既快又方便。华罗庚说:“比较一下,就知道数学是个怎样有趣、怎样活泼的一门科学了。”



华罗庚

大师寄语

见繁即变,见简即用。
不拘一法,乃为通术。

——沈括



典例剖析

● 例1 (1)(2007,“希望杯”培训)有如下4个判断性语句:①符号相反的数互为相反数;②任何有理数的绝对值都是非负数;③一个数的相反数一定是负数;④如果一个数的绝对值等于它本身,那么这个数是正数。其中正确的有()个。

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

(2)数 a 在数轴上位置如图 3-1 所示,那么 $a, -a, \frac{1}{a}, \left| -\frac{1}{a} \right|$ 大小顺序为_____。(用不等号连接)

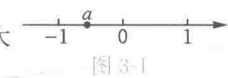


图 3-1

(3)有理数 a 等于它的倒数,有理数 b 等于它的相反数,则 $a^{2008} + b^{2008} = ()$ 。

A. 0

B. 1

C. -1

D. 2

【学找切入点】 本题涉及有理数的三个相关概念:相反数、倒数、绝对值。对于(1),对错误语句的判定,要善于构造或列举反例;对于(2),依 a 点位置在数轴上作出其它点;对于(3),运用定义可得 $a = \pm 1, b = 0$ 。

【解】 (1)2与-3为符号相反的两个数,但2与-3不互为相反数,易知①错误;0的相反数与绝对值都是0,但是0既不是正数也不是负数,故③和④错误;只有②正确。 故选 A。

$$(2) \frac{1}{a} < a < -a < \left| -\frac{1}{a} \right|.$$

(3)因为 a 的倒数等于它本身,所以 $a = \pm 1$;相反数等于它本身的数只有0,所以 $b = 0$,所以 $a^{2008} + b^{2008} = (\pm 1)^{2008} + 0^{2008} = 1$ 。 故选 B。

【变式题组】 1. (2009,“希望杯”竞赛)如果有理数 a, b 使得 $\frac{a+1}{b-1} = 0$, 那么()。

A. $a+b$ 是正数

B. $a-b$ 是负数

C. $a+b^2$ 是正数

D. $a-b^2$ 是负数

2. (2008,“希望杯”竞赛) a 是最大的负整数, b 是绝对值最小的有理数,则 $a^{2007} + \frac{b^{2009}}{2008} = ()$ 。

规律清单

(1)若有理数 a, b 互为相反数,则 $a+b=0$ 。

若有理数 a, b 互为倒数,则 $a \times b = 1$ 。

(2)由于相反数的引入,加减法可以统一为加法;由于倒数的引入,乘除法可以统一为乘法;由于绝对值的引入,有理数的运算可以转化为小学的加减乘除和确定运算结果的符号问题。

想一想? 填一填!

①一个数的倒数等于它本身,这个数是_____;

②一个数的相反数等于它本身,这个数是_____;

③一个数的绝对值等于它本身,这个数是_____;

④一个数的平方等于它本身,这个数是_____;

⑤一个数的立方等于它本身,这个数是_____。