

数字图像分析与处理技术

Visual C++

小波变换技术 与工程实践

◆ 靳济芳 编著

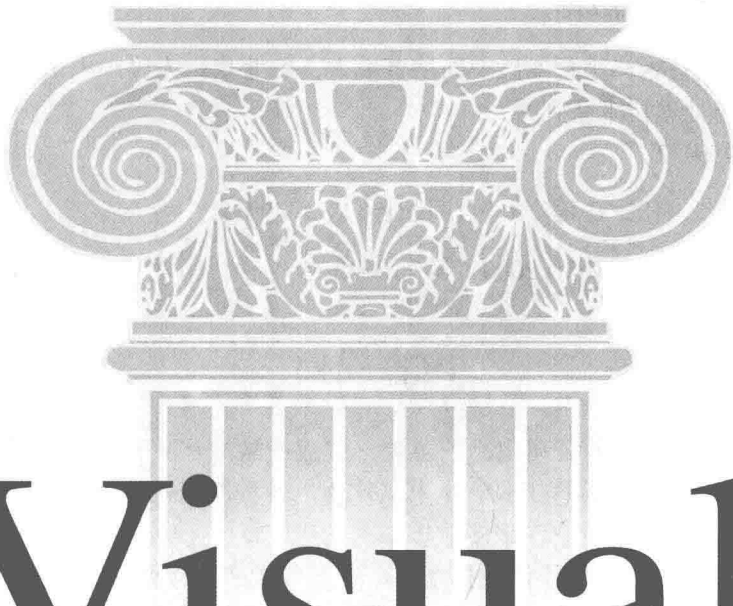


人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS



附光盘
CD-ROM

数字图像分析与处理技术



Visual C++

小波变换技术 与工程实践

◆ 靳济芳 编著

人民邮电出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

Visual C++小波变换技术与工程实践 / 靳济芳编著. —北京: 人民邮电出版社, 2004.1
(数字图像分析与处理技术系列)

ISBN 7-115-11959-7

I. V... II. 靳... III. C语言—程序设计 IV. TP312

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 110643 号

内容提要

Visual C++是 Microsoft 公司出品的可视化编程产品, 是深受广大程序开发人员欢迎的 Windows 环境下的强有力的编程工具。本书从实用以及程序开发的角度讲解小波变换的基础理论和编程实现, 并展开讨论它在诸多领域中的应用。

全书共 11 章, 内容包括: 小波变换基础、小波与数字信号处理、小波变换与语音处理、图像的小波变换、小波变换与数字图像处理、图像编解码应用、网络图像渐进传输实用案例、小波变换在数字视频处理中的应用、小波分形的应用、数字水印的应用和网络视频回放应用案例。本书的光盘中附有相关章节的实现代码, 可供广大的读者参考、阅读。

本书内容丰富、叙述详细、实用性强、可供广大从事信号处理、数字编码和多媒体开发的技术人员阅读参考。

数字图像分析与处理技术

Visual C++ 小波变换技术与工程实践

◆ 编 著 靳济芳

责任编辑 张立科

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号

邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

读者热线 010-67132692

北京汉魂图文设计有限公司制作

北京鸿佳印刷厂印刷

新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本: 787×1092 1/16

印张: 26.75

字数: 654 千字

2004 年 1 月第 1 版

印数: 1-5 000 册

2004 年 1 月北京第 1 次印刷

ISBN7-115-11959-7/TP · 3778

定价: 45.00 元 (附光盘)

本书如有印装质量问题, 请与本社联系 电话: (010) 67129223

前 言

小波变换技术现在已经广泛地应用于图形、图像处理, 语音处理, 视频处理以及数字信号处理等领域。在很多实际的工程、学术以及教学中, 小波变换已经越来越受到重视。特别是在工程实际领域中, 由于小波变换具有良好的特性, 在众多实际应用中都能得到很好的应用, 取得比原有技术更好的实际效果。在数字图像处理领域, 基于小波变换的图像增强、融合操作可以取得很好的实际效果。媒体压缩编码技术随着小波编码理论的引入已有了革命性的发展, 并且, 在网络技术不断发展的前提下, 高清晰度图片、视频的网络传输、通信也越来越收到人们的青睐。数字水印、小波分形技术也在相关领域越来越得到重视。

Visual C++是广大工程技术人员最为熟悉的基于 Windows 平台的开发工具, 并且数字编码技术对代码效率有很高的要求, 并且对于系统也有一定的依赖。基于这些前提, 我们选择了 Visual C++。

本书第 1 章向大家简要介绍小波变换基础知识。

第 2 章向大家介绍了一维小波变换的实现算法, 并结合数字信号处理讲解它在一维信号分析、处理中的应用。

第 3 章讲述的是小波变换在语音处理中的应用。本章重点放在介绍数字音频处理的基础知识, 并结合小波变换在该领域的应用实际介绍编程算法。

第 4 章向读者详细介绍了图像的小波变换技术。本章是小波变换应用于图像处理的基础, 详细讲述了如何利用 VC++工具实现图像的小波变换、小波系数的显示以及基于小波子带的图像滤波处理。

第 5 章讲述的是小波变换在数字图像处理中的应用。本章首先介绍了小波逆变换及图像复原算法, 然后着重讲述了图像增强和图像融合技术。通过编程实例, 讲解了小波变换在数字图像处理应用中的技术细节。

第 6 章介绍了图像编解码应用。本章首先介绍了小波编码理论。小波编码包括多分辨率分析、小波变换、EZW 算法。然后详细讲述了基于小波变换的图像编解码的编程实现, 最后讲述了编解码设计的初步内容。

第 7 章介绍网络图像渐进传输实用案例。本章结合图像的解码算法, 实现图像的渐进传输, 并且讲述了具体的案例实现过程。

第 8 章介绍了小波变换在数字视频处理中的应用。本章首先介绍了视频编码、处理的基础知识, 然后详细讲述了自然场景视频编码的技术细节, 它包括视频对象平面的提取与编码、基于 VOP 的编码、形状编码、运动信息编码、纹理编码和 sprite 编码。

第 9 章介绍了小波分形应用。小波分形在计算机图像中有比较广泛的应用, 本章介绍了几种基本的分形算法, 并给出了详细的编程实现实例。

第 10 章介绍了小波变换在数字水印的应用。本章以理论知识讲解和算法介绍为主, 比较全面地介绍了数字水印的技术细节, 并结合小波变换, 讲解了这种新技术的实现算法。

第 11 章介绍了数字视频的解码以及解码视频的回放。本章着重介绍编程实现的技术细节: 形状解码、运动信息解码、VOP 解码以及纹理解码。在完成视频解码的基础上, 详细介绍了多路视频回放的实际应用, 并讲解了编程技术细节。

光盘包含了本书所有的代码，各章代码在相应的目录下。为了能够正确地使用光盘中的代码，请读者确保您的计算机上已经安装了 Visual C++ 6.0。在此建议读者：

- (1) 先将本光盘中的相应目录复制到您的计算机硬盘上；
- (2) 取消硬盘中对应的目录及其下属全部子目录和文件的只读属性。

这样，您就可以直接打开硬盘上的源代码文件，进行阅读、修改和使用了。

本书主要由靳济芳、严冬明、张宏林编写，其他参加编写工作以及提供帮助的人员有：David、林飞、吴杰、刘世杰等。

由于时间仓促，加上作者水平有限，书中难免存在疏漏和不足之处，望广大读者不吝指正。

编者

2004 年 1 月

目 录

第 1 章 小波变换基础	1
1.1 引言	1
1.2 时频域分析与变换	2
第 2 章 小波与数字信号处理	6
2.1 小波变换的基础理论	6
2.1.1 多分辨率分析	6
2.1.2 连续小波变换	7
2.1.3 离散小波变换	9
2.2 小波基	11
2.2.1 小波基的数据结构	12
2.2.2 定义多种小波基	13
2.2.3 小波基的基本操作	17
2.3 小波的细化	18
2.3.1 算法基础	18
2.3.2 Visual C++实现	19
2.4 一维数字信号的小波分析	23
2.4.1 信号的多分辨率分析	23
2.4.2 小波变换的实现	24
2.4.3 信号频谱分析	28
2.4.4 Visual C++例程	28
2.5 小结	37
第 3 章 小波变换与语音处理	38
3.1 语音的去噪处理	38
3.1.1 语音的频率特性	38
3.1.2 如何进行去噪	40
3.1.3 Visual C++实现	40
3.2 基于小波的语音压缩编码技术	42
3.2.1 基本算法	42
3.2.2 Visual C++实现	46
第 4 章 图像的小波变换	63
4.1 二维离散小波变换	63
4.1.1 算法基础	63

4.1.2	适应于应用环境的快速算法	64
4.1.3	小波系数的显示	66
4.1.4	Visual C++编程实现	67
4.2	图像小波变换的频率特性	79
4.2.1	小波系数的频域分布	79
4.2.2	基于小波变换的图像滤波处理	79
4.2.3	低通滤波的实现	80
4.2.4	图像的高通滤波	83
4.2.5	高通滤波的实现	84
4.3	小结	88
第 5 章	小波变换与数字图像处理	89
5.1	图像的复原	89
5.1.1	小波变换的逆变换算法	89
5.1.2	图像的复原	90
5.1.3	Visual C++编程实现	91
5.2	图像增强	95
5.2.1	图像增强技术的基本思想	95
5.2.2	基于小波的图像增强算法	96
5.2.3	Visual C++编程实现	100
5.2.4	医学成像中的应用	105
5.3	图像融合	105
5.3.1	什么是图像融合	105
5.3.2	利用小波变换实现图像的融合	106
5.3.3	Visual C++编程实现	108
5.4	小结	114
第 6 章	小波变换在图像编解码中的应用	116
6.1	数据压缩概述	116
6.1.1	图像无损压缩	116
6.1.2	图像有损压缩	118
6.2	静态图像的零树小波编码	118
6.2.1	零树的基本概念	118
6.2.2	如何判断一棵零树	120
6.2.3	编码算法	121
6.2.4	Visual C++编程实现	130
6.3	图像的解码	149
6.3.1	解码算法	149
6.3.2	解码图像的质量评述	150
6.3.3	Visual C++编程实现	151

6.4 小结	162
第 7 章 网络图像渐进传输实用案例	163
7.1 图像多分辨率表示	163
7.1.1 图像边缘的表示	164
7.1.2 基于多分辨率表示的二维小波变换	164
7.1.3 二维小波变换的实现	165
7.2 基于感兴趣区域的编码	169
7.2.1 图像编码区域、图层和包	169
7.2.2 ROI 的空间特性	175
7.2.3 ROI 与 LOD	176
7.3 传输信噪比控制	177
7.3.1 基本码率控制算法	177
7.3.2 实现代码分析	178
7.4 图像的渐进传输	181
7.4.1 SNR 可缩放性	181
7.4.2 空间可缩放性	182
7.5 Visual C++ 编程实现	183
7.5.1 文件与网络数据流的处理	184
7.5.2 压缩数据流的信道解码	190
7.5.3 IE 插件的设计	200
7.5.4 案例的编译与应用	214
第 8 章 在数字视频处理中的应用	217
8.1 视频图像的分类	217
8.1.1 数字视频压缩基础	218
8.1.2 视频图像的分类	224
8.2 小波变换在数字视频中的处理范围	226
8.2.1 空间频带的小波视频编码	226
8.2.2 基于小波的帧内视频图像的编码算法	228
8.3 一种基于小波的视频压缩应用	234
8.3.1 自然场景视频的特点	234
8.3.2 自然场景视频的编码	235
8.3.3 小波的运用	272
8.3.4 Visual C++ 编程实现	287
8.4 小结	291
第 9 章 小波分形算法及其应用	293
9.1 什么是分形	293
9.1.1 分形的定义	293

9.1.2 分形中的应用	300
9.2 分形图形及其动画	302
9.2.1 几种经典的分形图形算法	302
9.2.2 分形图形的编程实现	312
9.2.3 分形动画与编程实现	323
9.3 小波分形利用于图像压缩领域	328
第 10 章 在数字水印中的应用	329
10.1 数字水印技术简介	329
10.1.1 数字水印的定义	329
10.1.2 数字水印的分类	329
10.1.3 数字水印的主要特性	330
10.1.4 数字水印的基本框架	331
10.1.5 数字水印的应用	335
10.2 数字水印的嵌入和检测技术	336
10.2.1 时空域图像数字水印技术	336
10.2.2 DCT 域图像数字水印技术	349
10.2.3 小波域图像数字水印技术	360
10.3 小结	372
第 11 章 网络视频回放应用案例	373
11.1 压缩视频的解码	373
11.1.1 视频解码的算法概述	373
11.1.2 形状解码的实现	377
11.1.3 运动补偿解码的实现	384
11.1.4 完成压缩视频的解码	392
11.2 视频回放实用案例讲解	395
11.2.1 系统结构	395
11.2.2 界面菜单的设计	396
11.2.3 Visual C++编程实现	398
11.3 小结	417

第 1 章 小波变换基础

小波变换是相对较新的概念, 20 世纪 80 年代前后才提出小波变换的概念。要学习小波变换, 首先必须搞清楚什么是变换, 以及为什么需要进行变换。信号的数学变换有许多种, 其中傅立叶变换是最普遍使用的变换。绝大多数的信号是以其原始的形式存在的时域信号 (Time-Domain Signal), 它们是时间函数。换言之, 以时间为一坐标轴, 信号幅值为另外一个坐标轴形成时间域坐标系, 时域信号能表示成随时间而变化的连续曲线, 即信号的时间幅值表示。对于绝大多数的信号而言, 时间 - 幅值表示并非最佳的表示。在实际应用中, 绝大部分的信号区分信息隐藏在它们的频率分量中。所以, 信号的频率谱函数 (简称频谱) 表示信号最基本的频率分量, 同时显示了存在于信号之中的频率成分。

频率, 即信号幅值变化的快慢。如果信号的变化剧烈, 则说明其高频成分多; 反之说明其低频成分居多。假若信号没有幅值变化, 则称该信号为常数函数, 即没有频率成分。

1.1 引言

小波变换是在傅立叶分析的基础上发展起来的, 它优于傅立叶分析的地方是它在空域和时域都是局部化的, 其局部化格式随频率自动变换, 在高频处取窄的时 (空) 间窗, 在低频处取宽的时 (空) 间窗, 适合处理非平稳信号, 在图像处理、模式识别、机器人视觉、量子力学等领域得到广泛应用。目前, 小波理论应用已成为数学、计算机和物理等学科共同研究的一个热点。

一个平方可积函数 $f(x)$ 的傅立叶变换定义为: $\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx$ 。

$\hat{f}(\omega)$ 称为原函数的频谱 (函数), 它能精确地说明信号 $f(x)$ 含有的各种频率成份, 但不能提供各种频率成份的空间位置信息。因此可以说傅立叶变换的频域分辨率为无穷大, 空域分辨率为零, 或者说傅立叶变换在频域是完全局部化的, 在空域是非局部化的。

小波变换在高频处窗口高而窄, 可以精确地定出突变信号的位置; 在低频处窗口矮而宽, 适应分析缓变信号的需要, 这种特性被称为“变焦” (zoom), 因而小波又被叫做数学显微镜, 这也是它受重视的重要原因之一。

小波变换的应用前景可以归纳为如下几个方面

(1) 由于小波变换可以将信号或图像分层次按小波基展开, 所以可以根据图像信号的性质以及事先给定的图像处理要求确定到底要展开到哪一级为止, 从而不仅能有效地控制计算量, 满足实时处理的需要, 而且可以方便地实现通常由子频带、层次编码技术实现的累进传输编码 (即采取逐步浮现的方式传送多媒体图像)。这样一种工作方式在多媒体数据浏览、医学图片远程诊断时是非常有用的。

(2) 利用小波变换的放大、缩小和平移的数学显微镜功能, 可以方便地产生各种分辨率

的图像,从而适应不同分辨率的图像 I/O 设备和不同传输速率的通信系统。

(3) 利用小波变换能够比较精确地进行图像拼接,因此对较大的图像可以进行分块处理,然后再进行拼接。这样能为图像的并行处理提供突破的方向。

(4) 基于零树小波的图像压缩算法,在非常宽的比特率范围内具有很高的编码效率。除了具有很高的压缩效率之外,它还提供了空间和质量的可缩放性,以及对任意形状目标的编码。其空间可缩放性高达 11 级,质量的可缩放性具有连续性。小波公式以累进传输和时间上扩充静态图像分辨率金字塔的形式提供比特率可缩放的编码。编码的位流也可以用于图像分辨率层次抽样。这种技术提供了分辨率的可缩放性,以便处理在交互应用场合广泛的观察条件,以及把 2D 图像映射到 3D 虚拟空间。

1.2 时频域分析与变换

通常情况下,信号与信息并不能直接通过时域状态得到,但是可以以频域的方式将它们 在频域中表达出来。例如一个双正交信号——ECG (即心电图信号),通常心电图信号的大体形状是专家们用来诊断的依据——任意与正常心电图形状不一致的情况都被认为是疾病的征兆。然而这种征兆并不是常常十分明显地显现于原始信号的时域表示中。所以,医生大都会将原始的心电图进行一些数学上的处理,然后再进行医学上的分析,这样便能大大提高诊断的可靠性。这是一个非常简单的例子,通过这个例子可以了解到,将时域信号进行有效的数学变换是十分必要的。

傅立叶变换 (FT, Fourier Transform) 是信号处理中最为经典的数学变换方法,但是它并不是最好的、惟一的方法。其实,对应不同的应用环境,信号处理的数学变换方法会有不同,例如希尔伯特变换 (Hilbert Transform)、短时傅立叶变换、Radon 变换以及小波变换等。小波变换是信号处理、信号分析应用众多数学变换中的一种。由于小波变换的特性,使得它在信号处理领域得到广泛地应用。本节将简要介绍傅立叶变换以及引入小波变换来解决特定问题的原因。

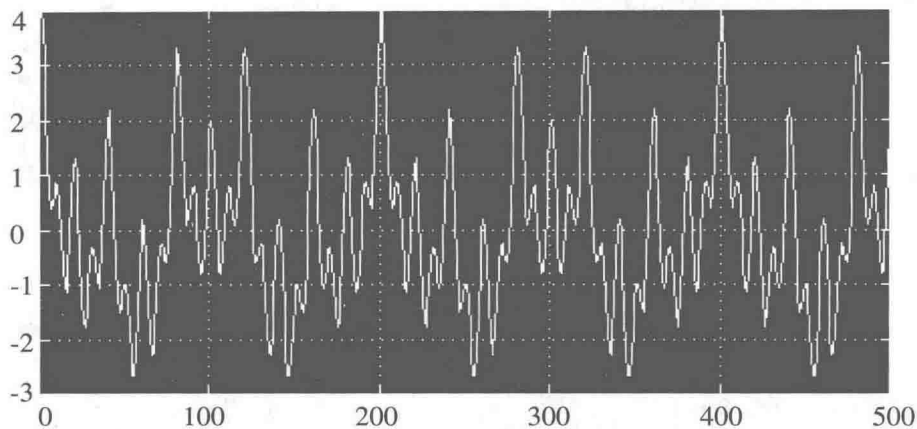
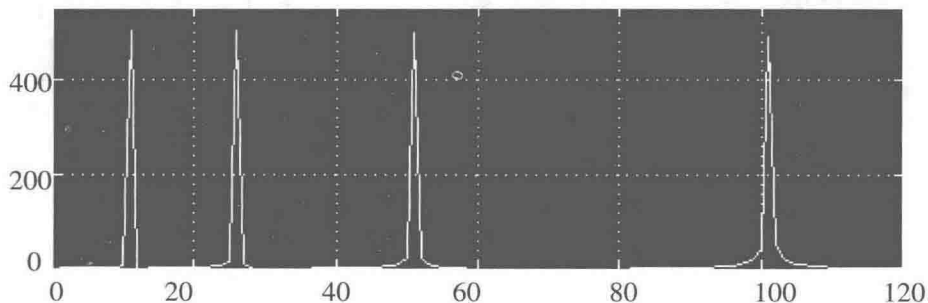
1. 傅立叶变换 (Fourier Transform)

傅立叶变换是可逆变换中的一种,即逆变换能通过与正变换相同的方法从信号的变换表达中完全恢复出原始信号。但是,傅立叶变换的缺陷在于时域与频域的联系因为数学变换而缺失。在时域表示中,不能直接利用信号的频域信息;在频域表示中,也不能直接利用信号的时域信息。傅立叶变换能够给出信号的频域信息,也就是说通过变换能了解到有多少频率成分存在于信号中,但是,它并没有告知这些频率成分是在什么时刻出现的。如果,信号是平稳的,那么可以忽略这个问题。

(1) 什么是平稳信号

首先必须了解什么叫做信号的平稳性,这个概念是诸多信号处理领域中的重要概念。如果信号的频率成分不随时间的变换而发生改变,那么该信号就被称为平稳信号。换言之,平稳信号的频率成分是稳定的,在这种情况下,不需要知道某一时刻信号的频率成分,因为它们已经是完全已知的了。

例如：信号 $x(t) = \cos(2\pi \times 10t) + \cos(2\pi \times 25t) + \cos(2\pi \times 50t) + \cos(2\pi \times 100t)$ 就是一个平稳信号，如图 1-1 所示，其频率成分包括 10Hz、25Hz、50Hz 和 100Hz。那么对信号 $x(t)$ 做傅立叶变换，其结果如图 1-2 所示。

图 1-1 原始信号 $x(t)$ 图 1-2 信号 $x(t)$ 的傅立叶变换

(2) 信号的傅立叶变换

对于平稳信号，通过傅立叶变换能十分直观地处理信号的不同频率成分。但是对于非平稳信号，傅立叶变换是否如平稳信号那么有效呢？

如图 1-3 所示，该信号包含有 4 个不同的频率成分，并且在每一频率下信号将持续一段固定的时间，因此该信号是一个非平稳信号。它的傅立叶变换如图 1-4 所示，可以看到在 4 个频谱的局部峰值附近都存在一些微小的毛细成分，这是由于频率成分的转变造成的。另外，由频谱图还可以观察到：频率高的频谱幅值比频率低的频谱幅值要高。但是必须注意的是，图 1-3 所示的信号其频率成分是随着时间发生变化的，而图 1-1 所示的 $x(t)$ 其 4 个固定的频率成分始终存在。

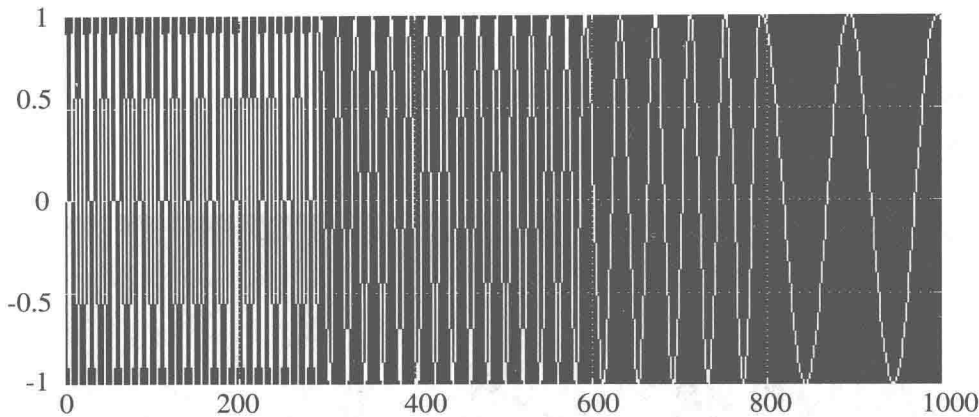


图 1-3 非平稳信号

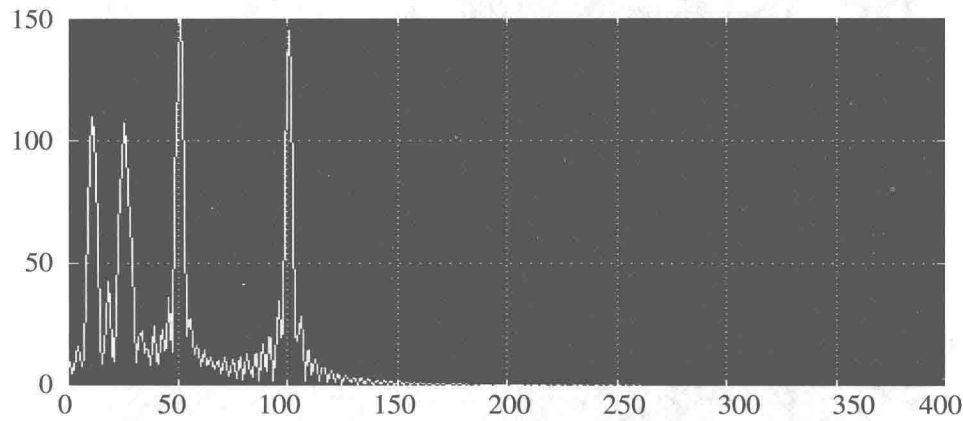


图 1-4 信号的傅立叶变换

比较图 1-2 和图 1-4 可以看到这两个信号的频谱存在一定的相似性：它们都在相应的频率位置显示了信号的频率成分，并且可以看出它们实际上包含有相同的频率成分。虽然是这样，但是通过图 1-4 所示的信号频谱并不能确定图 1-3 所示的信号其频率成分的变换情况。由此可知，傅立叶变换在非平稳信号处理与分析中并不适用于任何情况。

小波变换提供了信号的时-频复合表示，它明显地解决了傅立叶变换用于非平稳信号处理中的弊端。

2. 小波变换

通常特殊的频谱变化信息出现在信号频率成分的瞬时变化中。在这样的情况下，很有必要知道这些频率成分变化的时间长度。例如在脑电图处理中，任何一个与事件相关的潜在大脑反映都是极为重要的。小波变换能同时提供信号的时域与频域信息，因此，它能给出信号的时-频复合表示。

小波变换的数学表达同经典的傅立叶变换是完全不同的，它来源于短时傅立叶变换。小波变换的思想是将信号通过不同的高通与低通滤波器族，滤波器族将信号的高频与低频成分分别进行处理，然后重复上述的滤波处理，每次都相同的频率成分从信号中消除。

假设信号的高频频率至 1000Hz, 首先将信号分为两个部分, 分别通过低通滤波器和高通滤波器, 这样, 信号便成为两个包含有不同频率成分的子信号: 一个对应于 0~500Hz (低频部分), 另一个对应于 500~1000Hz (高频部分)。完成后, 再对低频部分的子信号进行上述相同的步骤, 那么原始信号被分成 3 个部分: 分别对应于 0~250Hz、250~500Hz、500~1000Hz 频率段。这一步骤称为“分解”。

信号的分解步骤持续至预先设定的阈值便停止。信号经过分解后, 将形成不同频带的子信号, 但这些子信号仍然表示的是原始信号。通过这种分解将信号的时域信息同信号所处的频带相联系起来, 然后利用变换公式完成最终的变换。关于信号的数学变换以及详细的分解步骤将在第 2 章中讲解。

第2章 小波与数字信号处理

2.1 小波变换的基础理论

2.1.1 多分辨率分析

虽然时间与频率的分辨率是由于物理现象而普遍存在的（由海森堡的测不准原理可以知道），所以这种分辨率的问题不会因为使用何种变换而消散。但是利用多分辨率分析（MRA, Multiresolution Analysis）可以将信号在不同的频率分辨率上进行处理，并且，每一段频谱分量都与短时傅立叶变换中的频谱相同。

MRA 在高频频段能提供较好的时间域分辨率和较差的频率域分辨率，在低频频段能提供较好的频率域分辨率和较差的时间域分辨率。MRA 的这种特性能不仅可以分析具有较短持续时间和较宽频率段的高频信号；还可以分析具有较长持续时间和较窄频率段的低频信号。这种特性是许多特殊信号处理过程中所需要的数学分析方法。如图 2-1 所示，该信号便具备了上述的特性。

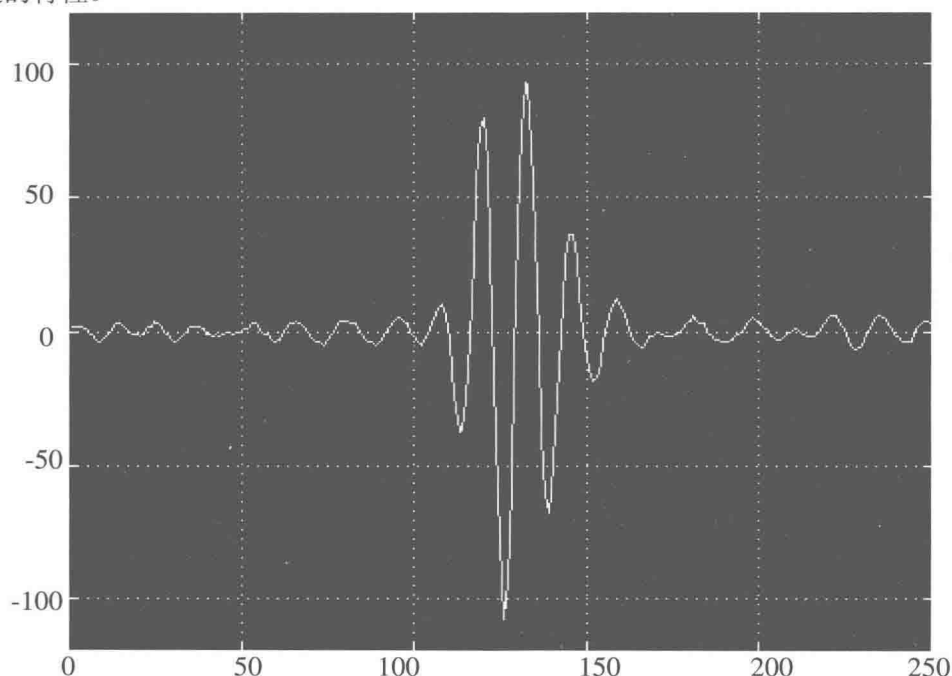


图 2-1 具备多分辨率特性的信号

由图 2-1 可以看出：整个信号具有相对低频的信号成分和相对的高频成分，并且高频成

分位于信号中央，而且持续时间较短。

2.1.2 连续小波变换

1. 定义

连续小波变换是在短时傅立叶变换的基础上发展起来的，并且它克服了短时傅立叶变换的信号分辨率问题。连续小波变换与短时傅立叶变换非常的相似：连续小波变换是利用信号与小波函数的卷积来实现，而短时傅立叶变换是利用与窗口函数的卷积来实现。此外连续小波变换是由时域信号的不同段分别计算得到的。

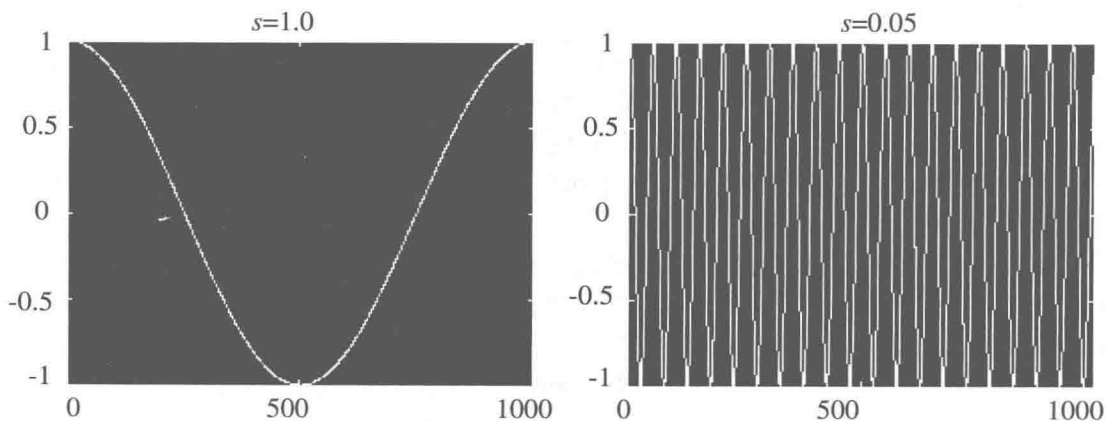
连续小波变的换定义为：

$$CWT_x^\Psi(\tau, s) = \Psi_x^\Psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \Psi^* \left(\frac{t-\tau}{s} \right) dt \quad (2.1)$$

由等式(2.1)可以看出变换函数有两个变量 τ 和 s ，分别是变换参数和尺度参数；函数 $\Psi(t)$ 是变换函数，称为“母小波”。

2. 尺度

在小波变换中尺度参数与地图中用到的比例尺十分相似：比例尺较高的地图对应于没有细节信息的全局缩小的地图，而比例尺较低的地图对应于那些细节信息丰富的地图。那么在小波变换中，相对频率域信息，低频（高尺度信息）对应于信号的全局信息（它通常贯穿于整个信号当中），而高频（低尺度信息）对应于信号一些隐藏部分的细节信息（通常这些信息仅持续很短的时间）。例如， $\cos$ 函数对应于不同的尺度情形可以说明上述观点，如图 2-2 所示。



(a) $\cos$ 信号的原始状态

(b) 尺度因子为 0.05 时的状态

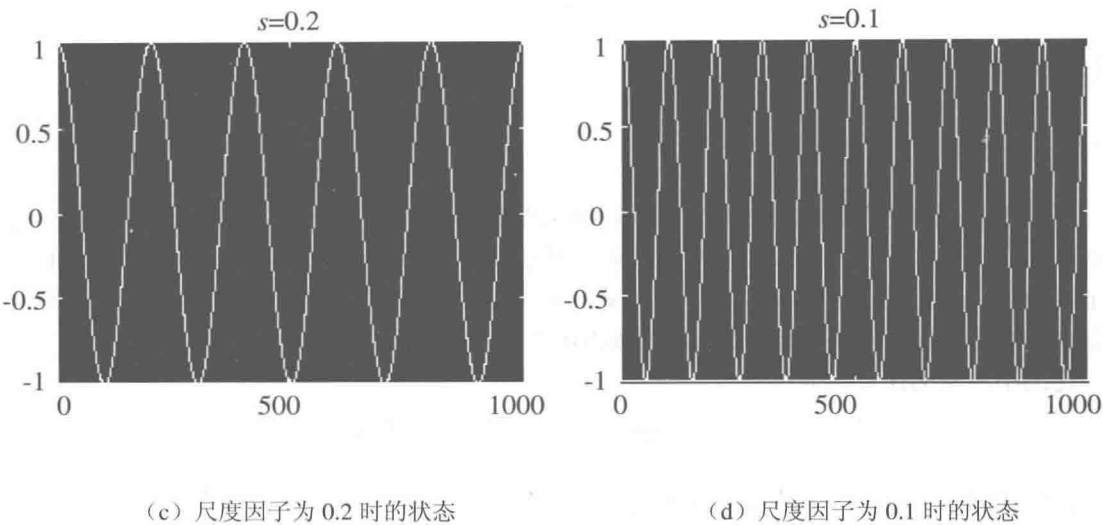


图 2-2 尺度因子与信号频谱的关系

尺度信息是一种数学上的度量，可以进行扩大也能压缩整个信号。较大尺度对应于扩大后的信号，而较小尺度对应于压缩后的信号。图 2-2 所示的信号它们全部由同一个余弦形式的基信号函数：它们其实是经过扩大和压缩后的结果，其中 $s=0.05$ 是最小的尺度； $s=1$ 是最大的尺度。在数学表达形式中，如果函数 $f(t)$ 是一个给定的基函数，那么函数 $f(st)$ 便是经过尺度因子变换后的函数：当尺度因子 s 大于 1 时，函数频率被压缩；当尺度因子 s 小于 1 时，函数频率被扩大。

3. 连续小波变换的计算

假设 $x(t)$ 是一个需要分析的信号，母小波函数在所有的处理中都能适用，并且是所有用于小波变换窗口函数的原型。一旦选定了母小波，那么连续小波变换的计算便从 $s=1$ 开始，并且 s 的取值将是连续变化的，其取值范围通常为区间 $(+\infty,-\infty)$ 。但是，小波变换的计算通常需要与实际的信号相联系，对于某些时限信号，可以不必完成 s 整个取值范围内的计算。

在完成小波变换计算时，首先将小波函数放置在信号的起始处，即对应于时间变量 $t=0$ 的坐标位置。小波函数的尺度为 1 时，将信号与小波函数进行卷积运算。卷积的结果将乘上一个常量 $1/\sqrt{s}$ ，这样可以将信号的能量正则化，那么在任一尺度下，变换的频谱能量都是相同的。变换的最终结果得到了该尺度下的小波变换，例如，在 $t=0$ 且尺度 $s=1$ 时，信号的小波变换结果，对应于等式 (2.1) 中， $\tau=0, s=1$ 时的小波变换结果。

完成了 $\tau=0, s=1$ 时的小波变换后，小波函数将继续向右移动，移动量由变量 τ 来控制，这样便能完成整个尺度 1 下的小波变换，如图 2-3 所示。然后，变量将重复上述步骤，直到完成指定数量尺度下的变换。