高等数学

（文科类）

主编　李秀珍
主审　王继忠

高等教育出版社

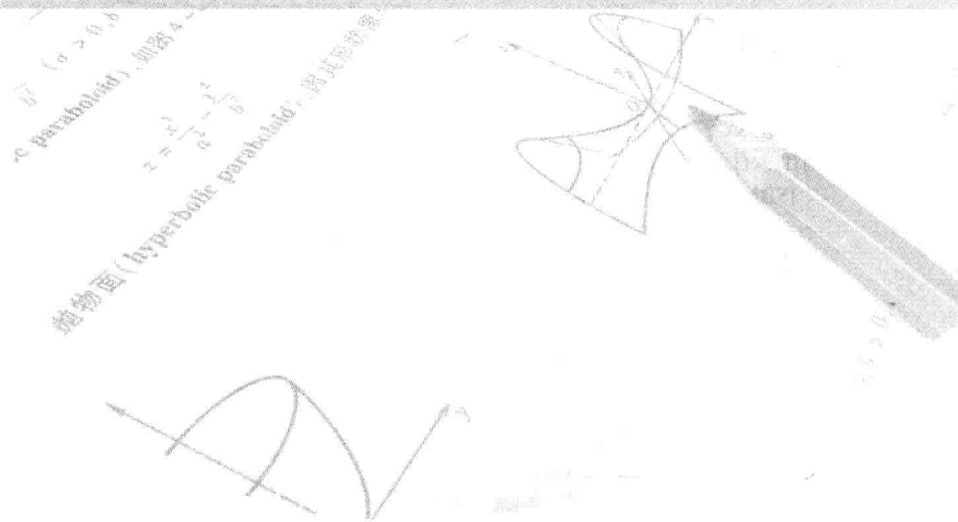
高等数学

（文科类）

主编　李秀珍

主审　王继忠

GAODENG SHUXUE



高等教育出版社·北京

内容提要

本书由纸质教材和数字课程资源两部分组成。纸质教材内容包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用和空间解析几何与向量代数等内容，书末附有积分表及MATLAB的基本用法；数字课程资源包括预习导引、释疑解难、知识拓展、数学实验、习题答案与提示及单元测验等内容。

本书结构严谨，叙述条理清晰，在教材的编写上，既注重了教材的基础性、实用性，又加强了它的先进性和启发性。

本书可作为高等学校文科类专业高等数学课程教材，也可作为其他专业少学时高等数学课程教材及相关人员的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学：文科类/李秀珍主编.--北京：高等教育出版社，2014.9
ISBN 978-7-04-040422-7

Ⅰ.①高… Ⅱ.①李… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2014）第160386号

策划编辑 于丽娜　　责任编辑 李 茜　　封面设计 姜 磊　　版式设计 杜微言
插图绘制 于 博　　责任校对 刁丽丽　　责任印制 尤 静

出版发行 高等教育出版社　　咨询电话 400-810-0598
社 址 北京市西城区德外大街4号　　网 址 http://www.hep.edu.cn
邮政编码 100120　　http://www.hep.com.cn
印 刷 北京宏信印刷厂　　网上订购 http://www.landraco.com
开 本 787mm×1092mm 1/16　　http://www.landraco.com.cn
印 张 13　　版 次 2014年9月第1版
字 数 240千字　　印 次 2014年9月第1次印刷
购书热线 010-58581118　　定 价 21.20元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 40422-00

○ 前　言

当今世界，数学与社会的关系发生了根本性的变化，数学已经深入到从自然科学到社会科学的各个领域，特别是社会科学的许多领域已经发展到不懂数学的人望尘莫及的阶段。因此，不仅理科生需要学数学，文科大学生也应该掌握必要的数学基础知识，具备一定的数学素质。但由于文科生的数学基础、课程学时、专业需求与理科生不尽相同，一本有针对性的高等数学教材是面向文科生的高等数学课程必需的。

本教材在充分考虑文科生的实际需要、知识结构和思维特点的基础上，以为文科学生提供必需的数学知识为目的，以培养文科学生的数学思维方式为指导思想，在编写中体现了以下特色：

1. 内容安排上，以一元微积分的内容为主，融合了数学实验、空间解析几何等内容，力争学生在学到数学知识的同时，能提高抽象思维和逻辑推理的能力，具备分析问题和解决问题的能力。

2. 语言叙述上，力求通俗易懂，深入浅出，注重对基本概念和基本方法的讲解，尽量避免繁杂的数学推导和证明，在传授知识的同时，向学生展示数学独有的魅力和现代数学的思想方法。

3. 例题选择上，精选有针对性的而且计算简单的题目，使学生能迅速掌握解题方法，同时选取了一些具有应用背景的题目，注重理论联系实际，强调数学的应用性。

4. 纸质教材与数字课程资源配套，提供了大量的数字资源，包括预习导引、释疑解难、知识拓展、数学实验、习题答案与提示及单元测验等内容，为学生从课前到课后的学习提供全方位的帮助，也为学有余力的学生提供更广阔的自主学习空间。

参加本书编写的有李秀珍、葛倩、邱召友、隋梅真、张晓平、王凤英和薛晶，具体分工为：纸质教材第一、二章由李秀珍编写，第三章由隋梅真编写，第四章由邱召友编写，第五章及附录Ⅰ、Ⅱ由葛倩编写，第六章由张晓平编写；课程资源第一章由王凤英编写，第二章由薛晶编写，第三章由隋梅真编写，第四章、第五章由葛倩编写，第六章由张晓平编写。全书由李秀珍负责统稿。王继忠教授对本书进行了认真的审查，并提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢。

本书的出版，得到了高等教育出版社的大力支持与帮助，在此深表谢意。

由于作者水平有限，加之时间仓促，书中的错误及不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

2014 年 3 月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

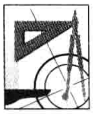
目　　录

第一章
函数与极限

函数是现实世界中变量与变量之间的依存关系在数学中的反映，是高等数学的主要研究对象.极限则是通过有限的不变量研究无限的变量的一种基本方法.本章将介绍函数、极限和连续等基本概念及其性质.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第一节　函数



预习导引

一、预备知识

1. 区间

区间是一类常用的实数集. 设 a,b 是实数,且 $a<b$,满足不等式 $a<x<b$ 的一切实数 x 的全体叫做**开区间**,记作 (a,b);满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的一切实数 x 的全体叫做**闭区间**,记作 $[a,b]$;满足不等式 $a\leqslant x<b$ 或 $a<x\leqslant b$ 的一切实数 x 的全体叫做**半开区间**,记作 $[a,b)$ 或 $(a,b]$. 以上区间中的数 a,b 称为它们的端点,两个端点之差 $b-a$ 称为区间的长度. 从数轴上看,这些区间长度都可以用有限的线段来表示(见图 1－1(a)(b)),因此称它们为有限区间. 除此之外还有无限区间,引进记号 $+\infty$(读作“正无穷大”)及 $-\infty$(读作“负无穷大”),则可类似地表示无限区间. 例如,$[a,+\infty)$ 表示大于等于 a 的全体实数,或写为 $a\leqslant x<+\infty$(见图 1－1(c));$(-\infty,b)$ 表示小于 b 的全体实数,或写为 $-\infty<x<b$(见图 1－1(d));$(-\infty,+\infty)$ 表示全体实数,或写为 $-\infty<x<+\infty$.

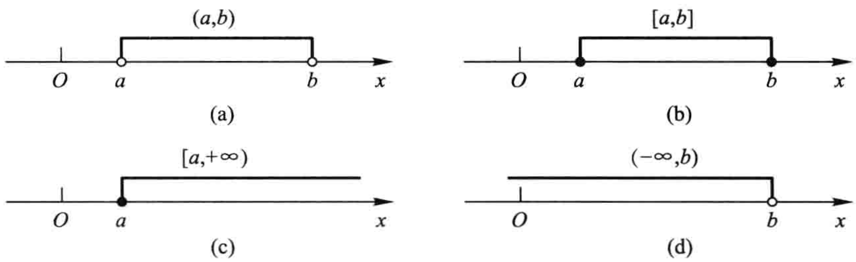


图 1－1

2. 邻域

设 a,δ 是两个实数,$\delta>0$,满足不等式

$$|x-a|<\delta,\quad \text{即 } a-\delta<x<a+\delta$$

的实数 x 的全体称为**点 a 的 δ 邻域**,记作 $U(a,\delta)$. 点 a 叫做**邻域的中心**,δ 叫做**邻域的半径**. 从数轴上看,它表示以 a 为中心,区间长度为 2δ 的开区间,如图 1－2(a)所示. 如果把邻域的中心 a 去掉,即满足不等式

$$0<|x-a|<\delta,\text{即 } a-\delta<x<a \text{ 或 } a<x<a+\delta$$

的实数 x 的全体叫做**点 a 的去心 δ 邻域**,记作 $\mathring{U}(a,\delta)$,如图 1－2(b)所示.

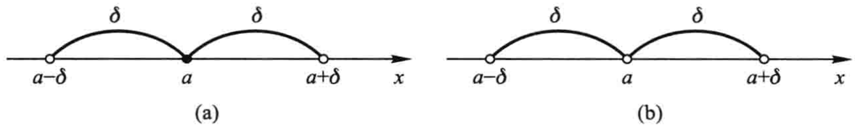


图 1－2

二、函数

1. 函数的概念

在同一个自然现象或工程技术过程中，往往会遇到几个变量一起变化的情形. 但这些变量不是孤立地变化，而是相互依赖，按照一定的规律变化.

例如，圆的面积 A 与半径 r 之间的依赖关系由 $A=\pi r^2$ 给出，在这个关系中，面积 A 随着半径 r 的变化而变化. 如，当 $r=1$ 时，$A=\pi$；当 $r=2$ 时，$A=4\pi$ 等. 其特点是当半径 r 取定一个值时，面积 A 有唯一确定的值与之对应.

又如，做自由落体运动的物体所经过的距离 s 与所用的时间 t 的关系由 $s=\dfrac{1}{2}gt^2$ 给出，其中 g 是重力加速度. 当时间 t 任意取定一个大于零的数值时，距离 s 有唯一确定的值与其对应. 如，当 $t=\sqrt{2}$ 时，$s=g$；当 $t=2$ 时，$s=2g$ 等. 略去上面两个例子的具体意义，可以看出，它们都表达了两个变量间的一种对应关系，这种对应关系就是函数概念的实质.

定义 设 D 是一个非空实数集，f 是一个确定的对应法则，对 D 中的每一个数 x，按照对应法则 f，都有唯一确定的实数 y 与它对应，则称 f 是定义在 D 上的一个函数. 记作

$$y=f(x),\quad x\in D,$$

其中 x 称为自变量，y 称为因变量，D 称为函数 f 的定义域，记作 D_f. 所有函数值 $f(x)$ 构成的集合称为函数 f 的值域，记作 R_f 或 $f(D)$，即

$$R_f=f(D)=\{y\,|\,y=f(x),x\in D\}.$$

在函数定义中记号 f 和 $f(x)$ 的含义是有区别的：f 表示自变量 x 和因变量 y 之间的对应关系，而 $f(x)$ 表示 x 对应的函数值. 通常函数是指对应法则 f，但习惯上用“$y=f(x)$，$x\in D$”表示函数，这时应理解为由它所确定的函数 f. 另外，函数的自变量又称为“元”，只有一个自变量的函数称为一元函数.

从定义可以看出，函数的值域被函数的定义域和对应法则完全确定，所以确定一个函数有两个要素：定义域和对应法则. 函数的定义域是指使函数有意义的所有自变量的取值范围. 在实际问题中，可根据变量的实际意义来确定.

下面给出几个函数的例子.

例 1 做自由落体运动的物体所经过的距离 s 是时间 t 的函数，记为 $s=s(t)$，而这里的 $s(t)$ 就是 $\frac{1}{2}gt^2$，其中 g 是重力加速度. 即

$$s=\frac{1}{2}gt^2,$$

它的定义域 $D_f=[0,+\infty)$.

例 2 用切削机床加工零件时，为实时地调整机床需测定刀具的磨损速度，现每隔一小时测量刀具的厚度，得到以下数据记录(表 1-1)：

表 1-1

时间/h	0	1	2	3	4	5	6	7	8
刀具厚度/cm	30.6	29.1	28.4	28.1	28.0	27.7	27.5	27.2	27.0

以 t 表示时间，y 表示刀具的厚度，这个表就表示一个函数 $y=f(t)$，它的定义域是正整数集的一个子集 $D_f=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$.

例 3 图 1-3 是气温记录仪描出的某一天的气温变化曲线，这条曲线给出了时间 t 与气温 T 的函数关系 $T=T(t)$. 它的定义域 $D_T=[0,24]$，值域 $R_T=[5,25]$.

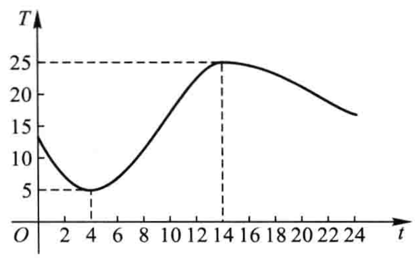


图 1-3

例 4 平面上以原点(0,0)为圆心，半径为 1 的圆周上的点的坐标满足方程 $x^2+y^2=1$. 这个方程确定了变量 x 和 y 之间的关系. 对于每一个 $x\in[-1,1]$，总有确定的 y 与之对应，但这样的 y 有时不是唯一的，这样的对应法则并不符合函数的定义，但当 $y\geqslant 0$(或 $y\leqslant 0$)时，按照这个关系就确定了函数 $y=\sqrt{1-x^2}$(或 $y=-\sqrt{1-x^2}$). 像这样由方程所定义的函数称为**隐函数**，而把形如 $y=f(x)$ 的函数称为**显函数**.

例 5 根据中华人民共和国个人所得税法规定，个体工商户的生产、经营所得以每一纳税年度的收入总额减除成本、费用以及损失后的余额为应纳税所得额. 应纳税所得额税率如表 1-2：

表 1－2

级数	本纳税年度应纳税所得额(含税所得额)	税率/%
1	不超过 15 000 元的	5
2	超过 15 000 元至 30 000 元的部分	10
3	超过 30 000 元至 60 000 元的部分	20
4	超过 60 000 元至 100 000 元的部分	30
5	超过 100 000 元的部分	35

其中全月应纳税所得额＝全月总收入－3 500,试写出某个体户全月总收入 x 与应交纳税款 y 之间的函数关系,并求其定义域.

解 按税法规定当 $x\leqslant 3\ 500$ 元时,不必缴税,这时税款额 $y=0$.

当 $3\ 500<x\leqslant 18\ 500$ 元时,纳税部分是 $x-3\ 500$,应纳 5% 的税,税款额为 $y=(x-3\ 500)\dfrac{5}{100}=\dfrac{1}{20}(x-3\ 500)$.

当 $18\ 500<x\leqslant 33\ 500$ 元时,其中 3 500 元不纳税,15 000 元应纳 5% 的税,即 $15\ 000\times\dfrac{5}{100}=750$ 元,再多的部分,即 $x-18\ 500$ 按 10% 纳税,此时税款额为 $y=750+(x-18\ 500)\dfrac{10}{100}=750+\dfrac{1}{10}(x-18\ 500)$.

类似地,当 $33\ 500<x\leqslant 63\ 500$ 时,税款额为 $y=2\ 250+\dfrac{1}{5}(x-33\ 500)$.

当 $63\ 500<x\leqslant 103\ 500$ 时,税款额为 $y=8\ 250+\dfrac{3}{10}(x-63\ 500)$.

当 $x>103\ 500$ 时,税款额为 $y=20\ 250+\dfrac{7}{20}(x-103\ 500)$.

于是所求函数关系为

$$y=\begin{cases}0, & x\leqslant 3\ 500,\\ \dfrac{1}{20}(x-3\ 500), & 3\ 500<x\leqslant 18\ 500,\\ 750+\dfrac{1}{10}(x-18\ 500), & 18\ 500<x\leqslant 33\ 500,\\ 2\ 250+\dfrac{1}{5}(x-33\ 500), & 33\ 500<x\leqslant 63\ 500,\\ 8\ 250+\dfrac{3}{10}(x-63\ 500), & 63\ 500<x\leqslant 103\ 500,\\ 20\ 250+\dfrac{7}{20}(x-10\ 350), & x>103\ 500,\end{cases}$$

定义域为$[0,+\infty)$.

在例 5 中,函数在其定义域的不同范围内用不同的数学表达式表示,这种函数称为**分段函数**.

由以上这些例子可见,函数的表达方法有多种,常用的主要有三种:表格法、图形法和解析法(公式法),其中图形法表示函数是基于函数图形的概念. 坐标平面上的点集

$$C=\{P(x,y)\mid y=f(x),x\in D_f\}$$

称为函数 $y=f(x)(x\in D_f)$的图形(图 1-4).

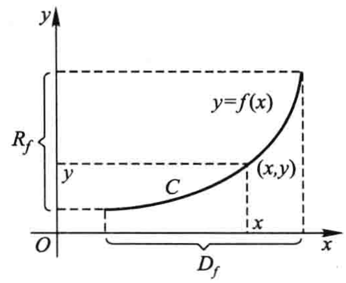


图 1-4

函数与它的图形的关系是:图形上任意点的纵坐标 y 恰好是横坐标 x 对应的函数值 $y=f(x)$. 函数的图形作为桥梁建立了分析对象与几何对象之间的密切联系,使我们可以利用分析工具来研究几何图形的性质;反过来又可以用几何图形来研究分析性质.

2. **函数的几种特性**

(1) 单调性

设函数$f(x)$的定义域为 D,区间 $I\subset D$. 如果对于 I 上任意两点 x_1,x_2,当 $x_1<x_2$时,恒有

$$f(x_1)<f(x_2),$$

则称$f(x)$在区间 I 上是**单调增加**的;如果对于 I 上任意两点 x_1,x_2,当 $x_1<x_2$ 时,恒有

$$f(x_1)>f(x_2),$$

则称$f(x)$在区间 I 上是**单调减少**的.

例如,函数 $y=x^3$在定义域$(-\infty,+\infty)$上单调增加(图 1-5);又如,函数 $y=x^2$在区间$(-\infty,+\infty)$内不是单调函数(图 1-6),但在$(-\infty,0]$上单调减少,在$[0,+\infty)$上单调增加.

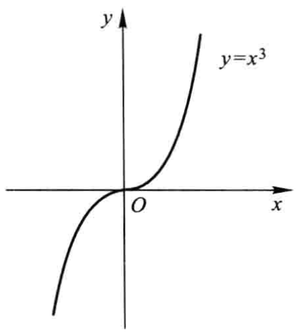


图 1－5

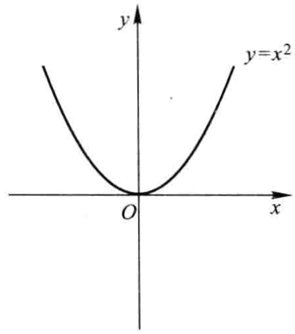


图 1－6

（2）奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称. 如果对于任一 $x\in D$，恒有

$$f(-x)=f(x)$$

成立，则称 $f(x)$ 为**偶函数**. 如果对于任一 $x\in D$，恒有

$$f(-x)=-f(x)$$

成立，则称 $f(x)$ 为**奇函数**.

例如，函数 $f(x)=x^2$ 就是一个偶函数，它的图形关于 y 轴对称（图 1－6）. 函数 $f(x)=x^3$ 是一个奇函数，它的图形关于原点对称（图 1－5）.

一般地，由函数奇偶性的定义，偶函数的图形关于 y 轴对称（图 1－7），奇函数的图形关于原点 O 对称（图 1－8）.

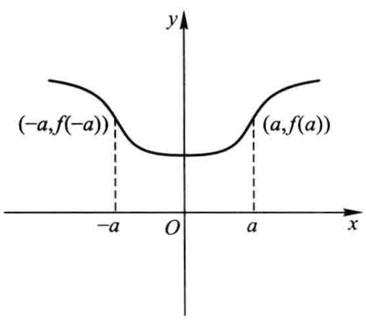


图 1－7

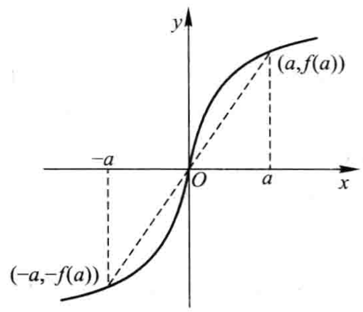


图 1－8

（3）有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，数集 $X\subset D$. 如果存在正数 $M>0$，使得对任一 $x\in X$，不等式

$$|f(x)|\leqslant M$$

都成立，则称 $f(x)$ 在 X 上**有界**. 如果这样的 M 不存在，就称 $f(x)$ 在 X 上

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com