



线性代数练习册

吕全义 安晓虹◎主编

西北工業大學出版社

高等学校网络教育规划教材

线性代数 课程练习册

吕全义 安晓虹 主编

班级	
学号	
姓名	

西北工业大学出版社

【内容简介】 本练习册依据教学内容顺序按章编排,共6章,每章由4部分组成:本章教学基本要求,主要提出在本章学习中所要理解的基本概念与相应的理论;本章重点、难点及考点,总结了本章知识要点;综合练习,提供了各种类型的练习题,有助于学生对本章内容进一步理解与掌握;自测试题,为学生提供了难度适宜的自我检测考题.另外,本书还附上两套模拟试题,帮助学生进行考前训练,且最后附有模拟试题的答案.

本书便于学生课后的练习与自我检测,可作为高等院校工科及经济学科专业的线性代数课后练习册.

图书在版编目(CIP)数据

线性代数课程练习册/吕全义,安晓虹主编. —西安:西北工业大学出版社,2015.1

ISBN 978-7-5612-4232-2

I. ①线… II. ①吕… ②安… III. ①线性代数—高等学校—习题集
IV. ①O151.2-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 004051 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路127号 邮编 710072

电话:(029)88493844 88491757

网址:www.nwpu.com

印刷者:兴平市博闻印务有限公司

开本:727 mm×960 mm 1/16

印张:4.5

字数:75千字

版次:2015年1月第1版 2015年1月第1次印刷

定价:14.00元

前 言

线性代数是高等学校工科专业学生重要的教学基础课程之一,学生通过本门课程的学习,不仅可以获得数学知识,而且可以提高抽象思维、逻辑推理、运算技能以及综合分析问题与解决问题等方面的能力.《线性代数课程练习册》对学生掌握这门课程的基本概念、理论与方法,掌握知识要点,巩固所学知识都有重要的作用.

本练习册集笔者多年的教学经验编写而成,与高等学校网络教育规划教材《线性代数》(吕全义等主编,西北工业大学出版社出版)配套使用,依教学内容顺序按章编排,共6章,每章由以下4部分组成.

(1)本章教学基本要求——学生学习本章内容应达到的合格要求.

(2)本章重点、难点及考点——学生学习本章时应关注的内容.

(3)综合练习——在平时作业的基础上给出的基本题,用于本章学完后期末总复习时使用,有助于提高阶段性学习效果.

(4)自测试题——按章配有多种题型的自测套题,用于学生做阶段性自我测试.

本书附有两套模拟试题,用于学生考前训练.

由于水平所限,书中疏漏和不妥之处,恳请同行和读者指正.

编 者

2014年9月

目 录

第 1 章 行列式	1
第 2 章 矩阵	9
第 3 章 矩阵的初等变换	16
第 4 章 线性方程组	22
第 5 章 矩阵的相似变换	32
第 6 章 二次型	39
模拟试题(一)	45
模拟试题(二)	50
习题与模拟试题参考答案	54

第 1 章 行 列 式

本章教学基本要求:理解 n 阶行列式的概念,了解行列式的性质,掌握 2 阶、3 阶、4 阶行列式的计算,了解一些特殊的 n 阶行列式的计算.

本章重点、难点及考点:行列式的概念与性质,3 阶、4 阶及特殊的 n 阶行列式的计算.

综 合 练 习

1. 计算下列行列式:

$$(1) D = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(2) D = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(3) D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(4) D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(5)D = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 & -1 \\ -4 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(6)D = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(7)D = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & -1 \\ -4 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(8)D = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(9)D_n = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & -1 \\ n & n-1 & \cdots & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2. 已知 4 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

求 D 的余子式 M_{11}, M_{23}, M_{43} 与对应的代数余子式 A_{11}, A_{23}, A_{43} .

3. 设行列式 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{vmatrix} = 2$, 求下列行列式:

$$(1) \begin{vmatrix} 2a & b & c \\ 2x & y & z \\ 2u & v & w \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} a-u & b-v & c-w \\ x+a & y+b & z+c \\ u & v & w \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} a+2c & b & 2c-b \\ x+2z & y & 2z-y \\ u+2w & v & 2w-v \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} a+2c & b+2a & 2c-b \\ x+2z & y+2x & 2z-y \\ u+2w & v+2u & 2w-v \end{vmatrix}$$

4. 求下列方程的解：

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ x & 4 \end{vmatrix} = 2$$

$$(2) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ x & 0 & 1 \\ 1 & 0 & x \end{vmatrix} = -3$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ x-1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & x \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & x^2 \\ 2^3 & 3^3 & 4^3 & x^3 \end{vmatrix} = 0$$

5. 求满足下列条件的二次多项式 $f(x)$ ，使其满足 $f(1)=0, f(2)=4, f(-1)=3$.

6. 判断下列齐次线性方程组是否只有零解:

$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 = 0 \end{cases} & (2) & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases} \\ (3) & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

7. 下列线性方程组是否有唯一解, 如果有, 求其解.

$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 = 2 \end{cases} & (2) & \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 = 2 \end{cases} \\ (3) & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases} & (4) & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

8. 设齐次线性方程组

$$\begin{cases} ax_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + ax_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + ax_3 = 0 \end{cases}$$

试问 a 取何值时, 该方程组有非零解?

自测试题(1)

一、判断题(对的打 $\checkmark$, 错的打 $\times$)

1. 若行列式每列的和为零, 则该行列式为零. ()
2. 若 4 阶行列式 $D_4 = |a_{ij}| = d$, 则行列式 $| -a_{ij} | = -d$. ()
3. 若行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 2$, 则行列式 $\begin{vmatrix} 2a_{11} & 2a_{12} \\ 2a_{21} & 2a_{22} \end{vmatrix} = 4$. ()
4. 若行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 2$, 则行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} + a_{12} & 2a_{11} + a_{12} \\ a_{21} + a_{22} & 2a_{21} + a_{22} \end{vmatrix} = 2$. ()
5. 二元线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ x_1 - 2x_2 = 2 \end{cases}$ 有唯一解. ()
6. 二元齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_1 - 2x_2 = 0 \end{cases}$ 一定有非零解. ()

二、单项选择题

1. 如果一个行列式为零, 则此行列式().
A. 必有两行(或列) 元素对应相等
B. 必有两行(或列) 元素对应成比例

C. 必有一行(或列)元素全为零

D. 以上说法都不一定成立

2. 行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & a & a \\ 2 & b & x \\ c & x & x \end{vmatrix}$, 当 $x = (\quad)$ 时, $D = 0$.

A. 0 B. a C. b D. c

3. 行列式 $\begin{vmatrix} k & 2 \\ 1 & k-1 \end{vmatrix} \neq 0$ 的充分必要条件是 $(\quad)$.

A. $k \neq 1$ B. $k \neq 2$
C. $k \neq 2$ 且 $k \neq -1$ D. $k \neq 2$ 或 $k \neq -1$

4. 4 阶行列式的代数余子式带负号的有 $(\quad)$ 项.

A. 9 B. 8 C. 6 D. 7

5. 若二元线性方程组 $\begin{cases} ax_1 + 2x_2 = 1 \\ x_1 - 2x_2 = 1 \end{cases}$ 有唯一解, 则 a 满足 $(\quad)$.

A. $a \neq -1$ B. $a = -1$ C. $a \neq 1$ D. $a = 1$

6. 若二元齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - ax_2 = 0 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 a 满足 $(\quad)$.

A. $a \neq 0$ B. $a = 0$ C. $a \neq -2$ D. $a = -2$

三、填空题

1. $\begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 若行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 2$, 则行列式 $\begin{vmatrix} 2a_{11} - a_{12} & a_{11} + a_{12} \\ 2a_{21} - a_{22} & a_{21} + a_{22} \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设方程 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & x \\ 4 & 4 & 9 & x^2 \\ 8 & -8 & 27 & x^3 \end{vmatrix} = 0$, 则该方程的 3 个根为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 已知行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 2 \\ 4 & 4 & 9 & 1 \\ 8 & -8 & 27 & 0 \end{vmatrix}$, 则它的余子式 $M_{14} = \underline{\hspace{2cm}}$, 代

数余子式 $A_{14} = \underline{\hspace{2cm}}$.

四、计算行列式

$$D = \begin{vmatrix} a+1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & a+2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & a+3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & a+4 \end{vmatrix}$$

五、求一个二次多项式 $f(x)$, 使得 $f(0) = -1, f(1) = 2, f(-1) = 4$.

六、当 k 为何值时, 齐次线性方程组

$$\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + kx_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + kx_3 = 0 \end{cases}$$

只有零解?

第 2 章 矩 阵

本章教学基本要求:理解矩阵及其运算的概念,掌握矩阵的线性运算、乘法运算及其运算规律,掌握矩阵可逆的充分必要条件、计算逆矩阵的公式法及运算规律,了解分块矩阵的概念.

本章重点、难点及考点:矩阵及其运算的概念,用公式法求逆矩阵,分块矩阵的运算.

综合练习

1. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2b & -1 \\ 3 & -1 & c \end{pmatrix}$, 如果 $A = B$, 求 a, b, c .

2. 下列矩阵是什么型矩阵?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. 已知矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 下列计算哪些有意义?

$$2\mathbf{A} - 3\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{AB}^T, \mathbf{AB}^T + \mathbf{B}^T\mathbf{A}, \mathbf{AB}^T - \mathbf{BA}^T$$

4. 完成下列矩阵运算:

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(5) \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (6) (1 \ 2 \ 3) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

5. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^{100} .

6. 判断下列矩阵是否可逆, 如果可逆, 求逆.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(5) \text{ 已知 } \mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \text{ 求 } \mathbf{A}^{-1}.$$

7. 已知 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ 均是反对称矩阵, 证明 $\mathbf{A}^2, \mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ 均是对称矩阵.

8. 求解矩阵方程 $\mathbf{AX} = \mathbf{B} + 2\mathbf{X}$, 其中 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.