

人工周期结构中弹性波的传播 ——振动与声学特性

温激鸿 郁殿龙 赵宏刚 蔡 力 著
肖 勇 王 刚 尹剑飞



科学出版社

人工周期结构中弹性波的传播 ——振动与声学特性

温激鸿 郁殿龙 赵宏刚 蔡 力 著
肖 勇 王 刚 尹剑飞

国防科学技术大学学术著作出版资助专项经费资助

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书将声子晶体、声学超材料及传统工程周期结构统一到人工周期结构这一概念中,结合国内外研究现状及作者取得的最新研究成果,详细论述人工周期结构中弹性波的传播特性及其在减振降噪领域的应用探索。

本书可供从事周期结构、声子晶体、声学超材料以及减振降噪领域的相关科技人员、高年级本科生以及研究生阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

人工周期结构中弹性波的传播:振动与声学特性/温激鸿等著. —北京:科学出版社, 2015.6

ISBN: 978-7-03-044564-3

I. ①人… II. ①温… III. ①弹性波-声学-研究 IV. ①O347.4
②O42

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 124316 号

责任编辑: 孙 芳 余 丁 高慧元 / 责任校对: 郭瑞芝
责任印制: 张 倩 / 封面设计: 蓝 正

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 6 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2015 年 6 月第一次印刷 印张: 23 插页: 8

字数: 452 000

定价: 128.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

工程领域中广泛应用周期结构,如加筋梁板类结构、周期蜂窝结构、周期格栅结构等。工程中采用周期结构最主要的原因是在满足力学要求的前提下减轻结构的质量,由此也使周期结构在外部激励下易产生振动,并辐射强烈的噪声。结构中的振动与声通常是以弹性波的形式传播的。因此,对结构中的弹性波传播特性及其传播控制方法的研究是实现其减振降噪设计的基础。

近年来,凝聚态物理领域中声子晶体、声学超材料等概念的出现为周期结构中弹性波传播特性和控制研究注入了新的活力。声子晶体是指由两种或两种以上介质组成的具有弹性波带隙特性的周期性复合材料或结构。当弹性波在声子晶体中传播时,某些频率范围内的弹性波不能传播,相应的频率范围称为带隙;而其他频率范围内的弹性波可以传播,相应的频率范围称为通带。声子晶体的带隙及通带特性能够控制弹性波在结构中的传播特性,可以为周期结构中振动与声的传播控制提供一条全新的技术途径。作者所在的课题组于2008年在国防工业出版社出版《声子晶体》一书,对声子晶体的基本概念、基础理论、弹性波带隙机理及减振降噪应用探索作了较为系统的阐述。

声学超材料是指由特殊设计的人工声学结构单元周期排列在基体材料中构成的,可以获得具有与自然界中物质迥然不同的超常物理性质的声学新材料或新结构。超常物理性质是指在结构尺寸的亚波长频率范围内,具有低频带隙、低频超常吸收、超常材料参数(负质量密度、负弹性模量等)、强色散等物理效应。这些物理效应反映了超材料对弹性波传播的超常控制方法。

作者所在的课题组自2000年起开展声子晶体基础理论研究,随后以结构减振降噪为背景,在深入研究分析传统周期结构减振降噪理论和方法的基础上,结合声子晶体相关理论,开展了声子晶体弹性波带隙特性在结构减振降噪领域的应用探索研究。近期,又紧跟国际声学超材料的发展,开展了超材料对弹性波的绕射控制研究。

在上述研究工作中,作者发现:无论传统工程周期结构、声子晶体还是声学超材料,都可以看做由特殊设计的人工结构单元周期排列构成的新结构/材料。以结构中振动与声的传播特性分析与控制为研究背景,针对这些对象开展的研究工作本质上都是研究周期结构中弹性波传播特性及其传播控制方法。从结构的周期性特征和研究工作本质上的一致性这一角度出发,可以将声子晶体、声学超材料及传统工程周期结构统一到人工周期结构这一范畴中。这种统一能够促进工程科

学领域中弹性动力学、振动与声学等相关理论和物理学中晶格与能带等相关理论的融合与发展。

自 2008 年《声子晶体》一书出版以来,作者所在的课题组在人工周期结构中弹性波传播特性及其传播控制方法研究方面又持续开展了大量的研究工作。本书是这些研究工作的提炼、总结和整理。

本书共 6 章,各章内容大致如下:第 1 章为绪论;第 2 章为梁类人工周期结构振动特性;第 3 章为板壳类人工周期结构振动特性;第 4 章为人工周期结构水声吸声特性;第 5 章为人工周期结构隔声特性;第 6 章为人工周期结构声绕射特性。

在撰写本书过程中,课题组的温熙森教授、韩小云副教授给予了许多支持和帮助,王建伟、袁博、孟浩、张玉光、沈惠杰、陈圣兵、吕林梅、杨海滨、张浩等研究生也参与了部分工作,在此表示感谢。

同时,本书的完成还要感谢国家自然科学基金项目(51275519、51175501、11372346、51322502、51305448、51405502)的支持,特别感谢国防科学技术大学学术著作出版资助专项经费资助。

由于作者水平有限,书中难免存在不妥之处,敬请读者批评指正。

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 传统周期结构	2
1.3 声子晶体	4
1.3.1 基本概念	4
1.3.2 带隙机理	6
1.3.3 通带特性	9
1.3.4 减振降噪探索	10
1.3.5 最新进展	10
1.4 声学超材料	11
1.4.1 基本概念	11
1.4.2 变换声学 with 声隐身	12
1.4.3 声学超材料减振降噪探索	13
1.4.4 高性能声学功能器件应用探索	15
1.5 人工周期结构	16
1.5.1 研究内涵	16
1.5.2 人工周期结构中弹性波传播特性及研究意义	17
1.6 本书内容及结构安排	19
参考文献	20
第 2 章 梁类人工周期结构振动特性	28
2.1 引言	28
2.2 局域共振型人工周期梁结构振动特性	28
2.2.1 模型和方法	28
2.2.2 带隙特性分析	37
2.2.3 减振设计及实验验证	39
2.3 含周期压电分流阵列的梁结构振动特性	46
2.3.1 压电分流阵列结构概述	47
2.3.2 含周期压电分流阵列的周期梁结构模型及带隙计算方法	48
2.3.3 含被动压电分流阵列的周期梁结构的带隙特性及振动衰减特性	52

2.3.4 含主动压电分流阵列的周期梁结构宽带振动衰减	73
2.4 充液周期管路系统振动特性	84
2.4.1 带隙理论模型与计算方法	84
2.4.2 带隙特性分析	94
2.4.3 实验验证	108
2.5 小结	114
参考文献	115
第3章 板壳类人工周期结构振动特性	118
3.1 引言	118
3.2 局域共振型人工周期板结构振动特性	118
3.2.1 结构模型和计算方法	118
3.2.2 带隙特性分析	124
3.2.3 样件设计与振动实验	127
3.3 含周期压电分流阵列的板结构振动特性	132
3.3.1 含二维周期压电分流阵列的板结构模型及计算方法	133
3.3.2 不同分流电路对带隙衰减特性的影响分析	140
3.3.3 振动实验验证	151
3.4 负泊松比周期格栅结构振动特性	152
3.4.1 负泊松比的概念	153
3.4.2 周期格栅结构波传播理论模型	154
3.4.3 振动带隙特性和传播方向性	157
3.4.4 振动带隙特性影响因素分析	161
3.4.5 实验验证	165
3.5 周期圆柱壳体振动特性	167
3.5.1 壳体理论	168
3.5.2 分析方法	172
3.5.3 周期圆柱壳体被动控制分析	184
3.5.4 周期圆柱壳体主动控制分析	192
3.6 小结	199
参考文献	200
第4章 人工周期结构水声吸声特性	202
4.1 引言	202
4.2 声学特性计算方法	203
4.2.1 层多重散射法	203

4.2.2 有限元法	208
4.3 局域共振结构吸声特性	222
4.3.1 吸声机理	222
4.3.2 吸声影响因素分析	233
4.3.3 吸声优化	245
4.4 实验测试及结果分析	255
4.4.1 实验原理	255
4.4.2 实验测试及分析	255
4.5 小结	258
参考文献	258
第 5 章 人工周期结构隔声特性	260
5.1 引言	260
5.2 薄膜型声学超材料的隔声特性	260
5.2.1 模型和方法	261
5.2.2 隔声机理与调控规律	265
5.2.3 隔声特性的低频宽带设计及实验验证	269
5.3 局域共振板结构的隔声特性	272
5.3.1 模型和方法	272
5.3.2 质量密度定律区隔声特性	278
5.3.3 吻合效应区隔声特性	285
5.4 局域共振型水声材料的隔声特性	290
5.4.1 模型和方法	290
5.4.2 局域共振与 Bragg 带隙耦合隔声机理分析	293
5.4.3 局域共振和 Bragg 隔声带的耦合规律	297
5.4.4 斜入射条件下隔声规律分析	302
5.5 小结	308
参考文献	309
第 6 章 人工周期结构声绕射特性	311
6.1 引言	311
6.2 坐标变换理论与声学变换介质	311
6.2.1 波的弯曲绕射及隐身	311
6.2.2 坐标变换理论及绕射隐身设计	313
6.2.3 声学变换介质	318
6.3 声学斗篷声绕射特性	322

6.3.1 多层介质声学斗篷的声学特性计算	323
6.3.2 声绕射的影响因素及规律	328
6.4 声学斗篷结构设计及实验	337
6.4.1 惯性超材料设计	338
6.4.2 五模超材料设计	346
6.4.3 实验及测试结果	354
6.5 小结	358
参考文献	358

彩图

第 1 章 绪 论

1.1 引 言

低振动与低噪声品质是现代装备发展的一个重要目标和特征。过强的振动和噪声严重影响装备的工作性能、精度、效率,以及运行安全性、可靠性和服役寿命等;过高的噪声会破坏人类生活及工作环境的舒适性,降低人类生活品质,甚至危害人的健康。振动与噪声控制是提高产品质量、增强可靠性和延长寿命的重要途径。掌握振动与噪声的产生机理,对于设计制造安全可靠和性能优良的机械系统与结构,抑制和防止振动与噪声带来的危害是十分必要的,机械振动与噪声控制已经成为振动工程领域内的一个重要分支^[1]。

在国防工业领域,潜艇、战机、军舰、战车、导弹、鱼雷等各种武器装备面临的振动与噪声问题更为突出。受我国工业基础水平的限制,目前上述装备的振动与噪声非常剧烈,破坏了隐蔽性,使得其战场生存能力大为降低。同时,武器装备都装载了大量的精密仪器仪表,过大的振动与噪声将将使仪器仪表的性能、精度降低,甚至失效,从而影响装备的战技性能。武器装备系统元件众多、振动耦合形式复杂,而且受空间、质量等条件的限制,传统的减振降噪技术还有一定的局限性,因此迫切需要发展振动与噪声控制新理论与新技术。

装备中的振动与噪声通常是以弹性波的形式传播的,本质都可归结于结构/材料中的弹性波传播效应,以及弹性波与周围声介质(如空气、水)的相互耦合作用^[2]。对结构/材料中弹性波调控机理及特性的研究,正是振动与噪声控制工程领域的核心基础问题。因此,对结构/材料中的弹性波行为进行调控是实现装备振动与声学特性控制的一种有效手段。

开展弹性波传播调控机理研究,对促进振动与噪声控制领域的理论和技术发展具有重要意义。20 世纪 50~60 年代起,人们对周期结构中的波传播理论展开深入研究,试图利用周期结构的波传播特性实现振动与噪声控制^[3]。

20 世纪 90 年代,声子晶体的研究引起了广泛的关注。声子晶体是由两种或两种以上材料组成的,具有弹性波带隙的周期性复合材料或结构^[4, 5]。经特殊设计的声子晶体存在能够抑制弹性波传播的频率范围,这些频率范围称为带隙(band gap)。通过调节人工周期结构的几何/材料参数,可以人为调控带隙的位置、宽度及其对波传播的抑制能力。这为传统工程结构的减振降噪提供了这样一种新的思路:将工程结构(如杆、梁、板等)设计成为特殊的人工周期结构,使其具有带隙

特性, 利用带隙特性抑制结构中的波传播, 进而达到减振降噪的目的。

声学超材料(acoustic metamaterials)是近年来提出的新概念, 声学超材料是指由特殊设计的人工声学结构单元周期排列在基体材料中构成、可以获得具有与自然界中物质迥然不同的超常物理性质的声学新材料或新结构^[6-9]。超材料所具有的定向传输、负折射、负等效质量密度、负等效模量等特性已经超越了常规材料/结构本身所具备的性能。

声子晶体、声学超材料的研究极大拓展了传统周期结构的研究范畴, 除带隙特性外, 还陆续发现了弹性波在其中传播的一系列特殊物理效应, 如低频吸声特性、强色散特性、声绕射特性等, 这些新的物理效应可以操控弹性波的传播行为, 为振动与声学特性控制提供了新的理论基础和技术途径。

周期结构、声子晶体、声学超材料是从不同角度和历史阶段发展起来的三个概念, 相互之间存在一定联系, 但是又存在一定区别。将三者统筹研究, 可以相互借鉴, 相互补充。一方面, 通过引入声子晶体、声学超材料等新概念、新理论, 可以进一步拓展周期结构研究领域, 提升周期结构理论内涵; 另一方面, 工程周期结构的研究也为声子晶体、声学超材料等新概念在振动与噪声控制领域中的工程应用探索提供了指导方向。

1.2 传统周期结构

航空航天、车辆船舶、工程建筑等领域广泛应用周期结构, 如加筋梁板类结构、周期蜂窝结构、周期格栅结构等。这些结构具有共同的特点——几何空间排列的周期性, 即由一些相同的结构单元以相同方式连接而成, 如图 1.2.1 所示。工程中采用周期结构最主要的原因是在满足力学要求的前提下减轻结构的质量, 由此也使周期结构易于在外部激励下产生振动, 并辐射强烈的噪声, 减振降噪需求突出。

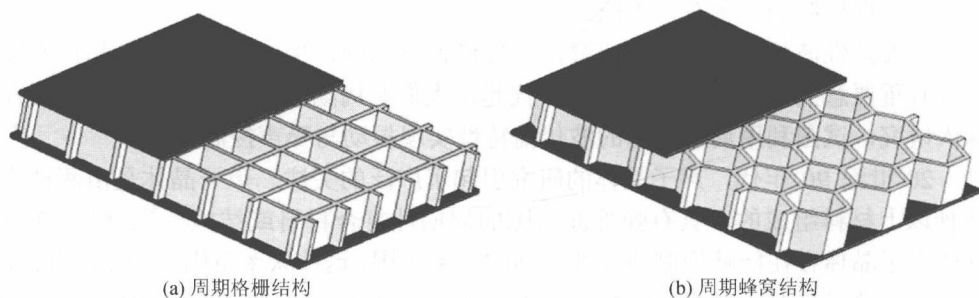


图 1.2.1 周期格栅结构与蜂窝结构示意图

早在 1883 年, Floquet 针对一维 Mathieu's 方程研究了波在周期介质中的传播问

题。1928年, Bloch将Floquet的结论推广到三维,得到了著名的Bloch定理。之后, Brillouin^[10]的著作《周期结构中波的传播》以及 Cremer等^[11]的著作《结构声》分别研究了周期弹簧-质量系统和周期结构梁中的振动特性。

从20世纪60年代开始,各国对周期结构的振动特性给予了更多的关注,并进行了比较深入的理论和实验研究,研究对象主要集中在实际工程中广泛应用的周期结构,如一维梁杆类周期结构、二维板和壳类周期结构。近年来,结合半主动和主动控制方法,研究了周期结构的半主动、主动振动带隙。

在一维梁杆类周期结构方面,英国南安普顿大学的 Mead等对周期结构展开了相关研究,从波动方程出发,研究了周期支撑梁的振动特性^[12]、周期加筋梁的弯曲振动和纵向振动的耦合特性^[13]以及周期铁摩辛柯梁的振动特性^[14]。Heckl^[15]研究了周期支撑铁摩辛柯梁中压缩波、扭转波和弯曲波的耦合振动特性。Mangaraju等^[16]将材料周期性嵌入到周期支撑梁中,研究了阻尼材料对带隙内振动衰减的影响。Jensen^[17]将铝和PMMA两种材料交替组合形成一维周期结构细长杆,得到了其振动带隙,并进行了拓扑优化,优化结果表明在带隙内的振动衰减明显增强。Asiri^[18]和 Szefti^[19]利用一维杆状和层状周期结构的振动带隙,用来隔离直升机齿轮箱的振动传播。Alakebanga^[20]将一维周期结构梁的每个原胞设计成圆锥形状得到了梁的纵向振动带隙,并对带隙进行了优化。Toso^[21]系统地研究了具有几何周期结构的杆、壳和轴的振动带隙。Richards和Pines^[22]利用传递矩阵法研究了不同几何截面的周期驱动轴的振动带隙特性,利用带隙特性对齿轮的啮合振动进行了有效抑制。Diaz-de-Anda等^[23]从理论和实验上研究了不同截面尺寸铁摩辛柯梁的弯曲振动带隙。Watanabe等^[24]研究了空间周期关节梁的波传播特性。Yeh和Chen^[25]利用有限元法和传递矩阵法研究了周期夹层梁结构的波传播特性。Li及Langley等^[26-30]研究了弹性波在准周期结构或无序结构的带隙特性。Yan等^[31]则研究了周期或无序梁结构中弯曲波的衰减和局域特性。Koo等^[32]则研究了周期支撑流固耦合管路的弯曲振动传播特性,并从理论和实验上证实了振动带隙的存在。Søe-Knudsen等^[33]研究了周期弯管的振动传播特性,指出周期性弯管设计可以作为流固耦合管路振动被动控制的一种方法。Sorokin等^[34]在管路上周期附加惯性质量系统,并研究了由此导致的管路纵向振动与弯曲振动的耦合振动带隙特性。Thorp等^[35]首次提出将压电分流技术应用于周期结构的带隙控制,研究了一维周期性分流杆中的弹性波传播的衰减和局域化。2004年,Thorp等^[36]又利用周期性压电分流环来控制充液壳的波传播和衰减特性。Airoidi和Ruzzene^[37]利用多分支分流电路在一维梁中产生了多个谐振带隙,扩大了带隙的整体频带宽度。

在二维板壳类周期结构方面, Mead等率先研究了二维周期板的波传播特性^[38],并提供了一种用于计算周期加筋板振动特性的新算法^[14],对圆柱壳的环状加筋和径向加筋的振动特性也进行了研究^[39, 40]。Langley等^[41]利用统计能量分析的方法计

算了无限周期加筋阻尼板的振动特性,并且得到了有限结构的透射系数和吸收系数。当考虑固液耦合的影响时,Sorokin 等和 Zhang 等^[42-44]分别研究了液体条件下的周期结构板和加筋壳振动带隙特性。Jeong^[45]从理论和实验上研究二维几何周期平面网格结构的振动带隙特性。上海交通大学的刘见华和金咸定^[46]研究了周期加筋板中弯曲波的传播特性,分析了振动频率和弯曲波入射角对传播常数的影响。Ruzzene 和 Baz^[47]将压电片周期性地安装于圆柱壳内外表面,并作为离散型点式传感器获取结构的振动信号,形成一种主动周期结构,通过反馈控制来主动调节压电材料的纵向(平面)变形,从而调节黏弹材料的剪切变形和波的传播调控,实现结构主体的振动控制。Akl 等^[48]将水下圆柱壳体周期加筋,并对加筋的几何尺寸、周期布置间距进行优化,以最小的附加质量实现了圆柱壳体振动和噪声的最小化。Casadei 等^[49]研究了负电容和谐振电路共同对薄板振动的控制作用,结果显示谐振电路在负电容的作用下得到了加强。Collet 等^[50]研究了二维压电分流阵列对铝板中波传播的影响。

1.3 声子晶体

1.3.1 基本概念

近年来,凝聚态物理领域中声子晶体概念的出现为周期结构中弹性波传播特性和控制研究注入了新的活力。

声子晶体(phononic crystals)是凝聚态物理领域在光子晶体(photonic crystals)研究的基础上提出的一个新的物理概念。声子晶体是指由两种或两种以上介质组成的具有弹性波带隙特性的周期性复合材料或结构。当弹性波在声子晶体中传播时,受内部周期结构的作用,某些频率范围内的弹性波不能传播,相应的频率范围称为带隙;而其他频率范围内的弹性波可以传播,相应的频率范围称为通带(pass band)。

1992 年, Sigalas 和 Economou^[51]率先研究了由球形散射体埋入某一种基体材料中形成的一种三维周期点阵结构,首次从理论上证实含散射体的三维周期结构中存在弹性波带隙。1993 年, Kushwaha 等^[52]研究了一种镍/铝二维固体周期复合介质,第一次明确提出了声子晶体的概念,并首次指出声子晶体带隙特性在高精密无振动环境方面具有潜在应用前景。1995 年, Martínez-Sala 等^[53]通过测试西班牙马德里的一座具有 200 多年历史的雕塑“流动的旋律”,首次从实验角度证实了声子晶体弹性波带隙的存在,这项成果发表在著名学术期刊 *Nature* 上。从此之后,声子晶体研究在全世界范围内广泛兴起^[54, 55]。

根据声子晶体在空间存在周期性的维数,可分为一维、二维、三维声子晶体,

其典型结构分别如图 1.3.1 (a)~(c) 所示^[5]。其中, 一维声子晶体一般是由不同材料堆叠而成的层状周期结构。二维声子晶体一般为柱状散射体嵌入另一种基体材料中所形成的二维周期性点阵结构。柱状散射体可以是中空或实心的, 横截面可以是图 1.3.1 (b) 所示的圆形, 也可以是正方形、菱形等。散射体的周期拓扑形式可以是正方形晶格、三角形晶格或六边形晶格等。三维声子晶体一般是球形散射体埋入某一基体材料中所形成的三维周期点阵结构, 点阵结构周期拓扑形式可以是体心立方晶格、面心立方晶格或简单立方晶格等。声子晶体中周期结构的最小周期尺度称为晶格常数(也称晶格尺寸或周期尺寸)^[5]。

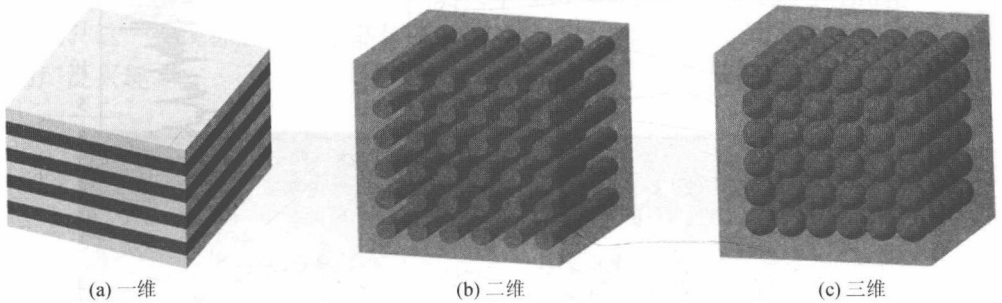


图 1.3.1 各维声子晶体结构示意图

一维: 周期层状结构; 二维: 柱形结构单元周期排列在某种基体材料中;
三维: 球形结构单元周期排列在某种基体材料中

声子晶体带隙特性通常用无限周期结构所体现的能带结构和有限周期结构的传输特性(或频率响应函数)来描述。

对于无限周期的声子晶体, 依据周期结构的 Bloch 定理^[10], 声子晶体中的本征波模式都是 Bloch 模式, 这样的本征波通常被称为 Bloch 波。每一种模式的 Bloch 波都可以用一个 Bloch 波矢 $\mathbf{k}$ (波数矢量) 来表征。借助一定的理论和方法可以求得声子晶体在不同频率 ω 下对应的 Bloch 波矢 $\mathbf{k}$, 画出 ω 与 $\mathbf{k}$ 之间的关系曲线, 就是所谓的能带结构图, 或色散曲线图(色散关系图)。在能带结构图中, 无任何色散曲线进入的频率区域称为带隙; 相应地, 存在色散曲线的频率范围称为通带。通常所说的带隙计算, 其实就是计算能带结构图, 从能带结构图中识别带隙。图 1.3.2 (a) 给出的就是一种二维声子晶体薄板结构的能带结构图。图中横坐标描述的是 Bloch 波矢在不可约 Brillouin (布里渊) 区边界上^[5]的取值。图中阴影部分所示为带隙区域。理论上, 这种声子晶体可以抑制图中所示带隙频率范围的弹性波传播。

对于有限周期的声子晶体, 通常用样品对入射弹性波的传输特性描述其带隙特性^[5]。在声学传播方面, 常用声反射系数、吸声系数和声透射系数来描述带隙特性。在结构振动传播方面, 常用频率响应函数来描述带隙特性。图 1.3.2 (b) 给出

的就是一种二维声子晶体薄板的频率响应函数, 可见带隙频率范围内振动传播明显得到衰减。

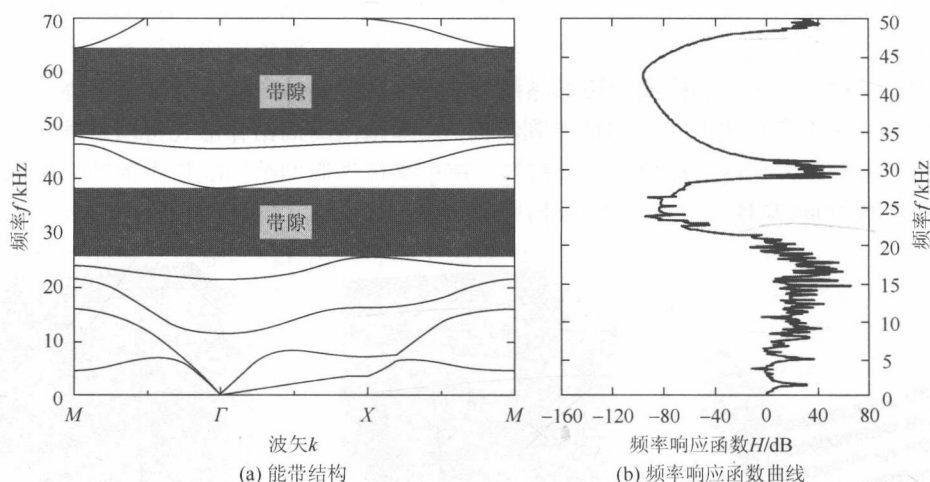


图 1.3.2 二维声子晶体能带结构与频率响应曲线

1.3.2 带隙机理

带隙机理及带隙特性研究是声子晶体研究的核心基础内容, 其主要目的是要回答这样一些基本问题: 带隙是如何产生的? 在什么频率范围出现? 对波传播的衰减能力如何? 如何通过调节参数来调控带隙特性? 到目前为止, 声子晶体领域主要揭示了两种带隙机理。早期的声子晶体研究所涉及的带隙主要是基于 Bragg (布拉格) 散射机理^[51, 52, 56-62]。这种带隙通常被称为 Bragg 带隙, 其出现的频率位置主要受 Bragg 条件^[10]控制, 即

$$a = \frac{n\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.3.1)$$

式中, a 代表声子晶体的晶格尺寸; λ 代表声子晶体中的弹性波波长。Bragg 条件表明, 要在声子晶体中实现 Bragg 带隙, 其晶格尺寸至少要与弹性波的半个波长大致相当。式 (1.3.1) 的另一种表述形式为

$$f = \frac{nc}{2a}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.3.2)$$

式中, c 代表声子晶体中基体弹性波波速。因此也可以这样认为, 在 Bragg 散射型声子晶体中, 其第一带隙中心频率一般位于 $c/2a$ 附近。也就是说, Bragg 条件决定了: 要实现低频的 Bragg 带隙, 必须采用较大的晶格尺寸。这一特点一定程度上限制了 Bragg 散射型声子晶体在低频减振降噪方面的应用, 因为所需要的

Bragg 散射型声子晶体尺寸往往过大。不过,最近针对 Bragg 散射型声子晶体的工作仍然有大量报道^[55],一方面是由于这类声子晶体易于实现,其带隙内的波衰减能力一般比较大,另一方面是由于 Bragg 带隙在声功能器件设计方面具有非常大的吸引力。前面提到的雕塑“流动的旋律”中的带隙就是典型的 Bragg 带隙。

2000 年, Liu 等^[6]在 *Science* 上发表论文首次提出了声子晶体产生带隙的另一种机理——局域共振机理,基于这种机理产生的带隙被称为局域共振带隙,他们在环氧树脂基体材料中周期性地嵌入由软材料包覆的铅球,制备出了一种图 1.3.3 所示的三维三组元局域共振型声子晶体。理论及实验结果都表明,这种局域共振型声子晶体中带隙频率对应的波长远远大于晶格尺寸,即远远突破了 Bragg 条件的限制。这一发现标志着声子晶体领域的又一重大突破,迅速引起了世界各国学者的广泛兴趣。

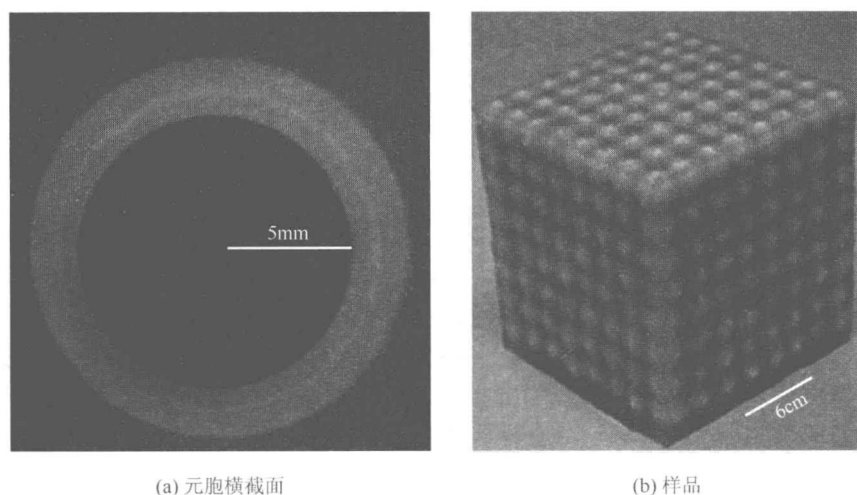


图 1.3.3 三维三组元局域共振型声子晶体样品^[6]

Goffaux 等^[63]从理论上证实了二维三组元的类似声子晶体中同样存在局域共振带隙,并结合类 Fano 现象和近似的机械振动模型初步揭示了局域共振带隙的形成机理。在另一工作中, Goffaux 等^[64]还比较了一种二维声子晶体中 Bragg 带隙和局域带隙对波传播的衰减能力,理论结果表明前者的衰减能力要明显高于后者。

Hirsekorn 和 Wang 等^[65-68]都对声子晶体局域共振带隙机理作了进一步深入研究,他们的基本思路是将局域共振型声子晶体元胞简化为由质量和弹簧组成的集中参数系统,通过分析这一简化系统的共振模式及固有频率来估计局域共振带隙的起止频率。王刚等^[67, 69]针对三维三组元局域共振型声子晶体提出的简化模型如图 1.3.4 所示,图中, m_1 和 m_2 分别代表单个元胞内芯体和基体的质量,而 k_1 代表软包覆层的等效刚度。王刚等^[67, 69]的研究表明,局域共振带隙的下带边振动模式

可以用图 1.3.4(b) 中上半部分给出的“质量-弹簧”振子模型来解释，对应的共振模式体现为元胞内部芯体的整体平移振动，用该振子的固有频率所估计的局域共振带隙起始频率为

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \tag{1.3.3}$$

而下带边振动模式则可以用图 1.3.4(b) 中下半部分给出的“质量-弹簧-质量”振子模型来解释，对应的共振模式表现为芯体和基体质量在弹簧连接下，以相对振动的方式发生共振，用该振子的固有频率所估计的局域共振带隙截止频率为

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} \tag{1.3.4}$$

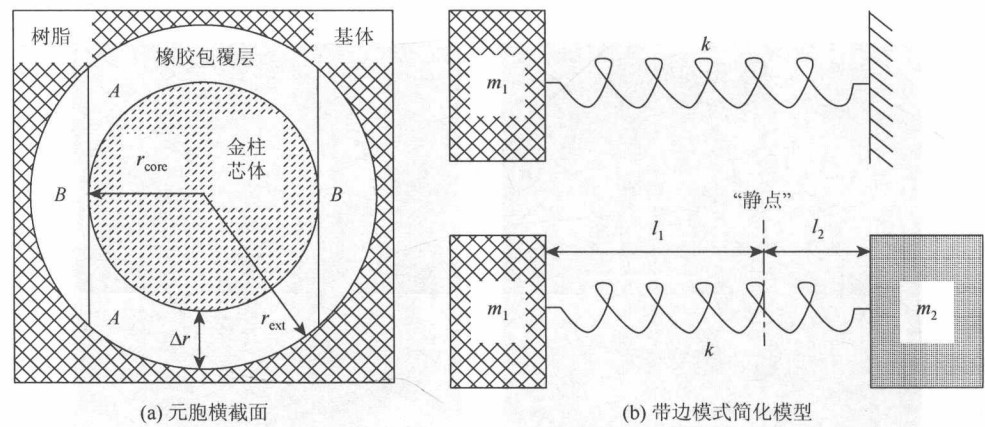


图 1.3.4 三维三组元局域共振型声子晶体的带边模式简化模型^[67, 69]

总的来看，现有声子晶体带隙机理研究均表明，局域共振带隙的产生主要取决于局域共振单元自身的谐振特性与基体中长波行波的相互作用，因此，其带隙频率与单个散射体固有振动特性密切相关^[5]。

Cai 等^[70]将声子晶体的结构周期性作用与散射体单元作用相结合，对声子晶体带隙形成机理进行深入分析，探讨了带隙形成时结构周期性与散射体单元 Mie 散射特性的相互作用关系，并对带隙变化规律的内在影响机制和两种带隙机理的内在联系与区别进行了讨论。以带隙的拓宽为目标，肖勇等^[71-76]对 Bragg 与局域共振带隙的相互耦合作用进行了研究。以局域共振型人工周期杆/梁结构为对象，探讨了其中纵波/弯曲波带隙特性随局域共振频率变化的调控规律(图 1.3.5)，发现这类结构中同时存在两种带隙(Bragg 带隙和局域共振带隙)，在局域共振单元的谐振频率被调至 Bragg 条件附近时，两种带隙会产生强耦合效应，得到一个超宽的“Bragg-局域共振”耦合带隙。而在对声子晶体周期晶格的拓扑优化研究中发现，