



BAYESIAN STATISTICS AND ITS APPLICATIONS

# 贝叶斯统计学及其应用

韩 明 编著



同济大学出版社  
TONGJI UNIVERSITY PRESS

要 要 界 自

Bayesian statistics and its applications  
贝叶斯统计学及其应用

# Bayesian statistics and its applications 贝叶斯统计学及其应用

韩 明 编著



同济大学出版社

S

## 内 容 提 要

本书系统地介绍了贝叶斯统计学的基础理论以及在一些领域中的应用. 全书共 16 章, 内容分为 4 个部分: 第一部分, 介绍贝叶斯统计学的发展和应用概况, 包括第 1 章(绪论); 第二部分, 介绍贝叶斯统计学的基础理论, 包括第 2—6 章; 第三部分, 介绍贝叶斯统计学在一些域中的应用, 包括第 7—15 章; 第四部分, 介绍贝叶斯计算方法及有关软件, 包括第 16 章. 另外, 本书还有两个附录, 附录 A: 贝叶斯学派开山鼻祖——托马斯·贝叶斯小传, 附录 B: WinBUGS 软件及其基本使用介绍. 本书中的一些例题、应用案例, 采用 R 软件, 并给出了相应的代码.

本书注重可读性, 力求图文并茂; 既有继承国内相关教材的传统部分, 又有汲取国外相关教材中流行的直观、灵活的风格. 在介绍贝叶斯统计学在各领域中的应用部分, 选取近些年有关文献(特别是一些有应用背景的论文), 具有实用性, 并具有时代气息.

本书可供高等院校有关专业的高年级本科生、研究生作为教材(或参考书)使用, 还可供相关专业的教师和科技人员、广大自学者参考.

### 图书在版编目(CIP)数据

贝叶斯统计学及其应用/韩明编著. —上海: 同济大学出版社, 2015. 6

ISBN 978-7-5608-5824-1

I. ①贝… II. ①韩… III. ①贝叶斯统计量—高等学校—教材 IV. ①O212.8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 089928 号

---

## 贝叶斯统计学及其应用

韩 明 编著

责任编辑 陈佳蔚      责任校对 徐春莲      封面设计 潘向葵

---

出版发行 同济大学出版社 [www.tongjipress.com.cn](http://www.tongjipress.com.cn)

(上海市四平路 1239 号 邮编 200092 电话 021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 常熟市大宏印刷有限公司

开 本 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 23.75

字 数 592000

印 数 1—2100

版 次 2015 年 6 月第 1 版 2015 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-5824-1

定 价 49.80 元

---

本书若有印装质量问题, 请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

# 序

随着贝叶斯统计的兴起与发展,贝叶斯统计得到了广泛的应用.目前,从国内外的情况来看,贝叶斯统计学的研究和应用越来越受到重视,主要是因为贝叶斯统计在应用上的良好表现.特别需要指出的是,2013年12月23日是贝叶斯定理发表250周年的纪念日,世界范围的纪念活动也在那时达到了高潮.

这本书是作者在阅读了国内外相关文献的基础上,并结合其从事教学、科研的经验,系统地介绍了贝叶斯统计学的基础理论以及在一些领域中的应用.该书最大的特点是理论与实际应用相结合,便于读者学习和应用.基础理论部分不但包括传统的贝叶斯统计学理论,还有一些应用案例及其软件实现等.应用部分,主要选取近些年有关文献(特别是一些有应用背景的论文),主要包括:贝叶斯回归分析,贝叶斯判别分析,贝叶斯时间序列,贝叶斯计量经济学,贝叶斯可靠性分析,贝叶斯统计在金融、保险和精算等领域中的应用;还包括了作者的一些成果,如E-Bayes估计法及其应用,无失效数据的贝叶斯可靠性分析等.

与国内已出版的同类书籍相比,这本书有如下一些优点:

- (1) 起点低,便于读者学习和应用;
- (2) 书中融入了作者的一些与贝叶斯统计相关的成果,如E-Bayes估计法及其应用等;
- (3) 书中的一些例题、应用案例,采用R软件,并给出了相应的代码;
- (4) 为反映贝叶斯统计学的发展动态,书中给出了“与贝叶斯统计相关内容”的链接,如“International Society for Bayesian Analysis”(<http://bayesian.org/>)等.

我愿意把本书推荐给读者,相信它能够对大家有所帮助.

吴喜之

2015年5月

## 前 言

在国际统计学界中有两大学派——贝叶斯学派和经典学派(或频率学派),这两个学派之间长期存在争论,至今没有定论.在20世纪,Lindley教授预言21世纪将是贝叶斯统计的天下,Effron教授则认为出现这种局面的主观概率为0.15.事实上,这两个学派的争论构成了现代统计学发展的一个特色.这两个学派的学者们都承认,这场争论对现代统计学的发展起到了积极的促进作用.

学过“概率论与数理统计”的读者都知道贝叶斯定理(或称贝叶斯公式),此定理包含在英国学者托马斯·贝叶斯(Thomas Bayes)发表的论文 *An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances* (《机遇理论中一个问题的解》)中.从形式上看,它不过是条件概率的一个简单推论,但它包含了归纳推理的一种思想,以后被一些学者发展为一种系统的统计推断的理论和方法,称为贝叶斯方法(Bayesian method).采用贝叶斯方法进行统计推断所得的全部结果,构成贝叶斯统计(Bayesian statistics)的内容.认为贝叶斯方法是唯一合理的统计推断方法的统计学者,组成贝叶斯学派.随着贝叶斯统计的兴起与发展,贝叶斯统计得到了广泛的应用.MCMC(Markov Chain Monte Carlo)方法的研究对推广贝叶斯统计理论和应用开辟了广阔的前景,使贝叶斯统计的研究与应用得到了再度复兴.

经典统计是指20世纪初,由Pearson等人开始,经Fisher的发展,到Neyman完成理论的一系列成果.在目前国内外已出版的统计教材中,经典统计的理论和方法占绝大部分.实践证明,经典统计的理论和方法是很有意义的,它指导人们在许多领域中做出了重要贡献.然而这并不意味着它对任何问题都是适用的,更不能理解为它是独一无二的理论和方法.

充满戏剧性的是19世纪上半叶备受争议和冷落的贝叶斯学派,会在21世纪大数据时代重新登场,并且光芒四射.进入21世纪后,我们现在的大部分信息主要来源于网络搜索,非常有趣的是这些网络信息搜索背后的理论计算基础就是贝叶斯定理.“18世纪的贝叶斯定理成为Google计算的新力量”.

Zellner教授认为,贝叶斯分析是科学地从数据和经验中学习的一种方法.这一观点对我们如何看待贝叶斯分析有很大的启示,使人感到焕然一新,与信息时代的需求很是合拍.

本书是作者在阅读了国内外大量相关文献的基础上,并结合自己长期从事教学和科研的实践经验,较为系统地介绍了贝叶斯统计学的基础理论以及在一些领域中的应用.全书共16章,内容可以分为4个部分:

第一部分,介绍贝叶斯统计学的发展和应用概况,包括第1章(绪论).

第二部分,介绍贝叶斯统计学的基础理论,包括第2—6章:先验分布和后验分布,贝叶斯统计推断,先验分布的选取,统计决策基础,贝叶斯决策.

第三部分,介绍贝叶斯统计学在各领域中的应用,包括第7—15章:贝叶斯回归分析,贝

叶斯统计在证券投资预测中的应用,贝叶斯判别模型与负点法在处理微量超差中的应用,贝叶斯统计在计量经济学和金融中的应用,贝叶斯统计在保险、精算中的应用,贝叶斯时间序列及其应用,贝叶斯可靠性统计分析基础,可靠性参数的 E-Bayes 估计法及其应用,无失效数据的贝叶斯可靠性分析。

第四部分,介绍贝叶斯计算方法及有关软件,包括第 16 章。

另外,在本书还有两个附录,附录 A:贝叶斯学派开山鼻祖——托马斯·贝叶斯小传,附录 B: WinBUGS 软件及其基本使用介绍。

本书最初是作者给宁波大学数学系 90 级、91 级学生写的讲稿,后来又经过作者在本科生、研究生相关课程的教学不断补充和修改,并在此基础上形成了本书的基本框架。书名为《贝叶斯统计学及其应用》(*Bayesian statistics and its applications*),主要是强调贝叶斯统计理论与应用相结合;在应用方面,选取近些年有关文献(特别是一些有应用背景的论文),具有实用性,并具有时代气息。

本书略去一些严格的数学推导而只列出结论(降低了数学基础的要求),读者学习时关键是理解这些结论的统计意义和背景。对一些被略去的推理论证部分,有兴趣者可参考相关文献。本书经常把贝叶斯方法所得的结果与经典方法,即通常教科书中的方法所得的结果进行比较,目的是便于读者理解、领会贝叶斯方法的特点,所以要求读者具备通常的《概率论与数理统计》基础。

作者结合多年来的教学实践,深感一本内容简练但又具有一定实用性的“贝叶斯统计”教材的重要性。随着我国高等教育进一步“大众化”,特别是相关软件的普及,学习“贝叶斯统计”的人越来越多,人们不再只满足于学习一些理论知识,大家学习它更重要的是在于应用。本书中的一些例题、应用案例,采用 R 软件,并给出了相应的代码。

作者与“贝叶斯统计”结缘是在读研究生时期。在读硕士(导师赵仁杰教授)、读博士(导师吴喜之教授)期间,导师都亲自讲授“贝叶斯统计”方面的课程(记得赵仁杰教授用的书是 Box & Tiao (1973),吴喜之教授用的书是他自己写的),作者非常感兴趣,并为后来从事教学和科研打下了良好的基础,在此作者(作为学生)对导师们表示感谢。

吴喜之教授审阅了本书初稿,并为本书写了“序”,作者再次表示感谢。

虽然作者努力使本书写成一本既有特色又便于教学(或自学)的教材,但由于水平所限,准确表达“贝叶斯统计”理论体系的各种观点并非易事,书中难免还存在一些疏漏甚至是错误,恳请专家和读者批评和指正。

韩 明

2015 年 5 月

# 目 录

序

前言

|                             |    |
|-----------------------------|----|
| 第1章 绪 论                     | 1  |
| 1.1 从一个例子来看经典统计与贝叶斯统计       | 3  |
| 1.1.1 基于R语言的一个例子            | 4  |
| 1.1.2 频率学派方法                | 5  |
| 1.1.3 贝叶斯学派方法               | 5  |
| 1.2 经典统计与贝叶斯统计的比较           | 7  |
| 1.2.1 经典统计的缺陷               | 8  |
| 1.2.2 对经典学派的批评              | 8  |
| 1.2.3 对贝叶斯方法的批评             | 10 |
| 1.2.4 贝叶斯统计存在的问题            | 10 |
| 1.3 贝叶斯统计的兴起与发展             | 11 |
| 1.4 贝叶斯统计的广泛应用              | 12 |
| 1.4.1 促进了统计科学自身的发展          | 13 |
| 1.4.2 在经济、金融和保险中的应用         | 13 |
| 1.4.3 在生物、医学、生态学中的应用        | 14 |
| 1.4.4 在可靠性中的应用              | 15 |
| 1.4.5 在机器学习中的应用             | 15 |
| 1.4.6 贝叶斯定理成为 Google 计算的新力量 | 16 |
| 1.5 贝叶斯统计学的今天和明天            | 17 |
| 1.5.1 客观贝叶斯分析               | 17 |
| 1.5.2 主观贝叶斯分析               | 18 |
| 1.5.3 稳健贝叶斯分析               | 18 |
| 1.5.4 频率贝叶斯分析               | 18 |
| 1.5.5 拟贝叶斯分析                | 19 |
| 1.6 本书的框架和内容安排              | 19 |
| 1.7 本章附录:应用贝叶斯方法搜寻失联航班      | 20 |
| 思考与练习题 1                    | 22 |
| 第2章 先验分布和后验分布               | 23 |
| 2.1 统计推断的基础                 | 23 |



|                                 |           |
|---------------------------------|-----------|
| 2.2 贝叶斯定理                       | 24        |
| 2.2.1 事件形式的贝叶斯定理                | 24        |
| 2.2.2 随机变量形式的贝叶斯定理              | 27        |
| 2.3 共轭先验分布                      | 32        |
| 2.3.1 共轭先验分布的定义                 | 32        |
| 2.3.2 后验分布的计算                   | 32        |
| 2.3.3 常用的共轭先验分布                 | 41        |
| 2.4 充分统计量                       | 41        |
| 2.4.1 经典统计中充分统计量的定义和判断          | 41        |
| 2.4.2 贝叶斯统计中充分统计量的判断            | 42        |
| 2.5 Beta 分布、Gamma 分布和 Pareto 分布 | 44        |
| 2.5.1 Beta 分布                   | 44        |
| 2.5.2 Gamma 分布                  | 44        |
| 2.5.3 Pareto 分布                 | 45        |
| 2.6 常用分布列表                      | 47        |
| 思考与练习题 2                        | 49        |
| <b>第 3 章 贝叶斯统计推断</b>            | <b>51</b> |
| 3.1 点估计                         | 51        |
| 3.1.1 损失函数与风险函数                 | 51        |
| 3.1.2 贝叶斯估计的定义                  | 53        |
| 3.1.3 贝叶斯估计的误差                  | 60        |
| 3.2 区间估计                        | 61        |
| 3.2.1 可信区间的定义                   | 61        |
| 3.2.2 单侧可信限                     | 62        |
| 3.3 假设检验                        | 73        |
| 3.3.1 贝叶斯假设检验                   | 73        |
| 3.3.2 贝叶斯因子                     | 75        |
| 3.3.3 简单原假设 $H_0$ 对简单备择假设 $H_1$ | 76        |
| 3.3.4 复杂原假设 $H_0$ 对复杂备择假设 $H_1$ | 77        |
| 3.3.5 简单原假设 $H_0$ 对复杂备择假设 $H_1$ | 79        |
| 3.3.6 多重假设检验                    | 80        |
| 3.3.7 用贝叶斯因子进行模型选择              | 80        |
| 3.4 从 $p$ 值到贝叶斯因子               | 82        |
| 3.4.1 经典学派假设检验的回顾               | 82        |
| 3.4.2 贝叶斯学派的假设检验                | 83        |
| 3.4.3 两个学派检验方法的关系               | 84        |
| 3.5 预测问题                        | 85        |
| 3.6 似然原理                        | 88        |



|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 3.7 多参数模型的贝叶斯推断              | 90  |
| 3.7.1 概述                     | 90  |
| 3.7.2 正态分布中参数的贝叶斯推断          | 90  |
| 3.7.3 随机模拟方法                 | 91  |
| 3.7.4 应用案例                   | 91  |
| 思考与练习题 3                     | 94  |
| <b>第 4 章 先验分布的选取</b>         | 96  |
| 4.1 先验信息与主观概率                | 96  |
| 4.2 无信息先验分布                  | 97  |
| 4.2.1 贝叶斯假设                  | 97  |
| 4.2.2 共轭先验分布及超参数的确定          | 100 |
| 4.2.3 位置参数的无信息先验分布           | 103 |
| 4.2.4 尺度参数的无信息先验分布           | 104 |
| 4.2.5 用 Jeffreys 准则确定无信息先验分布 | 105 |
| 4.3 多层(分层)先验分布               | 108 |
| 4.4 分层(多层)贝叶斯模型              | 112 |
| 4.4.1 分层模型的建立及其贝叶斯推断         | 112 |
| 4.4.2 N-N 模型与应用              | 113 |
| 4.4.3 应用案例                   | 116 |
| 思考与练习题 4                     | 120 |
| <b>第 5 章 统计决策基础</b>          | 122 |
| 5.1 统计决策问题                   | 122 |
| 5.2 统计决策问题的三要素               | 123 |
| 5.3 期望损失、决策准则与风险             | 125 |
| 5.3.1 贝叶斯期望损失                | 125 |
| 5.3.2 决策准则与风险                | 126 |
| 5.4 决策原理                     | 128 |
| 5.4.1 条件贝叶斯决策原理              | 128 |
| 5.4.2 贝叶斯风险原理                | 129 |
| 5.5 收益函数与决策准则                | 129 |
| 5.5.1 收益函数                   | 129 |
| 5.5.2 收益函数下行动的容许性            | 130 |
| 5.5.3 收益函数下的决策准则             | 131 |
| 5.6 先验期望准则                   | 134 |
| 5.6.1 先验期望收益                 | 135 |
| 5.6.2 先验期望准则与其他几个准则的关系       | 136 |
| 5.7 用损失函数与收益函数做决策的关系         | 139 |

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| 5.7.1 从收益到损失 .....                  | 140 |
| 5.7.2 用收益函数表示损失函数 .....             | 140 |
| 5.7.3 损失函数下的悲观决策准则 .....            | 141 |
| 5.7.4 损失函数下的先验期望准则 .....            | 142 |
| 5.8 效用函数及其应用 .....                  | 144 |
| 5.8.1 效用和效用函数 .....                 | 144 |
| 5.8.2 用效用函数做决策的例子 .....             | 147 |
| 思考与练习题 5 .....                      | 149 |
| <b>第 6 章 贝叶斯决策</b> .....            | 151 |
| 6.1 贝叶斯决策问题 .....                   | 151 |
| 6.2 后验风险准则 .....                    | 153 |
| 6.2.1 后验风险 .....                    | 153 |
| 6.2.2 决策函数 .....                    | 156 |
| 6.2.3 后验风险准则 .....                  | 157 |
| 6.3 常用损失函数下的贝叶斯估计 .....             | 160 |
| 6.3.1 平方损失函数下的贝叶斯估计 .....           | 160 |
| 6.3.2 线性损失函数下的贝叶斯估计 .....           | 162 |
| 6.3.3 有限个行动下的假设检验 .....             | 163 |
| 思考与练习题 6 .....                      | 165 |
| <b>第 7 章 贝叶斯回归分析</b> .....          | 167 |
| 7.1 经典方法中多元线性回归的回顾 .....            | 167 |
| 7.1.1 多元线性回归模型 .....                | 167 |
| 7.1.2 回归参数的估计 .....                 | 167 |
| 7.2 模型中参数的贝叶斯估计 .....               | 168 |
| 7.2.1 回归系数的贝叶斯估计 .....              | 169 |
| 7.2.2 方差 $\sigma^2$ 的贝叶斯估计 .....    | 169 |
| 7.2.3 应用案例 .....                    | 170 |
| 7.3 随机模拟方法与应用案例 .....               | 171 |
| 7.3.1 随机模拟方法 .....                  | 171 |
| 7.3.2 应用案例 .....                    | 172 |
| 思考与练习题 7 .....                      | 175 |
| <b>第 8 章 贝叶斯统计在证券投资预测中的应用</b> ..... | 178 |
| 8.1 证券投资预测中的多层贝叶斯方法及其应用 .....       | 178 |
| 8.1.1 预测对象的状态划分 .....               | 179 |
| 8.1.2 状态概率的多层先验分布和多层贝叶斯估计 .....     | 179 |
| 8.1.3 预测方法 .....                    | 180 |

|                                           |     |
|-------------------------------------------|-----|
| 8.1.4 应用案例 .....                          | 180 |
| 8.2 证券投资预测中的 E-Bayes 方法及其应用 .....         | 182 |
| 8.2.1 预测对象的状态划分 .....                     | 182 |
| 8.2.2 状态概率的 E-Bayes 估计的定义 .....           | 182 |
| 8.2.3 状态概率的 E-Bayes 估计 .....              | 183 |
| 8.2.4 预测案例 .....                          | 183 |
| 8.3 证券投资预测的马氏链法和 E-Bayes 方法 .....         | 185 |
| 8.3.1 证券投资预测的马氏链法 .....                   | 185 |
| 8.3.2 证券投资预测的 E-Bayes 法 .....             | 185 |
| 8.3.3 预测案例 .....                          | 186 |
| 8.4 证券投资风险预测的 E-Bayes 法与灰色预测法 .....       | 188 |
| 8.4.1 GM(1, 1) 预测模型 .....                 | 188 |
| 8.4.2 E-Bayes 预测法 .....                   | 189 |
| 8.4.3 案例分析 .....                          | 189 |
| 思考与练习题 8 .....                            | 191 |
| <b>第 9 章 贝叶斯判别模型与负点法在处理微量超差中的应用</b> ..... | 193 |
| 9.1 微量超差与负点法 .....                        | 193 |
| 9.2 判别模型 .....                            | 194 |
| 9.2.1 正态总体的距离判别模型 .....                   | 194 |
| 9.2.2 贝叶斯判别模型 .....                       | 194 |
| 9.2.3 对判别法则的评价 .....                      | 196 |
| 9.3 负点法的建立 .....                          | 197 |
| 9.3.1 直接划分超差带 .....                       | 197 |
| 9.3.2 最大负点数的确定 .....                      | 197 |
| 9.4 应用案例 .....                            | 198 |
| 9.4.1 负点法(I)的判别结果 .....                   | 199 |
| 9.4.2 贝叶斯判别模型的判别结果 .....                  | 201 |
| 9.4.3 模型转化的负点法及其判别结果 .....                | 204 |
| 思考与练习题 9 .....                            | 206 |
| <b>第 10 章 贝叶斯统计在计量经济学和金融中的应用</b> .....    | 207 |
| 10.1 贝叶斯计量经济学概述 .....                     | 207 |
| 10.2 贝叶斯统计与计量经济学 .....                    | 208 |
| 10.3 贝叶斯计量经济学的基本思想、方法和内容 .....            | 210 |
| 10.3.1 贝叶斯模型比较和选择 .....                   | 210 |
| 10.3.2 贝叶斯预测 .....                        | 211 |
| 10.3.3 贝叶斯计量经济学中的计算 .....                 | 211 |
| 10.4 公司信用风险研究的贝叶斯方法 .....                 | 211 |

|                                         |            |
|-----------------------------------------|------------|
| 10.5 基于贝叶斯 MCMC 方法的 VaR 估计 .....        | 212        |
| 10.5.1 基于 POT 模型的 VaR .....             | 213        |
| 10.5.2 模型的贝叶斯 MCMC 估计 .....             | 215        |
| 10.5.3 应用案例 .....                       | 216        |
| 10.6 基于 MCMC 的金融市场风险 VaR 的估计 .....      | 218        |
| 10.6.1 金融市场风险与 VaR .....                | 218        |
| 10.6.2 实证分析及评价 .....                    | 219        |
| 10.7 本章结束语 .....                        | 223        |
| 10.8 本章附录:从诺贝尔经济学奖看计量经济学的发展 .....       | 224        |
| 10.8.1 引言 .....                         | 224        |
| 10.8.2 与计量经济学有关的诺贝尔经济学奖得主的工作介绍 .....    | 225        |
| 10.8.3 其他几位获奖者的工作简介 .....               | 226        |
| 10.8.4 结束语 .....                        | 227        |
| 思考与练习题 10 .....                         | 227        |
| <b>第 11 章 贝叶斯统计在保险、精算中的应用 .....</b>     | <b>228</b> |
| 11.1 经验费率的估计 .....                      | 228        |
| 11.2 损失储备金与复合损失模型 .....                 | 229        |
| 11.3 健康保险和生命表 .....                     | 230        |
| 11.4 保险公司未决赔款准备金的稳健贝叶斯估计 .....          | 230        |
| 11.5 动态死亡率建模与年金产品长寿风险的度量 .....          | 230        |
| 11.6 贝叶斯方法估计极端损失再保险纯保费 .....            | 232        |
| 11.7 准备金发展年相关的贝叶斯估计 .....               | 233        |
| 11.8 贝叶斯方法在调整保险费率中的应用 .....             | 233        |
| 11.9 非寿险精算中的贝叶斯信用模型分析 .....             | 234        |
| 11.10 医疗保险参保人数的贝叶斯预测分析 .....            | 236        |
| 11.10.1 贝叶斯常均值折扣模型 .....                | 236        |
| 11.10.2 利用贝叶斯模型的预测 .....                | 237        |
| 11.11 贝叶斯方法及 WinBUGS 在非寿险费率分析中的应用 ..... | 239        |
| 11.11.1 引言 .....                        | 239        |
| 11.11.2 贝叶斯视角下的广义线性模型 .....             | 239        |
| 11.11.3 损失频率模型 .....                    | 240        |
| 11.11.4 损失强度模型 .....                    | 241        |
| 11.11.5 通过 R 调用 WinBUGS .....           | 242        |
| 11.11.6 应用案例 .....                      | 242        |
| 11.11.7 附录:模型代码(R, WinBUGS) .....       | 245        |
| 11.12 贝叶斯方法在保险、精算中的应用展望 .....           | 246        |
| 思考与练习题 11 .....                         | 247        |

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| <b>第 12 章 贝叶斯时间序列及其应用</b>            | 248 |
| 12.1 贝叶斯时间序列方法研究与应用评述                | 248 |
| 12.1.1 贝叶斯时间序列方法与应用                  | 249 |
| 12.1.2 一元 ARMA 模型的贝叶斯方法              | 249 |
| 12.1.3 多元 AR 模型的贝叶斯方法                | 250 |
| 12.1.4 模型识别                          | 250 |
| 12.2 基于 MCMC 方法的贝叶斯 AR(p)模型分析        | 250 |
| 12.2.1 贝叶斯 AR(p)模型                   | 251 |
| 12.2.2 MCMC 法与 Gibbs 抽样              | 252 |
| 12.2.3 应用案例                          | 252 |
| 思考与练习题 12                            | 255 |
| <b>第 13 章 贝叶斯可靠性统计分析基础</b>           | 256 |
| 13.1 可靠性统计分析概述                       | 256 |
| 13.2 成败型试验——二项分布                     | 257 |
| 13.3 连续型试验——指数分布                     | 258 |
| 13.3.1 定数截尾寿命试验                      | 258 |
| 13.3.2 定时截尾寿命试验                      | 261 |
| 13.4 电子产品可靠性的贝叶斯评估程序                 | 263 |
| 13.5 成败型产品可靠性抽样检验的贝叶斯方案              | 264 |
| 13.5.1 生产方风险为先验风险的情况                 | 265 |
| 13.5.2 生产方风险为后验风险的情况                 | 267 |
| 13.6 指数型产品可靠性抽样检验的贝叶斯方案              | 269 |
| 13.7 结束语                             | 270 |
| 思考与练习题 13                            | 271 |
| <b>第 14 章 可靠性参数的 E-Bayes 估计法及其应用</b> | 272 |
| 14.1 E-Bayes 估计法概述                   | 272 |
| 14.2 参数的 E-Bayes 估计法                 | 274 |
| 14.2.1 一个超参数情形                       | 274 |
| 14.2.2 两个超参数情形                       | 274 |
| 14.3 $\lambda$ 的 E-Bayes 估计及其应用      | 275 |
| 14.3.1 $\lambda$ 的 E-Bayes 估计的定义     | 275 |
| 14.3.2 $\lambda$ 的 E-Bayes 估计        | 276 |
| 14.3.3 $\lambda$ 的多层 Bayes 估计        | 276 |
| 14.3.4 E-Bayes 估计的性质                 | 277 |
| 14.3.5 应用案例                          | 278 |
| 14.4 $p_i$ 的 E-Bayes 估计及其应用          | 280 |
| 14.4.1 $p_i$ 的 E-Bayes 估计的定义         | 280 |

|               |                                 |            |
|---------------|---------------------------------|------------|
| 14.4.2        | $p_i$ 的 E-Bayes 估计              | 281        |
| 14.4.3        | $p_i$ 的 E-Bayes 估计的性质           | 281        |
| 14.4.4        | 模拟算例                            | 282        |
| 14.4.5        | 应用案例                            | 283        |
| 14.5          | $R$ 的 E-Bayes 估计及其应用            | 285        |
| 14.5.1        | $R$ 的 E-Bayes 估计的定义             | 285        |
| 14.5.2        | $R$ 的 E-Bayes 估计                | 286        |
| 14.5.3        | $R$ 的多层 Bayes 估计                | 286        |
| 14.5.4        | E-Bayes 估计的性质                   | 287        |
| 14.5.5        | 模拟算例                            | 288        |
|               | 思考与练习题 14                       | 293        |
| <b>第 15 章</b> | <b>无失效数据的贝叶斯可靠性分析</b>           | <b>295</b> |
| 15.1          | 无失效数据问题概述                       | 295        |
| 15.2          | $\lambda$ 的经典置信限和 Bayes 可信限     | 297        |
| 15.2.1        | $\lambda$ 的经典置信上限和 Bayes 可信上限   | 297        |
| 15.2.2        | 应用案例 1                          | 298        |
| 15.2.3        | 应用案例 2                          | 299        |
| 15.3          | $\lambda$ 的 E-Bayes 估计及其应用      | 300        |
| 15.3.1        | $\lambda$ 的 E-Bayes 估计的定义       | 300        |
| 15.3.2        | $\lambda$ 的 E-Bayes 估计          | 301        |
| 15.3.3        | $\lambda$ 的多层 Bayes 估计          | 301        |
| 15.3.4        | E-Bayes 估计的性质                   | 302        |
| 15.3.5        | 应用案例                            | 303        |
| 15.4          | $p_i$ 的 E-Bayes 估计及其应用——一个超参数情形 | 304        |
| 15.4.1        | $p_i$ 的 E-Bayes 估计的定义           | 304        |
| 15.4.2        | $p_i$ 的 E-Bayes 估计              | 305        |
| 15.4.3        | $p_i$ 的多层 Bayes 估计              | 306        |
| 15.4.4        | $p_i$ 的 E-Bayes 估计的性质           | 306        |
| 15.4.5        | 模拟算例                            | 307        |
| 15.4.6        | 应用案例                            | 308        |
| 15.5          | $p_i$ 的 E-Bayes 估计及其应用——两个超参数情形 | 308        |
| 15.5.1        | $p_i$ 的 E-Bayes 估计的定义           | 309        |
| 15.5.2        | $p_i$ 的 E-Bayes 估计              | 309        |
| 15.5.3        | $p_i$ 的 E-Bayes 估计的性质           | 309        |
| 15.5.4        | 应用案例                            | 310        |
| 15.6          | 指数分布中分布参数的加权综合 E-Bayes 估计       | 311        |
| 15.6.1        | $\lambda$ 的 E-Bayes 估计          | 311        |
| 15.6.2        | 引进失效信息后 $\lambda$ 的 E-Bayes 估计  | 312        |



|               |                                    |            |
|---------------|------------------------------------|------------|
| 15.6.3        | 引进失效信息后参数的加权综合估计                   | 313        |
| 15.6.4        | 应用案例 1                             | 314        |
| 15.6.5        | 应用案例 2                             | 315        |
| 15.7          | 由 $p_i$ 的估计求分布参数的加权综合 E-Bayes 估计   | 317        |
| 15.7.1        | $p_i$ 的 E-Bayes 估计                 | 317        |
| 15.7.2        | 引进失效信息后 $p_{m+1}$ 的加权综合 E-Bayes 估计 | 318        |
| 15.7.3        | $p_{m+1}$ 的加权综合 E-Bayes 估计         | 318        |
| 15.7.4        | 引进失效信息后分布参数的加权综合 E-Bayes 估计        | 319        |
| 15.7.5        | 应用案例                               | 319        |
|               | 思考与练习题 15                          | 321        |
| <b>第 16 章</b> | <b>贝叶斯计算方法及有关软件</b>                | <b>323</b> |
| 16.1          | MCMC 方法概述                          | 323        |
| 16.2          | MCMC 方法简介                          | 324        |
| 16.3          | MCMC 中的有关算法                        | 326        |
| 16.3.1        | Gibbs 抽样                           | 326        |
| 16.3.2        | Metropolis-Hastings 算法             | 326        |
| 16.3.3        | 收敛性的监控                             | 327        |
| 16.4          | 在 R 中 MCMC 的实现                     | 328        |
| 16.4.1        | R 中 MCMC 的实现                       | 328        |
| 16.4.2        | 使用 R 包解决 MCMC 计算问题                 | 331        |
| 16.5          | 有关软件                               | 333        |
| 16.5.1        | WinBUGS                            | 334        |
| 16.5.2        | 通过 R 调用 JAGS                       | 335        |
| 16.6          | R 中 MCMC 相关程序包                     | 335        |
| 16.7          | 本章附录:贝叶斯统计计算中的 R 包                 | 336        |
|               | 思考与练习题 16                          | 338        |
| <b>附录</b>     |                                    | <b>340</b> |
|               | 附录 A:贝叶斯学派开山鼻祖——托马斯·贝叶斯小传          | 340        |
|               | 附录 B:WinBUGS 软件及其基本使用介绍            | 342        |
| <b>参考文献</b>   |                                    | <b>351</b> |



## 第1章 绪 论

学过“概率论与数理统计”的读者都知道贝叶斯定理(或称贝叶斯公式),此定理包含在英国学者托马斯·贝叶斯(Thomas Bayes, 1702—1761)于1763年(在他去世后两年)发表的论文 *An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances* (《机遇理论中一个问题的解》)中。从形式上看,它不过是条件概率的一个简单推论,但它包含了归纳推理的一种思想。以后被一些学者发展为一种系统的统计推断的理论和方法,称为贝叶斯方法(Bayesian method)。采用这种方法进行统计推断所得的全部结果,构成贝叶斯统计(Bayesian statistics)的内容。认为贝叶斯方法是唯一合理的统计推断方法的统计学者,组成贝叶斯学派。在20世纪下半叶,统计学界发生的最值得人们关注的事件,莫过于贝叶斯学派的重新崛起。目前,贝叶斯学派已发展成国际统计学界充满活力的学派,并对科学界产生了广泛的影响。

美国 *Technology Review* (《技术评论》)杂志(创刊于1899年),根据2003年的调查发表的调查报告显示,“全球九大开拓性新兴科技领域”中的第4项为“贝叶斯统计技术”(其他为:合成生物学、通用翻译、纳米导线、T射线、核糖核酸干扰分子疗法、大电网的控制、微射流光纤、个人基因组学)。调查报告指出:“应用贝叶斯统计学不仅能解决诸如基因如何起作用等问题,还可揭示长期存在的计算学上的难题,以及按照对真实世界不完整了解来做出预测。……统计学,特别是贝叶斯统计对于当今科技发展的重要作用由此可见一斑。”我国也有相关报道,见《科技日报》,2004年2月12日;央视国际——科技频道,2004年2月13日。

以下是美国 *Technology Review* 杂志对“贝叶斯统计技术”的部分评价:

- (1) 科学家们认为,贝叶斯机器学习将是下一波软件开发工具。
- (2) 它可能在外语翻译、微型芯片制造和药物发现等领域里发生巨大进步。
- (3) 英特尔、微软、IBM、Google 等大公司都已挤入这一新领域的研发。英特尔公司基于贝叶斯统计技术已开发一种程序,可解释半导体晶片质量测试数据。Google 公司已用贝叶斯统计技术,寻找互联网上大量相互关联的数据的关系。实际上,采用贝叶斯技术的软件已进入市场,2003年版微软 Outlook 就包括贝叶斯办公室助手软件。

把统计学的一个分支——贝叶斯统计作为“全球九大开拓性新兴科技领域”之一,这充分说明了统计学(特别是贝叶斯统计)对于未来科技发展的重要作用。这也应该引起我国有关部门、相关人士的高度重视。我国的一些学者也在关注这一动向,见韦博成(2011),刘乐平等(2013),韩明(2014a)等。

在国际统计学界中有两大学派——贝叶斯学派和经典学派(或频率学派),这两个学派之间长期存在争论,至今没有定论。在20世纪,Lindley 教授预言21世纪将是贝叶斯统计的天下,Effron 教授则认为出现这种局面的主观概率为0.15。事实上,这两个学派的争论构成了现代统计学发展的一个特色。这两个学派的学者们都承认,这场争论对现代统计学的发展

起到了积极的促进作用。

在 19 世纪,由于贝叶斯方法在理论和实际应用中存在不完善之处,并未得到普遍认可。但在 20 世纪,随着统计学广泛应用于自然科学、经济研究、心理学、市场研究等领域,人们愈发认识到了贝叶斯方法的合理部分,贝叶斯统计的研究与应用逐渐受到国际统计学界的关注。

事实上,贝叶斯的思想,经过其支持者的发展并因其在应用上的良好表现,如今已成长为数理统计学中的两个主要学派之一——贝叶斯学派,占据了数理统计学这块领地的半壁江山(陈希孺,2002)。

为了纪念统计学史上的伟人——贝叶斯,著名的国际统计学术期刊 *Statistical Science* 在 2004 年出版了纪念贝叶斯诞辰 300 周年的专刊(19 卷第 1 期)。整本期刊围绕贝叶斯统计的历史与现状共发表了 14 篇论文,世界著名的贝叶斯统计学者们从各种不同的角度讨论了贝叶斯统计的思想和贡献。

1763 年 12 月 23 日,由理查德·普莱斯(Richard Price)在伦敦皇家学会会议上宣读了贝叶斯的遗世之作——《机遇理论中一个问题的解》(此文发表于 1764 年伦敦皇家学会的刊物 *Philosophical Transactions*),提出了一种归纳推理的理论,从此贝叶斯定理诞生于世,后来的许多研究者在此基础上不断完善,最终发展为一种系统的统计推断方法——贝叶斯方法。

为纪念贝叶斯定理发表 250 周年这个对统计学具有重要意义的日子,以国际贝叶斯分析学会(International Society for Bayesian Analysis, ISBA)为代表的国际组织举行了贯穿于 2013 年全年的全球性系列纪念活动,详见其网站(<http://bayesian.org/>)。该网站的首页(当时)就有醒目的标题:2013 International Year of Statistics Celebrating 250 Years of Bayes Theorem!

2013 年 1 月 14 日,国际贝叶斯分析学会(ISBA)组织的“纪念贝叶斯定理发现 250 周年”活动在中国拉开序幕——贝叶斯模型选择国际研讨会(International Workshop on Bayes Model Selection)在上海举行。美国科学院院士、Duke 大学 Berger 教授介绍了其所领衔的美国近二三十个在自然科学和社会科学领域中应用贝叶斯模型的项目后表示,2013 年是贝叶斯定理发表 250 周年,由于通过计算机程序加快了运算速度,运用贝叶斯模型综合分析能力,可以将错综复杂的问题处理得更为简易。同时,贝叶斯理论容易学习和掌握,为此,贝叶斯模型已成为各国自然科学和社会科学领域内处理复杂问题的重要方式,相信在中国也将被广泛应用。

相关的系列活动还包括:贝叶斯青年统计学家会议于 2013 年 6 月 5 日在意大利米兰举行;第九届贝叶斯非参数研讨会于 2013 年 6 月 10 日在阿姆斯特丹举行;由 Duke 大学、美国国家统计科学研究院(NISS)和统计与应用数学科学所(SAMSI)共同主办的 2013 年目标贝叶斯(O-Bayes)会议于 2013 年 12 月 15 日在美国举行;由美国国家统计科学研究院和统计与应用数学研究所共同主办的贝叶斯方法在经济、金融和商业领域的应用及相关教学研讨会于 2013 年 12 月 15 日在美国召开;基于贝叶斯理论的 MCMC 方法和应用会议于 2014 年 1 月 6 日至 8 日在法国夏蒙尼勃朗峰(Chamonix Mont-Blanc)举行。此外,ISBA 还在印度瓦拉纳西(Varanasi)、南非罗得岛大学和加拿大蒙特利尔举行了 3 场地区纪念性学术会议。