

职工统考试题选编丛书

职工高校入学统考试题选编

数学



上海翻译出版公司

职工统考试题选编丛书

职工高校入学统考试题选编

数 学

《职工统考试题选编丛书》编委会 编

上海翻译出版公司

《职工统考试题选编丛书》

职工高校入学统考试题选编

数 学

《职工统考试题选编丛书》编委会 编

上海翻译出版公司

(上海武定路 1251 弄 20 号)

新华书店上海发行所发行 上海商务印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 3.5 字数 76,000

1985 年 5 月第 1 版 1985 年 5 月第 1 次印刷

印数 1—119,000

统一书号: 7311·7 定价: 0.75 元

前 言

根据我国四化建设对广大职工和干部的文化要求，我们按照教育部颁发的现行职工教育大纲，并结合1979~1984年上海、江苏、浙江、天津、西安、广州、四川等省市对职工进行各级考试的实际，编写了《职工统考试题选编丛书》。丛书编委会由黄午阳、顾儒英、殷明发、王志新等同志组成。

该套丛书共分如下三类：

一、初中类《职工初中毕业(文化)统考试题选编》，其中包括语文、数学、物理、化学四种。

二、高中类《职工高中毕业(文化)统考试题题型分析》，其中包括政治、语文、数学、物理、化学、历史、地理七种。

三、高考类《职工高校入学统考试题选编》，其中包括政治、语文、数学、物理、化学、史地、英语七种。

以上各书均分试题和参考答案两部分，可供教师命题和学员复习时参考。由于编写时间匆促，编写人员的水平和能力有限，缺点、错误难免，恳请教师和学员在使用过程中提出批评和建议。

《职工统考试题选编丛书》编委会

1985年2月

目 录

前言

第一部分 试题

一、函数	1
二、三角函数	7
三、空间图形	11
四、直线和曲线方程	16
五、复数、数列、排列和组合	22
六、综合题	26

第二部分 参考答案

一、函数	33
二、三角函数	44
三、空间图形	51
四、直线和曲线方程	60
五、复数、数列、排列和组合	80
六、综合题	84

第一部分 试 题

一、函 数

本部分试题复习要求:

(一)集合: 了解集合、子集、真子集、交集、并集、补集等概念, 会正确使用集合与集合、元素与集合之间关系的符号, 掌握表示自然数集合、整数集合、有理数集合、实数集合等数集的符号及它们之间的包含关系.

(二)不等式与不等式组: 熟练掌握一元一次不等式组、一元二次不等式及 $|x| \geq a$ 与 $|x| \leq a$ 类型的绝对值不等式的解法.

(三)指数与对数: 掌握零指数、负整数指数、分数指数等概念、运算法则; 掌握对数的概念、运算法则和换底公式; 能熟练进行幂和对数的计算、化简和证明.

(四)函数: 掌握函数定义、定义域和值域、反函数、单调函数、奇函数和偶函数等概念; 掌握一次函数、二次函数、反比例函数、幂函数、指数函数和对数函数的概念、图象和性质; 能熟练求出常见函数的定义域和二次函数的最大(小)值.

1. 已知 $a^{2x} = 2 (a > 0)$, 求 $\frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^x - a^{-x}}$ 的值.

2. 已知方程

$$\begin{cases} kx - y + 1 = 0, \\ ax^2 + y^2 - a = 0 \end{cases} \quad (a, k \text{ 都是实数, 且 } a > 0)$$

有两组相同的解.

(1) 求 k 和 a 的关系式;

(2) 分别求出 k 和 a 的取值范围;

(3) 把 a 看成 k 的函数, 画出 $a = f(k)$ 的图象.

3. 求函数 $y = \sqrt[3]{\frac{1}{x^2-3}} - \lg(2x-3)$ 的定义域.

4. 设 $a^2 + b^2 = 7ab$ ($a > 0, b > 0$), 求证:

$$\lg \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b).$$

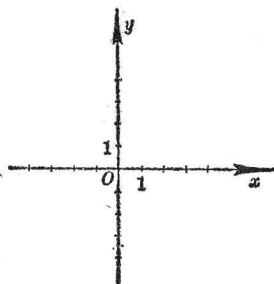
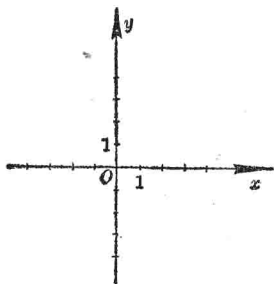
5. 函数 $y = \frac{1}{x} + 2$ 的反函数是_____.

6. 已知 $f(x) = \frac{1}{1+x}$, 则 $f\left(\frac{1}{x}\right) =$ _____.

7. 指出下列函数的奇偶性(不必写判别过程), 并在平面直角坐标系内作出它们的图形.

(1) $y = -\sqrt{4-x^2}$;

(2) $y = |x| + 1$.



8. 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{a \mid a \text{ 为 } I \text{ 中的奇数}\}$, $B = \{b \mid b \text{ 为 } I \text{ 中的质数}\}$.

求: (1) $A \cap B$; (2) $A \cup B$; (3) A 的补集 $\bar{A}$.

9. 解方程 $2^{x^3+2x} = 2^{8x^2}$.
10. 计算 $3^{\log_3 3} + \sqrt{\lg^2 2 - \lg 4 + 1} + \log_{0.1} 5$.
11. 设 $A = \{\text{偶自然数}\}$, $B = \{\text{奇自然数}\}$, $O = \{0\}$, 则 $A \cup B =$ _____, $A \cap O =$ _____.
12. 求函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{1+x} + \log_{\frac{1}{8}}(x+6)$ 在 $x=3$ 时的函数值及 $f(x)$ 的定义域.
13. 解不等式: $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x^2-2x-15} < \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x+13}$.
14. 设抛物线 $y = x^2 - x \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \theta + \frac{1}{4}$,
 (1) 当 θ 在何范围取值时, 它与 x 轴有两个交点;
 (2) 设 $f(\theta)$ 是抛物线与 x 轴两交点的横坐标的平方和, 试求 $f(\theta)$ 的表达式;
 (3) 求函数 $f(\theta)$ 的最大、最小值.
15. 集合 $M = \{x | 2^x = 8, x \in R\}$, $N = \{x | \lg x^2 = 1, x \in R\}$, 则 $M \cup N$ 等于().
 (A) $\{\pm \sqrt{10}\}$. (B) $\{3\}$. (C) $\{\pm \sqrt{10}, 3\}$. (D) ϕ .
16. 设 $\log_{25} 2 = a$, 则 $\log_4 25$ 的值应该是().
 (A) $\frac{3}{2a}$. (B) $\frac{2}{3}a$. (C) $\frac{1}{2a}$. (D) $1 - \frac{3}{2a}$.
17. 设二次函数为 $y = x^2 - 2\sqrt{3-2m-m^2}x + 3 + 3m$.
 (1) 当此函数的极小值为 0 时, 求 m 的值;
 (2) 如果函数值 y 恒为正值, 求 m 的取值范围.
18. 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $C = \{5, 6, 7, 8\}$, 那末 $(A \cup B) \cap \bar{C}$ 为().
 (a) $\{1, 2\}$; (b) $\{1, 2, 3, 4\}$;

(c) $\{1, 2, 9, 10\}$; (d) $\{5, 6\}$.

19. 以下四个数中最大的数是().

(a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$, (b) $\log_{\frac{1}{2}}5$, (c) $\log_{\frac{1}{2}}1$, (d) $\log_2 0.9$.

20. 满足不等式 $\frac{1}{3} < \log_n 2 \leq \frac{1}{2}$ 的自然数 n 的值是().

(a) 5, 6, 7, 8; (b) 4, 5, 6, 7;
(c) 3, 4; (d) 不存在.

21. 不等式 $4 < x^2 < 8$ 的解集是().

(a) $\{x | 2 < x < 2\sqrt{2}\} \cup \{x | -2\sqrt{2} < x < -2\}$;
(b) $\{x | 2 < x < 2\sqrt{2}\}$; (c) $\{x | -2\sqrt{2} < x < -2\}$;
(d) $\{x | -2 < x < 2\}$.

22. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$, 当 $x = 1$ 时, 它有极小值 5, 且函数图象经过点 $(2, 7)$,

(1) 求 a, b, c .

(2) x 在何区间时, 函数为增函数?

(3) x 为何值时, 函数值 $y > 13$?

23. 已知集合 $A = \{a, c, d\}$, $B = \{a, b, c, g\}$

(1) 求 $A \cup B$ 与 $A \cap B$;

(2) 写出 $A \cap B$ 的所有的子集.

24. 求函数 $y = \lg \frac{1-x}{1+x}$ 的定义域.

25. 解不等式 $\left| \frac{x-2}{2x} - \frac{1}{2} \right| < 0.001$.

26. 计算行列式的值:

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & -5 & 6 \\ -7 & 8 & -9 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{4cm}}.$$

27. 如果 $x < 1$, 那么 $|x-1| =$ _____.
28. 如果 $\sqrt{x-1} + \sqrt{y-2} = 0$, 那么 $x =$ _____,
 $y =$ _____.
29. 如果 $a > 0, b > 0$, 那么 $\log_a b \cdot \log_b a =$ _____.
30. 如果 $\log_a \sqrt{3} = 2b$, 那么 $a^{4b} =$ _____.
31. 如果 $f(x) = x + \frac{1}{x}$, 那么 $f(x) \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) =$ _____.
32. $(\sqrt[5]{5} - 1)^0 \sqrt{\log_5 5}^5 - \lg^3 \sqrt{10} =$ _____.
33. 设 $A = \{x | -2 \leq x \leq 2\}, B = \{x | x < -1\}$,
 则 $A \cup B =$ _____, $A \cap B =$ _____.
34. 设 $f(x) = x + \frac{1}{x}$,
 则 $f(x) \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) =$ _____,
 $f(x) \cdot f(-x) =$ _____.
35. 设 $1 < x < 2$, 则 $\frac{\sqrt{(x-2)^2}}{x-2} + \frac{|x-1|}{x-1} =$ _____.
36. 若 $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 7x - 3$, 则 $f(-x) =$ (),
37. $y = \log_2(x^3 - 8)$ 的定义域是 ().
38. 已知二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{5}{2}$,
 (1) 求出它的图象的顶点坐标和对称轴方程;
 (2) 画出它的图象;
 (3) 求出 y 在 $0 \leq x < 6$ 上的最大值和最小值.
39. 设 $0 < a < 10, b > 0$, 且 $a \neq 1, b \neq 1$, 化简

$$\sqrt{(\lg a)^2 - \lg a^2 + 1} - \log_a b^2 \cdot \log_b \sqrt{a}.$$
40. 求函数 $y = \sqrt{1 - 2^{1-x}}$ 的定义域.

41. 化简: $(\log_2 9 + \log_4 \frac{1}{9})(\log_3 2 + \log_9 0.5)$.

42. 设 $f(x) = \frac{|x-2|}{x+1}$, 求 $f(0)$; $f(a^2)$, 而 $1 < a < 2$.

43. 设 $a > 0, b > 0, c > 0$, a, b, c 均不为 1, 解方程
$$\log_a [a \log_b (b \log_a x)] = 2.$$

44. 解不等式 $(0.2)^{x^2-3x-2} < 0.04$.

45. 若 $4x^2 - 4x - 15 \leq 0$,

化简 $(4x^2 + 12x + 9)^{\frac{1}{2}} + (4x^2 - 20x + 25)^{\frac{1}{2}}$.

46. 解不等式组

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{2x-5} \geq 1, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_3(2x-3) < \log_3 3. & (2) \end{cases}$$

47. 已知二次函数图象的顶点坐标是 $(3, -2)$, 并且图象与 x 轴的两个交点间的距离为 4. 求:

(1) 图象的对称轴方程; (2) 图象与 x 轴交点的坐标;

(3) 二次函数的解析式; (4) 当 x 在什么范围时, y 随着 x 增大而增大.

48. $(\log_{\frac{2}{3}} 8 - \log_{\frac{3}{2}} 9)(\log_4 5 - 1)$ 的值为:

(i) 正数; (ii) 负数; (iii) 零; (iv) 非正数; (v) 非负数.

49. 方程 $7^{-x} = \frac{1}{\sqrt{7}}$ 的解为:

(i) $\frac{1}{2}$; (ii) $-\frac{1}{2}$; (iii) -2 ; (iv) 2 ; (v) 不存在.

50. 化简: $\log_2 6 \cdot \lg \frac{1}{8} + \lg \frac{27}{125}$.

二、三角函数

本部分试题复习要求:

(一)三角函数及有关概念: 理解正角、负角、终边相同的角、象限角、任意角和弧度制的概念, 掌握任意角三角函数的定义和三角函数在各象限内的正负, 熟记特殊角的三角函数值。

(二)三角函数式的恒等变换: 能熟练应用同角函数的基本关系式、诱导公式、两角和差、倍角、半角、积化和差、和差化积等公式进行求值、化简和恒等变形。

(三)三角函数的图象与性质: 掌握正弦、余弦、正切和余切函数的定义域、值域以及这些函数的周期性、增减性, 了解函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象和性质, 会解简单的三角不等式。

(四)反三角函数与简单的三角方程: 掌握反三角函数的定义、定义域、值域及其性质, 会解一些简单的三角方程。

(五)解三角形: 掌握正弦定理和余弦定理, 并能熟练应用正弦定理、余弦定理解三角形和证明三角形有关边角关系的恒等式。

1. 已知 $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, 化简 $\sqrt{1 - \sin^2 x}$ 。

2. 已知: $A + B + C = 180^\circ$,

求证: $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 2 \sin A \sin B \cos C$ 。

3. $\arccos \left[\sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right] = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 解不等式 $\arccos(x^2 - 2x - 15) < \arccos(x + 13).$

5. 设 $A = \arccos \frac{3}{5}$, 则 $\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\tan A = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. 试证: x 为任何实数时, $\cos^2 x + \cos^2(120^\circ + x) + \cos^2(120^\circ - x)$ 为定值.

7. 计算: $\tan 10^\circ - \cot 350^\circ - 2 \sec 70^\circ.$

8. $\arcsin \left(\sin \frac{7}{5} \pi \right)$ 的值等于().

(A) $-\frac{2}{5} \pi$; (B) $\frac{7}{5} \pi$; (C) $\frac{3}{5} \pi$; (D) $\frac{2}{5} \pi.$

9. 设 $\cos x = \frac{1}{2}$, $\frac{7}{2} \pi < x < 4\pi$, 则 $\sin \frac{x}{2}$ 等于().

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; (C) $\frac{1}{2}$; (D) $-\frac{1}{2}.$

10. 直角 $\triangle ABC$ 中, 已知斜边 $AB = k$, 两直角边长的和为 m , 则用 k 及 m 表示 $\sin A + \sin B$ 的值应等于().

(A) $\frac{m+k}{k}$; (B) $\frac{k+m}{m}$; (C) $\frac{k}{m}$; (D) $\frac{m}{k}.$

11. 方程 $\cos x = \frac{2}{3}$ 的解集是().

(a) $\left\{ \arccos \frac{2}{3} \right\}$; (b) $\left\{ \pm \arccos \frac{2}{3} \right\}$;

(c) $\left\{ k\pi \pm \arccos \frac{2}{3} \right\}$; (d) $\left\{ 2k\pi \pm \arccos \frac{2}{3} \right\}.$

(以上的 k 均为整数.)

12. $\sqrt{1 - \sin^2 100^\circ}$ 等于().

(a) $-\sin 10^\circ$; (b) $\sin 10^\circ$; (c) $-\cos 10^\circ$; (d) $\cos 10^\circ.$

13. 三角形三边的长是连续的自然数, 且最大内角是钝角, 求

此三角形三边的长.

14. 证明:

$$\begin{vmatrix} 2\cos\theta & 1 & 0 \\ 1 & 2\cos\theta & 1 \\ 0 & 1 & 2\cos\theta \end{vmatrix} = \frac{\sin 4\theta}{\sin \theta}.$$

15. 设 $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = t$, 将 $\sin \theta$, $\cos \theta$ 用 t 表示.

16. 如果 $\triangle ABC$ 中 B 、 C 两角的和是 60° , 那么

$$\cos A = \underline{\hspace{2cm}}.$$

17. 计算: $\left(\frac{1}{2} \operatorname{tg} 105^\circ\right)^{20} (2 \operatorname{tg} 15^\circ)^{21}$ 的值.

18. 若已知三角形的两边 a 、 c 及夹角 B , 则 $\triangle ABC$ 的面积

$$S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}. \quad \text{第三边 } b = \underline{\hspace{2cm}}.$$

19. 若 $-\frac{\pi}{2} \leq x < 0$, 则 $\frac{\sqrt{\sin^2 x}}{\sin x} = (\quad).$

20. 已知: $A + B + C = 180^\circ$;

求证:

$$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -4 \cos A \cos B \cos C - 1.$$

21. 求函数 $y = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x$ 的周期, 最大值和最小值, 并画出它在一个周期内的图象.

22. 证明: $\frac{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha}.$

23. 如果 $\frac{3\pi}{4} < \theta < \pi$, 问 x 在何范围取值, 才使等式 $\operatorname{tg} \theta =$

$$\frac{x-2}{1-x} \text{ 成立.}$$

24. 设 A , B , C 是三角形的三内角, 若 $\sin A = 2 \sin B \cos C$, 试证 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

25. 三角形的三边分别为 $2x+3$; x^2+3x+3 ; x^2+2x , 其中

$x > 0$, 则最大角的度数为:

(i) 30° ; (ii) 60° ; (iii) 90° ; (iv) 120° ; (v) 150° .

26. 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ 的最小值为:

(i) $-\infty$; (ii) 0; (iii) $\frac{\pi}{4}$; (iv) -2 ; (v) 2.

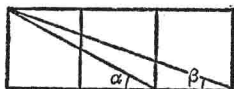
27. 若 A, B 为三角形的内角, 试证:

$$\sin(A+B) < \sin A + \sin B.$$

28. 求下列各式的值:

$$(1) \cos \left[\arcsin \left(-\frac{4}{5} \right) \right]; \quad (2) \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \arccos \frac{5}{13} \right).$$

29. 如图所示, 三个相同的正方形相接, 求证: $\alpha + \beta = 45^\circ$.



30. 函数 $y = \arccos(x-1)$ 的定义域是_____.

31. 函数 $y = 2 \sin \frac{x}{2}$ 的振幅是_____, 周期是_____.

三、空间图形

本部分试题复习要求:

(一)平面: 掌握平面基本性质的三个公理及其推论, 会画简单的空间图形.

(二)两直线的相关位置: 了解空间两直线的各种位置关系, 理解异面直线、异面直线所成的角、异面直线的公垂线、异面直线的距离等概念.

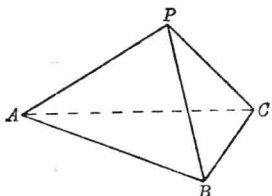
(三)直线与平面的相关位置: 掌握直线和平面的各种位置关系及其表示法; 掌握直线与平面平行、直线与平面垂直的判定定理和性质定理, 并能正确应用进行推理论证; 理解直线与平面所成的角、点到平面的距离等概念; 熟练掌握三垂线定理及其逆定理.

(四)两个平面的相关位置: 掌握两个平面间的各种位置关系和两个平面平行、两个平面垂直的判定定理和性质定理; 理解两个平行平面间的公垂线及距离、二面角及其平面角的概念.

(五)多面体及旋转体: 理解并掌握棱柱、棱锥、棱台和圆柱、圆锥、圆台、球的概念及有关性质, 能画出它们的直观图, 掌握它们的侧面积、全面积及体积的计算公式进行计算. 了解球面和球冠、球缺的概念及有关计算公式.

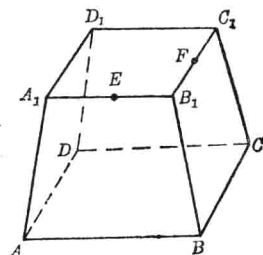
1. 已知正三棱锥 $P-ABO$ 的高等于 6 厘米, 斜高等于 $4\sqrt{3}$ 厘米. 求:

- (1) 侧棱与底面的夹角(用反三角函数表示);
 (2) 正三棱锥 $P-ABC$ 的体积.



2. 一个圆锥的侧面展开图是半径为 a 的半圆, 则这个圆锥的底面半径等于_____.

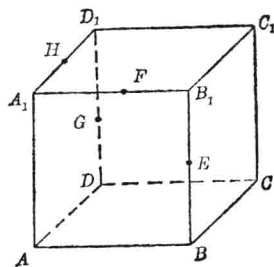
3. 如图, 正四棱台的上底边长是 $2\sqrt{2}$, 高是 $\sqrt{3}$, E 和 F 分别是 A_1B_1 和 B_1C_1 边上的中点.



- (1) 试证 A, C, F, E 四点在同一平面内;
 (2) 求截面 $ACEF$ 与下底面所成的二面角.

4. 如果圆锥底面直径为 6 cm , 母线长 5 cm , 那么它的侧面积是_____. (保留 π)

5. 如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 棱长为 a , 其中 E, F, G, H 为所在棱的中点.



- (1) 直线 D_1C 与 B_1C_1 的位置关系: _____;
 它们所成的角为 _____;

它们之间的距离为_____.