

非线性系统Hopf分岔 反馈控制

刘素华 著

 復旦大學 出版社

非线性系统 Hopf 分岔反馈控制

刘素华 著

復旦大學出版社

图书在版编目(CIP)数据

非线性系统 Hopf 分岔反馈控制/刘素华著. —上海:复旦大学出版社,2015.8
ISBN 978-7-309-11515-4

I. 非… II. 刘… III. 非线性系统(自动化)-反馈控制 IV. TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 129508 号



非线性系统 Hopf 分岔反馈控制
刘素华 著
责任编辑/张志军

复旦大学出版社有限公司出版发行
上海市国权路 579 号 邮编:200433
网址:fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com
门市零售:86-21-65642857 团体订购:86-21-65118853
外埠邮购:86-21-65109143
当纳利(上海)信息技术有限公司

开本 787 × 960 1/16 印张 9 字数 135 千
2015 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

ISBN 978-7-309-11515-4/T · 537
定价: 20.00 元

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社有限公司发行部调换。
版权所有 侵权必究

前 言

Preface

分岔控制是现代非线性动力学领域的一个研究热点,在机械工程、电子和电力工程、航空和航天工程、医学、化学工程、生物、气象等许多领域均具有十分重要的实际应用价值。

本书共分6章。第一章综述了非线性控制理论、分岔控制、Hopf分岔控制以及混沌控制等的研究现状与发展状况;第二章介绍了非线性动力学研究的一些基本概念和几种分岔控制方法,阐述了Hopf分岔定义与判据、Hopf分岔理论以及Hopf分岔周期解的近似求解方法,同时给出了极限环稳定性指标与极限环幅值近似解析解的计算;第三章研究了三维系统作用于标准型下系统的普适的多项式控制器设计以及相应的极限环稳定性指标的计算,建立了受控系统的极限环幅值与控制增益之间的近似解析关系;第四章采用washout filter非线性反馈控制器完成四维Qi系统的极限环幅值控制;第五章对Langford系统的一次Hopf分岔、二次Hopf分岔及其混沌运动的控制进行了研究,分别得到控制增益与分岔参数之间的解析关系;第六章完成Langford系统的极限环幅值控制。

本书是编者近10年来在从事该领域研究工作的基础上,参阅国内外有关文献资料,积淀个人科研成果,精心编著而成。本书获得上海工程技术大学学术著作出版专项资助,湖南大学唐驾时教授审阅。

由于编者水平有限,书中难免有不妥之处,敬望读者不吝赐教。

作者

2015年7月

目 录

Contents

第 1 章	绪论	1
1.1	非线性控制理论研究概述 / 1	
1.2	国内外相关领域的研究现状与进展 / 4	
第 2 章	分岔控制理论基础	13
2.1	稳定性理论 / 13	
2.2	分岔的概念与分类 / 16	
2.3	分岔理论的研究内容与方法 / 19	
2.4	Hopf 分岔理论 / 20	
2.5	Hopf 分岔控制方法 / 25	
	本章小结 / 29	
第 3 章	三维动力系统极限环幅值控制	30
3.1	极限环幅值的近似求解方法 / 31	
3.2	Chen 系统的极限环幅值控制 / 41	
3.3	平滑 Chua 系统的幅值控制 / 47	
	本章小结 / 56	
第 4 章	Langford 系统的一次和二次 Hopf 分岔控制以及混沌控制	57
4.1	Hopf 分岔分析 / 57	
4.2	一次 Hopf 分岔的线性反馈控制 / 65	

4.3	二次 Hopf 分岔的非线性反馈控制 / 75	
4.4	混沌控制 / 80	
	本章小结 / 87	
第 5 章	Langford 系统的极限环幅值控制	88
5.1	极限环的稳定性及其幅值控制关系 / 88	
5.2	极限环幅值的非线性控制 / 91	
5.3	极限环幅值控制公式的具体应用 / 98	
5.4	线性控制 / 106	
	本章小结 / 110	
第 6 章	四维 Q_i 系统的 Hopf 分岔分析与控制	111
6.1	Hopf 分岔分析 / 111	
6.2	Hopf 分岔的极限环幅值控制 / 115	
	本章小结 / 119	
	参考文献	121
	附录 受控 Q_i 系统规范型(6.13)中的非线性项	132

第 1 章

绪 论

分岔是非线性系统特有的现象,在力学、物理、化学、医学、生物学、经济学以及社会科学等领域都普遍存在,是非线性科学的一个重要研究领域。对于一个结构不稳定的动力学系统,若任意小的参数变化都会使系统的拓扑结构发生突然改变,则称这种变化为分岔(分岔、分支、分歧)。分岔最一般的定义是系统失去原有的结构稳定性。

为了避免非线性系统因分岔现象产生有害的动力学行为,或者为了使系统产生某种所需要的分岔行为,需要设计适当的控制器以改变非线性系统的分岔特性,即分岔控制。分岔控制是现代非线性动力学领域的一个研究热点,它在机械工程^[1~3]、电子和电力工程^[4~7]、航空和航天工程^[8, 9]、医学^[10]、化学工程、生物、气象等许多领域均具有十分重要的实际应用价值。

1.1 非线性控制理论研究概述

控制理论经历了经典控制理论和现代控制理论两个阶段。在 20 世纪 50 年代末形成体系的经典控制理论是基于频率概念来进行控制理论分析与设计的。研究方法有零极点分析方法、Nyquist 稳定性判据以及 Routh-Hurwitz 稳定性判据、频率响应法、根轨迹法等。尽管经典控制理论的技术也广泛地应用于解决更复杂的控制问题,但是仍存在着很大的局限性。经典控制理论主要用于线性时不变的单输入单输出反馈控制系统,只采用外部描述方法讨论控制系统的输入与输出关系,控制系统的设计方法基本上是试凑法,不能提供最优控制的方法和手段。

现代控制理论是基于时域概念并在经典控制理论基础上发展起来的,它以状态空间为主体,研究控制系统状态的运动规律,并实现最优化

设计。它以状态空间的矩阵方程作为分析与设计方法,主要有状态空间模型以及能控性和能观性分析方法、LQR(Linear Quadratic Regulator)和 LQG(Linear Quadratic Caussian)最优控制方法、Kalman 滤波器方法、极点配置方法和基于状态观测器的反馈控制方法等,其中最有代表性的控制方法是 LQG 方法。LQG 方法在外界扰动可以表示为白噪声模型或白噪声经过滤波后的噪声模型时,能够获得非常理想的设计结果。现代控制理论能够解决某些非线性和时变系统的控制问题,适用于多输入多输出反馈控制系统,克服了经典控制理论的很多局限性,显示了强大的生命力^[11, 12]。

线性控制理论不能解决非线性系统的控制问题。线性系统的分析和设计已形成了一套完整、系统的理论体系,其理论和方法在工程上得到了广泛应用,并获得了巨大成就。然而,非线性系统在工程实际中广泛存在,线性只是对非线性的简化或近似,或者说线性是非线性的特例,线性近似只在一定范围内和一定程度上满足对工程实际的分析与控制的要求。现代非线性科学所揭示的大量有意义的事实,如分岔、混沌、奇异吸引子等,均远远超过了人们熟知的线性特征,无法用线性系统理论来解释与控制。而且,严格地讲,几乎所有的控制系统都是非线性的,例如卫星的定位与姿态控制、机器人控制、精密数控机床的运动控制等,它们都不可能采用线性模型来描述。非线性系统可能存在多个平衡点、极限环、跳跃等非线性特征,不满足叠加原理。在解决非线性系统的控制问题时,线性控制理论遇到了极大的困难。

非线性控制系统的发展几乎是与线性系统平行的。由于非线性系统本身包含的现象十分丰富,非线性特性千差万别,不可能有统一的普遍的处理方法。非线性控制理论早期的代表性方法有相平面法、描述函数法、绝对稳定性理论、李雅普诺夫理论和输入输出稳定性理论。相平面法适用于二阶及简单三阶系统;描述函数法的研究对象可以是任意阶的系统,但其中只有执行机构具有非线性特性;其他几种方法也具有各自的非线性控制特征。

自 20 世纪 80 年代以来,随着计算机技术的飞速发展以及数学分析对非线性问题的突破,非线性控制理论的研究进入了兴盛时期。针对不同的控制对象与控制方向,出现了一些新的非线性控制方法^[13]:微分几何方法、微分代数方法、逆系统方法、变结构控制方法、频域控制方法、鲁

棒控制方法、神经网络方法以及模糊控制方法等。

前3种方法属于反馈线性化方法,发展比较成熟^[14],特别是以微分几何方法为工具发展起来的精确线性化受到了普遍关注,成为非线性控制的主流。微分几何方法的最大优点是,将对微分流形的子流形的研究转换为对切空间的子分布的研究,为非线性系统的结构分析、分解及与结构有关的控制设计带来极大的方便。基于微分几何方法研究的非线性系统的解耦和完全线性化问题而发展起来的控制方法,已在一些实际工程中得到广泛的应用,取得了较好的成果。微分代数方法将动态扩展算法推广到非线性系统,解决了仿射非线性系统的动态完全线性化的问题。微分几何与微分代数两种方法所使用的数学工具比较抽象,计算比较困难,且只适用于特定的一类非线性系统。近几年提出并迅速发展起来的逆系统方法在机械手控制、卫星姿态控制、发电机组领域等方面均有成功的应用。

从相平面法发展而来的变结构控制方法是目前研究非线性控制系统的最常用的综合方法,其突出优点是算法简单、系统对摄动及干扰的鲁棒性好、容易在线实现等。但是,也存在一些不足,主要是采用此方法设计的控制器会产生较严重的抖振现象,这在一定程度上限制了它的广泛使用。

20世纪80年代,Billings^[15]提出了非线性频域响应分析的一般理论,导出了基本的计算公式,发展了非线性系统高阶频域响应函数的计算方法。对线性系统的控制最初也是在时域内研究的,由于高阶微分方程求解困难,人们用拉普拉斯变换和傅里叶变换,将微分方程转变成代数方程,然后在频域内进行控制系统的分析与设计^[16]。频域控制方法的实际物理意义明确,计算简便,而且控制器具有鲁棒性,因此在实际中得到了广泛的应用。线性多变量系统的研究开始也是时域法占主导地位,但以后人们又逐渐把频域法推广到多变量系统的分析和设计中,使得状态变量法得到的各种结果均能由频域法得到。对于非线性控制系统,人们也一直探求如何用频域法解决分析与设计问题,描述函数法是频域法解决非线性控制系统分析最早的成果,但这种方法忽略了高次谐波成分,实际上是线性化近似方法。

鲁棒控制方法^[17]以基于使用状态空间模型的设计方法为主要特征,提出了从根本上解决控制对象模型不确定问题的有效方法,其发展最突

出的标志是 H_∞ 控制和 μ 方法。 H_∞ 控制思想是 1981 年 Zames 提出的,它主要是在时域内讨论 H_∞ 的求解方法,但所揭示的思想是一种频域综合法。目前,在多维频域空间内,基于广义频率响应函数描述,研究非线性控制系统 H_∞ 控制的求解问题,仍是一个重要的研究方向。

神经网络控制方法中,对于不同的被控对象,如何选择合适的神经网络结构,尚处于经验阶段,有待于理论上的研究。关于如何使算法的收敛速度加快的问题的解决有赖于高维变量的非线性优化方法的突破。对于非线性对象的神经网络控制系统的稳定性分析、鲁棒性、鲁棒辨识等均是待研究的课题。神经网络控制中的理论问题很多,解决这些问题的难度比较大。

1.2 国内外相关领域的研究现状与进展

1.2.1 分岔控制理论的研究现状与进展

力学中的分岔问题可以追溯到很早以前^[18]。早在 1644 年, Torricelli 研究重力作用下物体平衡问题时就提出,在重心最低时平衡才是稳定的。1788 年, Lagrange 将 Torricelli 的稳定性条件推广为:当保守系统处于势能严格极小状态时,系统处于稳定平衡。Euler 在 1744 年给出了弹性受压杆在屈曲后的大变形分析,即所谓的欧拉弹性线,是最早的弹性体平衡解分岔的例子。1834 年, Jacobi 在研究自引力介质的椭球形旋转液体星的平衡图形时,首先引入分岔这个术语。1883 年, Reynolds 发现在临界雷诺数时层流转变为湍流的现象,从此开始了流动稳定性的研究。20 世纪 20 年代, van der Pol 在研究电子管振荡和模拟人的心脏搏动时发现大量的分岔现象。可见,在相当长的一段时间里,分岔研究主要是在应用领域中进行的。

严格的分岔理论研究始于 19 世纪后期, Poincare 为分岔问题的研究奠定了理论基础,开辟了定性分析方法。在近似解析方法方面, 1830 年, Poisson 研究单摆时提出摄动法的基本思想。1918 年, Duffing 在研究硬弹簧受迫振动时采用了谐波平衡法和主次迭代法。早在 Lagrange 时代,就利用平均法计算天体力学行星轨道的演化,此后发展了渐进法、KBM 法。1957 年, Sturrock 提出多尺度法。1965 年, Nayfeh 等使多尺度法进一步得到了完善。20 世纪 60 年代,混沌现象的发现,以及现代数学理论

的发展、电子计算机计算手段的不断加强,促使分岔理论得到了迅速的发展。

在国外,1979年,Nayfeh^[19]应用多尺度法研究了具有参数激励的 Mathieu-Duffing 系统。1995年,Malhotra^[20]利用中心流形与规范型理论研究了参数激励的1:1谐振 Hopf 分岔的全局动力学行为,分析了受横向脉冲激励的薄臂矩形筒支梁可能出现复杂动力学现象的参数条件。1998年,Verduzco 等^[21]基于分岔方法,给出了二自由度机械手的稳定性分析。1999年,Hu 等^[22]在五维相空间中建立了计入司机驾驶行为时滞的非线性四轮转向汽车模型,运用数值方法讨论了系统的 Hopf 分岔。2000年,Phillipson^[23]利用渐进法以 Rössler 方程、Lorentz 方程以及 Chua's 电路方程为应用示例,阐述了三维自治微分方程的系列周期轨道由稳定到不稳定的转变条件。2001年,Berns^[24]利用高阶谐波平衡法预测了动力学系统的倍周期分岔。2004年,Nikolov^[25]利用 Lyapunov-Andronov 理论研究了 Rössler 系统通向混沌的道路。Yu^[26~29]等提出了计算 n 维非线性动力系统规范形的扰动方法,并将其程序化,使计算直接简便。

在国内,1988年,陈予恕和 Langford^[30]将 Lyapunov-Schmidt 方法与奇异性理论结合,提出了可以揭示非线性振动系统拓扑周期分岔解与系统结构参数之间关系的 C-L 方法。此后,陈予恕课题组研究了非线性 Mathieu 方程、Duffing 系统、转子系统以及参数激励屈曲梁等多方面分岔问题^[31~34]。1992年,傅卫平等^[35]对机床动力学中含时滞的非线性颤振系统给出了 Hopf 分岔产生的参数范围以及分岔周期解的表达式。1996年起,唐驾时等^[36~39]用多尺度法、规范形理论研究了 Klein-Gordon 方程、van der Pol Oscillator 振子等诸多强非线性系统的渐进解及分岔问题,得到强非线性系统的分岔响应方程。

目前,分岔理论的研究与应用已超越原来的学科界限,广泛应用于力学、物理学、化学、生物学、生态学等学科和自动控制、系统工程、机械振动等工程技术部门,以及经济学和社会科学等领域。

控制理论的一个研究分支就是将动力系统理论用于研究非线性控制系统,而且问题集中在非线性系统的分岔控制上。分岔控制理论的研究最早见著于1986年和1987年Abed和Fu^[40, 41]的工作,Abed和Fu研究了 n 维非线性系统静态分岔控制、Hopf 分岔控制及其稳定性问题;国内

学者也做了大量的工作, Behtash^[42] (1988 年) 研究了双零特征根非线性系统的稳定性控制; Lee 等^[43] (1991 年) 和 Wang 等^[44] (1994 年) 提出并应用动态反馈控制律 washout filter 的分岔控制方法, 解决了分岔控制器设计难以实现的问题, 这种控制方法即使在系统模型不确定的情况下也可以保持原系统所有的平衡点不变; Genesio 和 Tesi 等^[45] (1993 年) 和 Tesi 和 Abed 等^[46] (1996 年) 利用谐波平衡法研究了低维连续系统的倍周期分岔控制, 得到了近似程度较大的倍周期分岔点的预测, 实现倍周期分岔延迟控制。20 世纪 90 年代中后期, 分岔控制不仅在理论上而且在应用领域上开始涌现出了大量的研究成果。1997 年, Muiola^[47] 用频域方法研究了极限环幅值的反馈控制, 以一个电力系统为实例说明获得小极限环幅值的参数选取方法。1998 年和 1999 年, Chen 等^[48, 49] 设计线性与立方控制律, 研究了 Rayleigh-Benard 对流的主动控制问题, 并且将幅值控制技术应用于此问题的研究。1999 年, Wang 等^[50] 以车辆主动底盘为背景, 研究了高维非线性时滞系统的建模、动力学与控制问题。2006 年, Liu 等^[51] 研究了非线性系统分岔的脉冲控制方法。Chen 等^[52~55] 在不同时期分别对分岔控制的理论及其应用作了系统而全面的阐述。

在国内, 分岔控制的理论及其应用研究成果很少。2002 年, 乔宇等^[56] 对电力系统的分岔控制进行了初步研究; 2003 年, 罗晓曙等^[57] 提出了用系统单变量的比例微分反馈实现蔡电路的 Hopf 分岔和混沌控制的方法; 2004 年, 符文彬等^[58] 研究了强迫 Duffing 系统主共振的鞍结分岔控制。2005 年, 钱长照等^[59] 研究了自治与非自治非线性动力学系统的时滞反馈分岔控制。近些年, 国内还有一些在 Hopf 分岔控制与倍周期分岔方面的研究成果, 将在后面论及。

在工程上, 分岔控制理论最早应用于航空飞行器领域, 许多特殊的非线性动力学行为, 如机翼失稳、自动翻转、螺旋现象等, 都有其对应的独特的分岔现象, 设计延迟或稳定分岔现象的控制器, 提高汽轮发动机在接近临界压力时的稳定性, 可扩大战机的安全运行范围, 提高作战能力^[60, 61]。1982 年, Carroll^[62] 首先应用分岔理论研究了飞机大攻角运动。在提高汽轮喷气式发动机在接近最高压力时的临界工作效率研究中, 轴向风流压缩器的研究工作取得了诸多成果^[63, 66]。在工程实际中, 大型电网在临近严重超负荷导致灾变破坏时, 非线性动力学分岔现象非常明显, 分岔控制能够延迟分岔的发生, 或暂时锁定危险的分岔过程, 保证足够的时间来采

取措施,或设计适当的控制器来避免这种灾难^[67, 68]。人体心脏容易发生纤维性颤动等心律紊乱现象,根据心脏非正常脉搏跳动的分岔和混沌动力学性态,分岔控制理论和技术提供一种新的有效的调整治疗手段^[69, 70]。分岔控制很可能用来充分利用和发挥飞船喷气机的最大潜力,以实现远距离的太空节能航行。在轴承转子系统的振动中存在鞍结分岔,出现跳跃、滞后等动力学行为,需要进行有效的分岔控制。此外,在诸如热交换过程控制、卫星姿态控制,以及电路、激光、神经网络等控制问题中都存在大量的分岔现象^[71, 72],因而都属于分岔控制的应用领域。

1.2.2 Hopf 分岔控制的研究现状与进展

从平衡状态进入周期振荡状态的分岔称为 Hopf 分岔,伴随 Hopf 分岔现象产生的孤立的闭轨称为极限环。早在 1782 年,在 Watt 发明的蒸汽机离心调速器上就已观察到 Hopf 分岔现象;随着蒸汽机功率的增大,调速器失稳,蒸汽机的速度产生周期振荡现象。1885 年,Poincare 研究了平面系统中的这类分岔现象,1929 年,Andronov 等建立了平面 Hopf 分岔理论。高维系统中 Hopf 分岔的数学理论是在 1942 年由德国数学家 Hopf 严格证明而建立的,因而有时也称 Hopf 分岔为 Andronov-Hopf 分岔或 Poincare-Andronov-Hopf 分岔。

Hopf 分岔是一类重要的动态分岔,不仅在动态分岔研究和极限环研究中具有理论价值,而且与工程中自激振动的产生有着密切联系。在日常生活与技术实践中,Hopf 分岔自振现象经常出现,例如普通的机械时钟运动、车刀在切削时产生的干摩擦振动、输电线的舞动、飞机高速飞行时机翼的颤振、输水管道系统内流体的喘振等。最先出现在非线性电路中的 van der Pol 振子是一个著名的自激振动系统,后来在机械、生物、化学、生态学等很多工程和科学领域中发现了它的存在。Hopf 分岔理论的建立很好地指导了人们对于实践中 Hopf 分岔现象的认识与发现。1999 年, Lee^[73] 研究了机翼颤振系统的 Hopf 分岔问题;2002 年, KumarS^[74] 研究了捕食者以一定速率增长的捕食-被捕食模型的 Hopf 分岔现象。研究表明,当捕食者的增长率超过某极限值时系统就会从稳定平衡状态转化为周期运动状态;Ding^[75] 采用 Muszynska 非线性流体密封动力学模型研究了转子/密封系统的 Hopf 分岔现象,发现当转速超过某极限值后,系统从稳态转化为周期振荡。2004 年, Wen^[76] 研究了二自由

度碰撞系统退化的 Hopf 分岔问题。在国内,分别在 1996 年和 1999 年,袁小阳等^[77, 78]用 Poincare 映射方法计算了多圆盘-滑动轴承系统的概周期解,分析了发电机转子在不平衡外激励和轴承自激励联合作用下的概周期运动特性;提出滑动轴承-转子系统 Hopf 分岔分析计算方法,可确定隐式微分方程系统的 Hopf 分岔点、分岔方向。1999 年和 2005 年,刘习军等^[79, 80]研究了由机床速度以及干摩擦引起的切削颤振的产生机理。2000 年,徐鉴等^[81]通过构造中心流形使用范式方法给出了具有三次项的 van der Pol-Duffing 非线性时滞系统的稳定性和 Hopf 分岔行为;陈衍茂等^[82]应用中心流形定理将系统降维,并利用复数正规形方法得到了非线性颤振系统的分岔方程。研究发现,此 Hopf 分岔具有超临界和亚临界双重性质。

作为 Hopf 分岔的一个研究内容,极限环多重性问题也受到了普遍关注。1900 年德国数学家 Hilbert 在国际数学家大会上提出的 23 个问题中,关于极限环最大数目和位置的第 16 个问题,一直以来都是常微分方程研究的热点^[83]。Li 等^[84, 85]和 Wang 等^[86, 87]研究表明,分别对应于 3 阶、5 阶、7 阶、9 阶平面扰动 Hamilton 多项式向量场的极限环数目至少分别为 12、24、49、81 个。Moiola 等^[88]研究了由退化 Hopf 分岔产生多重极限环问题,利用工程反馈和谐波平衡近似方法得到稳定性指标的计算方法;Zhang 等^[89]研究了余维 3Lienard 振荡器的多重极限环的存在性以及各极限环之间的跳跃现象。

最早 Abed 和 Fu 关于分岔控制的研究就是从 Hopf 分岔的控制问题开始的,至今,二维系统的 Hopf 分岔控制已取得了很好的研究成果,反馈控制^[90]与时滞控制^[91~93]、线性与非线性控制器^[94]得到了广泛的应用。然而,高维系统的 Hopf 分岔控制比低维系统的 Hopf 分岔控制难度要大得多,其研究成果较少。1995 年,Wang 等^[95]设计了闭环系统对一个三维热对流混沌模型的 Hopf 分岔进行了控制;2002 年,Gordilloa 等^[96]用谐波平衡法分析了感应电动机的 Hopf 分岔自激振动现象,得到 PI 控制器增益的选取原则;2003 年,Ding 等^[97]研究了多个自由度的转子轴承系统的拟周期和倍周期分岔控制;2005 年,Wen 等^[98]对七维连续非线性系统的 Hopf 分岔取得了理想的控制结果。Wen 等还研究了离散系统的 Hopf 分岔控制问题^[99]。在国内,对于高维系统 Hopf 分岔控制领域的研究寥寥无几。1999 年,胡世文等^[100]利用 Hopf 分岔控制,构造了反馈控

制函数,使零动态非渐稳的单输入单输出控制系统局部渐近锁定。2004年,孙桐林等^[101]提出了机车车轮对蛇行运动 Hopf 分岔的非线性反馈控制方法,使系统的分岔型式由亚临界 Hopf 分岔转变为超临界 Hopf 分岔,大大提高了机车稳定运行的运行速度。

早期 Hopf 分岔控制的研究重点是延迟原有的 Hopf 分岔点或稳定已有的 Hopf 分岔现象^[96, 102~104];近年来,采用适当的控制器,在所需要的参数位置创建 Hopf 分岔,使系统产生极限环振动行为,即所谓的 Hopf 分岔的反控制问题成为了研究热点。Hopf 分岔反控制的研究对于利用振动行为来满足工程实际需要具有重要意义。1998年,Chen 等^[105, 106]利用 washout filter 反馈控制方法在所需要的参数位置创建了 Hopf 分岔;2001年,Alonso 等^[107]采用两个非线性控制律实现了具有特定幅值要求的机械钟摆系统的振动行为;2002—2004年间,Wen 等^[108~110]应用中心流形定理和规范形理论研究了离散系统 Hopf 分岔的创建以及对三维映射退化 Hopf 分岔的反控制问题。

在工程实际应用方面,极限环幅值控制问题越来越受到研究者的普遍关注。一方面,减小幅值可以抑制系统的振动行为,另一方面,增大幅值可以使振动现象为人们所利用。在极限环幅值控制方面,已有一些研究成果。在国外,1998年,Bern 等^[111]阐述了极限环幅值控制的基本思想,从 Hopf 分岔产生机理出发,采用谐波平衡近似方法研究了获得小幅值近似解的控制算法;1999年,Oueini 和 Nayfeh^[112]设计简单的非线性控制律抑制了悬臂梁的一阶振动;2000年,Berns 等^[113]采用速度非线性控制器实现极限环幅值的反馈控制。2005年,Angulo^[114]等设计适当的转换控制器,利用非光滑分岔理论,研究了光滑平面系统极限环的产生、幅值及其稳定性的控制。2006年,Tang 等^[115]设计各种平方与立方非线性控制器,利用多尺度法研究了 van de Pol 振子以及 van de Pol 振子的极限环幅值控制,分别得到了幅值-增益控制方程。在国内,1999年,刘向东等^[116]提出了平面系统 Hopf 分岔所产生的极限环幅值可控的充分条件,采用非线性状态反馈控制来抑制 Hopf 分岔引起的自激振动。2005年和 2007年,钱长照等^[117]和唐驾时等^[118]分别对 van der Pol-Duffing 系统和耦合的 van der pol 振子采用摄动法和多尺度法研究了极限环幅值控制。

1.2.3 混沌控制的发展与现状

分岔不仅与系统中不同运动状态之间的联系和转化有关,还与混沌运动密切相关。混沌现象起源于非线性系统对初值条件的敏感依赖性,是非线性系统特有的复杂运动形式。它是产生于确定性系统的往复稳态非周期运动,具有长期不可预测性。混沌理论不论是在自然科学还是社会科学,如生物学、数学、物理学、化学、电子学、信息科学、气象学、宇宙学、地质学、经济学、人脑科学,甚至在音乐、美术、体育等多个领域,都得到了广泛的应用。在混沌同步、超混沌、混沌保密通讯、混沌神经网络、混沌经济学等研究方向都取得了一些研究成果^[119~121]。

混沌运动是确定性非线性动力学系统所特有的复杂运动状态。当系统参数处于某一范围时系统表现为混沌运动,而在其他参数范围下系统仍然表现为确定性运动。自从 1963 年 E. N. Lorenz 在数值试验中偶然发现第一个混沌吸引子以来,混沌在许多领域中获得了长足的发展,理论上研究混沌的目的是多方面的:解释混沌的本质、刻画它的基本特征、了解它的动力学性态,并力求对它加以控制,使之为人服务。

过去,混沌被认为是一种有害的运动形式,因此混沌控制是指用控制的方法消除或削弱系统的混沌行为,自从 1990 年美国的 3 位数学和物理学家提出通过对系统参数的微小扰动来控制(消除或抑制)混沌的 OGY 方法以来,人们在混沌控制方面做了大量的研究工作^[122~127]。然而,混沌行为并不总是有害的,20 世纪 90 年代中期,人们发现有时不但需要混沌,而且还需要加以强化,即需要混沌的反控制。混沌反控制在许多场合具有良好的应用前景,如多媒体信息安全与保密、流体及超细粉末混合、柔性系统设计等领域。人们已经尝试通过各种途径,包括计算机仿真和发展严格的数学理论来实现各种混沌反控制^[128~130]。在这些探讨中,对于离散系统的研究工作取得了巨大成功^[131~133]。

Hopf 分岔、倍周期分岔等分岔现象与混沌现象有着紧密的联系。现实的动力学系统千差万别,不同类型的系统,不同的具体条件,会以不同方式走向混沌。一般公认的通向混沌运动的典型道路有 3 条:倍周期分岔道路、阵发(间歇)道路和准周期道路^[134]。控制通往混沌的道路,与混沌的控制与利用密切相关。控制通向混沌道路的分岔,可以延迟、抑制混沌现象或使混沌转移到所需要的某参数点上。关于倍周期分岔和准周期

分岔的控制,已有一些研究报道。

倍周期分岔道路即指周期不断加倍而产生混沌。1978年,Friedman在1976年美国数学生态学家 Robert. May 研究 Logistic 映射(即人口/虫口模型)所展示的复杂动力学行为基础上,发现了从倍周期分岔通往混沌道路上的两个普通常数,为分岔与混沌分析做出了出色贡献。倍周期分岔是一条通向混沌最典型的道路,系统一旦发生倍周期分岔,则必导致混沌。不仅 Logistic 系统,其他如 Duffing、Henon 系统等无不如此^[135]。Abed 等^[136]和 Wang 等^[137]研究了有限维离散系统的倍周期分岔控制,Genesisio 和 Tesi^[45, 46]利用谐波平衡法得到了简单连续系统倍周期分岔的近似预测。唐驾时等^[138]用数值分析法研究了 Logistic 模型的倍周期分岔延迟控制。

准周期运动是反映非线性耦合系统所造成的节律变化。它源自1971年法国数学家 Ruelle 和荷兰数学家 Takens 对 Landau 和 Hopf 提出的湍流发生机制的修改。经过1978年 Newhouse 及后人逐步的理论论证与实验发展,现在公认的准周期道路是:不动点(平衡态)→极限环(周期运动)→二维环面(准周期运动)→奇怪吸引子(混沌运动)。许多非线性流系统和高维映像向混沌的转变经历了这一道路,目前已有一些关于准周期分岔环面运动的理论研究^[139~143],但是准周期道路向混沌转变过程的细节至今仍不很清楚,对不同的系统或同一系统的不同参量区间,这一转变过程也可能有不同的细节。Wen 等^[144]利用 washout filter 控制器在高维映射系统中创建了 Hopf-Hopf 交互作用分岔,使系统在所需要的分岔点处产生了准周期环面运动。

相对于分岔控制,混沌控制的方法比较成熟^[145]。归纳起来,反馈控制方法有参数微扰 OGY 法以及 OGY 各种改进法、偶然正比技术(OPY)法、跟踪法、连续变量反馈法、正比变量脉冲反馈法、线性和非线性反馈法、直接反馈法、变量反馈法等等。无反馈方法有自适应控制法、参数共振法、神经网络法、人工智能法、外加强迫法、混沌信号同步法等。然而,分岔的控制手段只有不多的几种,如线性和非线性反馈方法、应用 washout filter 方法、频域分析和逼近方法,以及利用正规型理论等,这些控制手段还不足以实现分岔控制提出的各种目标和要求。因此,改造过去的常规控制技术,发展新颖技术,解决工程实际问题,是非线性科学领域研究者的重要而艰巨的任务。