

全国硕士研究生 入学考试 数学试题编制实例分析

教育部考试中心

高等教育出版社

全国硕士研究生入学考试 数学试题编制实例分析

教育部考试中心



高等教育出版社

(京)112 号

图书在版编目(CIP)数据

全国硕士研究生入学考试数学试题编制实例分析/教育部考试中心—北京:高等教育出版社,1999.8

ISBN 7-04-007718-3

I. 全… II. 教… III. 高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 25325 号

全国硕士研究生入学考试数学试题编制实例分析
教育部考试中心

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号 邮政编码 100009

电 话 010-64054588

传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 北京鑫鑫印刷厂

开 本 850×1168 1/32

版 次 1999 年 8 月第 1 版

印 张 4.25

印 次 1999 年 8 月第 1 次印刷

字 数 110 000

定 价 8.10 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前言

全国硕士研究生入学考试是为国家选拔硕士研究生而实施的具有选拔功能的水平考试,是目前我国教育考试中层次最高的全国统一考试。统考的科目有政治理论、外语(英语、日语和俄语)以及作为专业基础课的数学和中西医综合。考试中心作为教育部指定承担教育考试专项职责任务并赋有部分行政管理职能的直属事业单位,自1989年以来负责该项考试的各科考试大纲的制定、修订、命题组织和制卷工作。

我国素有考试故乡之称,历史上有历经1300多年的组织科举考试的经验,现在也有举办世界上规模最大考生人数最多的考试的实践。但客观地说,近代以来,我们在考试的理论、技术和方法等方面都落后于世界上一些西方发达国家。因此,从“七五”开始,我们在高考中开展了标准化考试的试验和研究,引进和吸收国外先进的考试理论和技术,到目前为止,取得了不少可供借鉴和推广的经验,已初步形成了一套具有中国特色的考试理论和技术体系。

全国硕士研究生入学考试是目前我国教育类考试中层次最高的考试。近年来,随着改革开放的不断深入,为适应市场经济发展的要求,迎接21世纪知识经济的挑战,广大有志青年学生踊跃报名参加研究生考试,使研究生考试出现了一个前所未有的高潮,1994年报名人数为12.2万人,1995年为15.5万人,1996年为20.4万人,1997年为24.3万人,1998年为27.4万人,1999年考生人数达到31万人,是四年前的两倍,这种考研热的出现,加剧了研究生入学的竞争,也对研究生入学考试的质量提出了更高的要求。

在新的形势下,对高层次人才的选拔不能仅考查其知识掌握了多少,对所学的东西熟悉程度如何,更应注重对其创造性能力的考查.正如江泽民主席指出的:“要迎接科学技术突飞猛进和知识经济迅速兴起的挑战,最重要的坚持创新.创新是一个民族的灵魂,是一个国家兴旺发达不竭的动力.创新的关键是人才,人才的成长靠教育.”陈至立部长也指出:“实施素质教育重点是改变教育观念、改变传统的教学手段,尤其要以培养学生的创新意识和创造性精神为主.”

为适应国家对新的历史条件下选拔人才的要求,硕士研究生入学考试的命题工作应转变传统的以知识立意为主的命题指导思想,确立以能力立意的命题指导思想,更加注重考查学生在研究生学习阶段继续学习的潜能和创新能力,真正实现既有利于国家选拔高素质的人才,又有利于提高高等学校教学质量的目的.

为此,我们应把考试的命题工作作为提高考试质量的重要环节加以研究.“全国硕士研究生入学考试数学命题质量控制”课题组是考试中心“九五”科研课题,其目标就是研究和总结命题质量控制的理论、技术和经验.本书是该课题的研究成果之一,它分两个部分,第一部分介绍全国硕士研究生入学数学考试的基本情况,包括考试简介、命题的基本原则、评价试题和试卷质量的标准和控制措施.第二部分是从历年试题中精选出部分有代表性的典型试题,由命题教师认真回顾并记述了这些试题的编制过程,展示了试题编制过程的科学性和创造性.

试题编制的过程是在教育测量学的指导下进行的,是科学化、规范化的过程.教育测量学要求试题编制必须符合双向细目表的要求,而双向细目表充分反映了考试大纲对考生的知识、能力的要求,反映试题难易度、区分度以及考核目标的要求,试题编制必须遵循各类试题的编制原则,只有这样,才能在命题环节保证考试的信度和效度.

试题编制的过程是一个创造性劳动的过程.一道原题或一道

初步命制的试题,一般是不成熟的,只有通过高水平的命题教师组从多个角度认真研磨、改造,才能符合教育测量学要求的合格的试题.在研磨试题的过程中,同一道试题可以以不同的形式出现,这些变式虽然考查的内容是相同的,但难易度、区分度以及考查的认知层次是不同的.通过展示这些变式,使得人们看到一道试题不是一成不变的,通过改造可以变成符合双向细目表要求的试题.试题编制的过程就是这样的一种动态性的和创造性的过程.在这一过程中有些经验、技术是难以表述出来的,《数学试题编制实例分析》剖析了这样的一些经验和技巧,并尽可能地将这些经验和技巧重现出来,为新的命题人员提供试题编制的经验.

本书是“全国硕士研究生入学考试数学命题质量控制”课题组成员集体研究的成果,是多年命题经验的归纳和总结,其特点是注重分析和展示在试题编制的过程中命题教师考虑问题的角度和改造试题的方法,特别指出试题考查的知识点和能力点及实现的途径,并给出实测的统计结果,一般省略试题的推导和计算的过程.它是目前国内第一本研究试题编制过程及其变式的书籍,不仅对于数学命题质量控制有积极的作用,而且对于其它学科的命题也具有重要的参考价值.

鉴于作者水平有限,其中难免有不妥之处,恳请读者批评指正.

马金科

1999年5月12日

第一章 全国硕士研究生

入学数学考试简介

第一章 全国硕士研究生入学数学考试简介	1
第二章 数学试题编制的基本原则	5
第三章 数学试题编制实例分析	21
一、高等数学	21
二、线性代数	86
三、概率论与数理统计	104

根据工学、经济学、管理学各学科、专业对硕士研究生入学所应具备的数学知识和能力的要求不同,数学考试的试卷分为四类:数学一、数学二、数学三和数学四。下面分别介绍各卷适用的招生专业、考试科目、考试内容和试卷结构。

(一) 数学一

1. 适用的招生专业

(1) 工学门类的力学、机械工程、光学工程、仪器科学与技术、冶金工程、动力工程及工程热物理、电气工程、电子科学与技术、信息与通信工程、控制科学与工程、计算机科学与技术、土木工程、水利工程、测绘科学与技术、交通运输工程、船舶与海洋工程、航空航天科学与技术、兵器科学与技术、核科学与技术、生物医学工程等一级学科中所有的二级学科、专业。

(2) 工学门类的材料科学与工程、化学工程与技术、地质资源与地质工程、矿业工程、石油与天然气工程、环境科学与工程等一级学科中对数学要求较高的二级学科、专业。

第一章 全国硕士研究生 入学数学考试简介

全国硕士研究生入学数学考试(简称数学考试)是为招收工学、经济学、管理学硕士研究生而实施的具有选拔功能的水平考试.它的指导思想是既有利于国家对高层次人才的选拔,又有利于促进高等学校各类数学课程教学质量的提高.考试对象是每年报考工学、经济学、管理学各专业硕士研究生的考生.该考试为笔试,考试时间为三个小时.

根据工学、经济学、管理学各学科、专业对硕士研究生入学所应具备的数学知识和能力的要求不同,数学考试的试卷分为四类:数学一、数学二、数学三和数学四.下面分别介绍各卷适用的招生专业、考试科目、考试内容和试卷结构.

(一) 数学一

1. 适用的招生专业

(1) 工学门类的力学、机械工程、光学工程、仪器科学与技术、冶金工程、动力工程及工程热物理、电气工程、电子科学与技术、信息与通信工程、控制科学与工程、计算机科学与技术、土木工程、水利工程、测绘科学与技术、交通运输工程、船舶与海洋工程、航空宇航科学与技术、兵器科学与技术、核科学与技术、生物医学工程等一级学科中所有的二级学科、专业.

(2) 工学门类的材料科学与工程、化学工程与技术、地质资源与地质工程、矿业工程、石油与天然气工程、环境科学与工程等一级学科中对数学要求较高的二级学科、专业.

(3) 管理学门类中的管理科学与工程一级学科。

2. 考试内容

数学一的考试内容涉及高等数学、线性代数、概率论与数理统计初步四个科目。高等数学部分的考试内容包括：函数、极限、连续，一元函数微分学，一元函数积分学，向量代数和空间解析几何，多元函数微分学，多元函数积分学，无穷级数，常微分方程。线性代数部分的考试内容包括：行列式，矩阵，向量，线性方程组，矩阵的特征值和特征向量，二次型。概率论与数理统计初步考试内容包括：随机事件和概率，随机变量及其概率分布，二维随机变量及其概率分布；随机变量的数学特征，大数定律和中心极限定理，数理统计的基本概念，参数估计，假设检验。

3. 试卷结构

试卷结构包括各科目的内容比例、题型比例。数学一内容比例为：高等数学 60%，线性代数 20%，概率论与数理统计初步 20%。题型比例为：填空题 15%，选择题 15%，解答题（包括证明题）70%。

(二) 数学二

1. 适用的招生专业

(1) 工学门类的纺织科学与工程、轻工技术与工程、农业工程、林业工程、食品科学与工程一级学科中所有的二级学科、专业。

(2) 工学门类的材料科学与工程、化学工程与技术、地质资源与地质工程、矿业工程、石油与天然气工程、环境科学与工程一级学科中对数学要求较低的二级学科、专业。

2. 考试内容

数学二的考试内容包括高等数学、线性代数初步两个学科。高等数学部分的考试内容包括：函数、极限、连续，一元函数微分学，一元函数积分学，常微分方程。线性代数初步部分的考试内容包括：

括:行列式,矩阵,线性方程组.

3. 试卷结构
内容比例为:高等数学 85%,线性代数初步 15%. 题型比例为:填空题 15%,选择题 15%,解答题(包括证明题)70%.

(三) 数学三

1. 适用的招生专业

(1) 经济学门类的应用经济学一级学科中统计学、数量经济学二级学科、专业.

(2) 管理学门类的工商管理一级学科中企业管理、技术经济及管理二级学科、专业.

(3) 管理学门类的农林经济管理一级学科中对数学要求较高的二级学科、专业.

2. 考试内容

数学三考试内容涉及微积分、线性代数、概率论与数理统计四个科目.微积分部分的考试内容包括:函数、极限、连续,一元函数微分学,一元函数积分学,多元函数微积分学,无穷级数,常微分方程与差分方程.线性代数部分考试内容包括:行列式,矩阵,向量,线性方程组,矩阵的特征值和特征向量,二次型.概率论与数理统计部分考试内容包括:随机事件和概率,随机变量及其概率分布,随机变量的数字特征,大数定律和中心极限定理,数理统计的基本概念,参数估计,假设检验.

3. 试卷结构

内容比例为:微积分 50%,线性代数 25%,概率论与数理统计 25%. 题型比例为:填空题 15%,选择题 15%,解答题(包括证明题)70%.

(四) 数学四

1. 可选用数学四的专业

经济学门类中除上述规定的必考数学三的二级学科、专业外,其余的二级学科、专业可选用数学三或数学四;管理学门类的工商管理一级学科中除上述规定的必考数学三的二级学科、专业外,其余的二级学科专业可选用数学三或数学四. 管理学门类的农林经济管理一级学科中对数学要求较低的二级学科、专业.

2. 考试内容

数学四的考试内容涉及微积分、线性代数、概率论三个学科. 微积分部分考试内容包括:函数、极限、连续,一元函数微分学,一元函数积分学,多元函数微积分学. 线性代数部分考试内容包括:行列式,矩阵,向量,线性方程组,矩阵的特征值和特征向量. 概率论部分考试内容包括:随机事件和概率,随机变量及其概率分布,随机变量的数字特征,中心极限定理.

3. 试卷结构

内容比例为:微积分 50%,线性代数 25%,概率论 25%. 题型比例为:填空题 15%,选择题 15%,解答题(包括证明题)70%.

2. 考试内容

数学二的考试内容包括高等数学、线性代数初步两个学科. 高等数学部分的考试内容包括:函数、极限、连续,一元函数微分学,一元函数积分学,常微分方程. 线性代数部分考试内容包括:

第二章 数学试题编制的 基本原则

反映考试质量有两个重要指标,一个是考试的信度,另一个是考试的效度.信度是反映考试可靠性的指标.效度是反映考试考查希望测量的内容的精确程度的指标.影响考试的信度和效度的因素很多,主要包括:试卷的长度,题型的选择,试题编制的方法,答题时间是否充分,是否提供考试指导,是否具备举办考试的条件(空间场地、温度条件、灯光噪音、运动等),考试的评分方法等.但试题编制是影响考试信度和效度的关键因素.

数学考试注重试题编制的质量.下面从几个方面阐述数学试题编制的基本原则和质量控制的措施.

一、数学命题的基本原则

(一) 严格按照教育部颁布的《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》(简称《数学考试大纲》)规定的各项要求进行命题.《数学考试大纲》是由教育部每年向社会颁布的指导考试的文件,它规定了考试性质、考试方法和考试时间、试卷种类以及各类试卷适用的招生专业、考试内容、考试要求、试卷结构(包括内容比例和题型比例)和样卷.考试大纲不仅规定了考什么,而且规定了怎么考.它是指导命题和考生复习的唯一依据.

考试大纲与教学大纲是有区别的,主要有以下两个方面,第一,教学大纲规定教学的内容,教学时数和教学的目标等,它是指导教学的文件;考试大纲规定考试内容,考试要求和内容比例,是指导考试的文件.第二,原则上考试内容不超过教学内容,但部分考试内容的能力要求要略高于教学要求.

按照考试大纲命题是指考查的内容不超过大纲所规定的范围,各科目在试卷中的占分比例、题型比例与大纲要求基本一致,试卷的难易度与样卷的难易度基本一致。

(二)重在考查能力.试题在考查数学的基本概念、基本方法和基本原理的基础上注重对考生的运算能力、抽象概括能力、逻辑思维能力、空间想象能力和综合运用所学知识解决实际问题能力的考查,特别是对考生综合能力、应用能力和建模能力等创新能力的考查。

(三)试卷设计要符合教育测量学要求

在命题之前,要严格按照考试大纲的要求编制命题双向细目表,以体现考试大纲对考试内容比例、题型比例、考试要求和内容覆盖面的要求.各类试题编制要符合该题型的编制原则,试题应有较大的章节内容覆盖面;试题难度范围控制在 $0.3\sim 0.8$ 之间;试题的区分度应控制在 0.3 以上,试卷份量以优秀水平的考生能在规定的时间内较从容地完成作答任务为宜,确保考试具有较高的信度和效度。

(四)试题编制要科学、公正、规范。

要求试题的编写在条件、结论、表述、论证等方面科学、严谨,没有任何错误;参考答案的解答过程科学、严谨、规范;评分标准科学、严谨;试题内容特别是应用题要考虑公正性的问题,不要出现对某专业的考生群体明显不利的试题。

二、题型及题型比例的要求

数学考试试题主要包括填空题、选择题、解答题(包括计算题、应用题)和证明题(包括判断题).其中填空题和选择题由于标准答案唯一或提供选择,评分时不存在主观性误差,故称为客观性试题,解答题和证明题称为主观性试题或自由反应题型,是由于该类题型要求考生根据题目给出的条件计算结果或论证,解答过程由考生提供,评分人根据考生作答情况相对于评分标准给分,存在一

定的主观性误差,故称为主观性试题.

1. 填空题

数学填空题通常是一个不完整的句子,要求考生填写一些关键性的内容,使之成为完整的句子,或一段话.数学填空题通常要求填写计算结果或主题中某个特定字母的数值.其特点是命题较容易,答案唯一,评分客观,但不易考查考生的思维过程和较高层次的能力.

数学试卷中一般要求有 5 个填空题,共 15 分.它们在试卷中所起的主要作用有四个方面,一是加大试卷的长度,增加考查内容的知识点,扩大考试内容的覆盖面,提高考试的内容效度;二是提高客观性试题的比例,减少评分误差,提高考试的信度;三是用其考查双向细目表中要求的部分较低层次的内容;四是有利于考生缓解考试的紧张心理,逐步进入答题状态,从而充分发挥水平,这也有利于提高考试的信度和效度.

数学填空题主要考查考生对数学的基本概念、定义、公式、基本定理、基本性质和基本方法的识记、理解、掌握和简单运用.同时,可以考查考生快捷、准确的运算能力和简单的推理能力.

数学填空题编制的基本要求:

(1) 无论是题干还是解题过程中所涉及的内容应是《考试大纲》中规定考查的内容,即内容不超纲.

(2) 要求填写的内容必须是关键性的.

(3) 所要求填写的空格一般放在题尾.

(4) 推导结果的过程步骤不宜过多,涉及的知识点不宜过杂,综合性不宜过强,难度不宜过大.一般要求考生运用基本概念、定义、性质和常用的计算方法和公式就能正确计算、推导或判断出结果.

(5) 不宜用填空题考查层次较高的证明推理能力,也不要考查含有较高能力因素的复杂计算题,以考查记忆、理解领会等较低能力为主.

(6) 填空题的答案必须是唯一的.

2. 选择题

选择题是标准化考试的一种主要题型,是客观性试题的一种.它由题干、若干备选项组成,符合题目要求的备选项称为正确选项,其余的称为干扰项.如果正确选项(标准答案)只含有一个备选项,则这类选择题称为单项选择题;如正确选项(标准答案)是由多个备选项构成,则称为多项选择题.目前,数学考试中应用的选择題均为四选一的单项选择题,即每题给出四个备选项,其中只有一个备选项是正确的或符合题目要求的,要求考生从中选出.

选择题理论上可以考核各层次的知识 and 能力,但实际上,选择题主要是用于考查低中层次的能力,即记忆、理解、分析比较等.在内容上重点考查基本知识、基本概念、基本原理和方法.数学选择题主要用于考查考生对数学基本概念、基本方法的掌握程度以及比较、判别能力.数学选择题还可以用于鉴别考生易于出现的方法和概念性的错误.它是数学中最难命制的一种题型.

数学选择题编制的基本要求:

(1) 数学选择题所考查的知识点应是大纲要求考查的重要概念,这些数学概念应是明确定义过的并且是考试大纲要求考查的.

(2) 数学选择题一般仅考查某个章节中的一个或相关的几个知识点.

(3) 一般不要把计算题改成选择题,即把计算题的结果改变一下形式成为若干备选项.但如果所给的每个干扰项是考生在某种典型错误解法下得出的结论,这样的有计算性质的选择题是可以出的.

(4) 题干中给出的条件对于问题解决必须是充分的.

(5) 备选项的长度、结构、语言表达要尽量一致;在各备选项中共同使用的文字或术语应反映在题干中.

(6) 备选项之间没有逻辑包含或排除关系,不要出现某个备选项正确,另一备选项必正确的情况.

例如：设随机变量 X, Y 独立同分布，记 $U = X - Y, V = X + Y$ ，则随机变量 U 和 V 必然

(A) 不独立

(B) 独立

(C) 相关系数不为零

(D) 相关系数为零

显然，(B)和(C)不能选，只需判断(A)和(D)哪一个正确即可。因为若(B)正确，则(D)一定正确，若(C)正确，(A)一定正确，这与题目要求只有一个是正确选项相矛盾。这样本题就称为一个是非题或二选一的选择題了。本题正确选项是(D)。

(7) 如以数值作为备选项，其数值顺序应按逻辑关系排列。

例如：设 $f(x) = 3x^2 + x^2|x|$ ，则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶导数 n 为

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(8) 每个干扰项的设置必须紧紧围绕题干中主考目标，有其各自的考查目的，而不能随意设置。干扰项应似是而非，应与正确选项在逻辑上与题干一致。

(9) 题干尽量少用否定式，题干和备选项中否定词应特别予以强调。强调的方式是在否定词的下面加上着重号。

例如：下列无穷级数中哪个不是绝对收敛的？

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^{3/2}}$

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+1}$

(D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \ln^2 n}$

(10) 试卷中正确选项的字母必须随机排列，避免因某些考生猜选某一项而得到太多的分数。

3. 解答题和证明题

解答题和证明题是数学考试的主要题型，一般由条件和结论两部分组成，要求考生根据条件计算出结果或推导出结论。解答题主要考查考生对数学的基本原理、方法、公式掌握和熟练运用的程

度,能有效地考查考生的数学运算能力、抽象概括能力、运用所学的知识解决实际问题的能力.证明题主要考查考生对数学主要定理、原理的理解和掌握的程度,能有效地考查考生的逻辑推理能力、空间想象能力.

4. 题型比例的要求

数学试卷设计要求:填空题和选择题各占 15%,解答和证明题占 70%.

三、考试内容比例和考试内容覆盖面的要求

考试内容规定试题涉及材料的范围,数学考试的各份试卷的考试内容一般都涉及几个数学学科,如数学一涉及高等数学、线性代数、概率论与数理统计.在每个学科中又包含若干章节.在考试大纲中应明确规定了各科内容在试卷中占分比例.

所谓考试内容覆盖面是指试题所考查的知识点占考试大纲要求考查的知识点比例.由于数学考试一般设计几个学科,涉及的知识点非常多,加之数学试题的特点,一份试卷中试题题量不可能过大,因此,若严格按上述定义计算,一般内容覆盖面不可能很大.这里主要是指章节内容覆盖面,即考试内容所涉及的章节占考试大纲规定考查的章节数之比.一般要求保证重点章节部分知识点被考查到,但作为研究生入学考试,注重考查能力,试题不追求面面俱到,节节有题.

四、试卷题量和分量的要求

题量,又叫试卷长度,是指试卷中所含大小试题的数量.理论上说,题量越大,考核的知识点越多,内容效度越高.但在规定的三个小时的考试时间里,题量不可能很大.题量的大小要根据组成试卷试题的难易程度、完成时间等因素确定.虽然如此,作为国家统考试卷一般要求每年的试卷题量相对稳定,根据多年命题经验,数学试卷的题量一般控制在 21~22 题为宜,其中选择题 5 题,填空