

中學算術教學法

(上 冊)

原著者 [蘇聯] 契契根

譯 者 王 明 德

上海大光明出版社出版

中學算術教學法

原著者 [蘇聯]契契根

譯者 王 明 德

上海大略出版社出版

中學算術教學法 (上冊) 25開 107千字 140用紙面

原 著 者 [蘇聯] 維·格·契契根

譯 者 王 明 德

出 版 者 大 路 出 版 社
發 行 者 上 海 虎 丘 路 128 號

印 刷 者 周 順 記 印 刷 所
上 海 惠 民 路 318 號

經 售 處 全 國 各 地 公 私 營 書 店

1954年1月初版(印數)0001—3000冊 定價: ¥8,500

譯 序

本書根據蘇聯契契根著的《算術教學法》一書譯出。原書於一九四九年由蘇聯教育出版社出版，並經蘇俄教育部審定為師範學校教學用書。

原書以理論密切聯繫實際的方式、兼顧科學的系統和教學的原則，論證了中學算術教學法的全部基本問題。在祖國號召我們學習蘇聯先進經驗，以便進一步改革教學內容和提高教學質量的今天，譯者譯出本書，希望能對讀者有所裨益。

為了適合我國的具體情況，譯者在校閱本書的過程中，作了個別必要的修改。懇請各地的讀者指正本書文中不妥之處，並希望能提供進一步修改的意見、以便今後幸能再版時加以更正。

譯者謹向任致琛，曹美珍等同志所給予的幫助和鼓勵致以謝意。

譯者

一九五三年七月於上海交通大學

原出版者的話

本書是供師範學校學生和中學教師作教學之用。本書探討算術中分數教學法的基本問題，其結構和敘述的特點如下：

1. 倍數並不作為一單獨的題目，而是與分數大小的比較，與分數的約分和通分直接聯繫起來研究。但是，很容易從全文中抽出倍數部份的全部材料而單獨進行講授。

2. 兩數的倍數關係，由一數除另一數所得的商而定，並把它與分數除法直接聯繫起來討論。

3. 把百分數看作是一種特殊的小數。

4. 本書討論了比例數之後，才在最末研究比例。

本書是以著者自己在中學講授時所得的直接經驗，領導師範學校學生的教學實習，研究師範大學剛畢業的青年教師的教學情況和優秀教師過去和現在領導學生進行教學實習中所得的某些經驗的綜合以及師範大學數學教授法講義的修訂為基礎。

十餘年前，在已故的門·克·格烈濱奇教授的倡導之下，已開始進行本書的綜合、整理和編著工作。格烈濱奇教授在編寫本書的工作中曾給與作者多方面的寶貴幫助。

作者向準備草稿付印的斯特拉基那托夫所作的巨大和精細工作表示衷心的謝意。

對於本書的意見和願望請寄：莫斯科清池塘大街六號，蘇聯教育部教育出版社數學編輯部

上 冊 目 錄

譯 序

原出版者的話

概 論

第一節	學校中的算術課	1
第二節	算術教學中使用的方式和方法	5
第三節	課堂教學是中學教學的基本形式	17
第四節	中學算術教學的一般組織	19

第一章 整數四則的複習課 25

第一節	整數的讀法和寫法	26
第二節	整數的加法	32
第三節	整數的減法	37
第四節	整數的乘法	43
第五節	整數的除法	52

第二章 普通分數 70

第一節	分數教學法的基本問題	70
第二節	與學習分數有關的新思想	79

第三章 把分數看作一個新的數來學習 81

第一節	分數的概念	81
第二節	分數的分類及其最初的同一變換	89
第三節	分數的比較	93

第四節	分數的基本特性	96
第五節	約分	102
第六節	倍數的特徵	105
第七節	已知數的約數	114
第八節	通分和求最小公倍數	122

概 論

第一節 學校中的算術課

I. 算術的教學計劃和教學大綱

算術按其比重來說是中學教學計劃中主要課程之一。小學一、二、四年級每週學習算術七小時，三年級為六小時，共計約 880 小時。中學五年級每週學七小時，六年級每週一小時，總計 260 小時。

中學的算術課程具有一定的內容：在最初的四年內，主要學習整數四則，名數；同樣的使學生認識最簡單的分數（在三年級）和小數（在四年級），五年級學習有系統的分數、小數和百分數；六年級的算術課則主要是解決與研究比例和比例數有關的一些問題。

算術教學大綱經常有着某些變更。但是，這些變更並不牽涉到算術課程的基本內容。（註一）

II. 一般數學教學的目的和其中算術教學的目的

一九三一年九月五日聯共（布）中央委員會關於學校的決定中指出中學的任務：“授予充分的普通知識並訓練……成為具有科學基本知識、懂得一定範圍的有系統的知識、和有文化水平的人。”一九三二年八月廿五日聯共（布）中央委員會關於小學和中學的另一個決議中指出：“無論是在理論方面或實際方面，學校都應使學生熟悉生產的各個主要部門。”

最後，聯共（布）黨綱中規定：“為了教育能最後建立共產主義的下一代”，學校必須是……思想組織和教育影響的傳導者。

（註一）見一九四七年數學雜誌“中學的教學大綱”。

從這三個文件中可以看出總的目的，這些目的在每個科目的前面，也在數學、特別是在算術的面前，提出了教學的目的、教育的（實際的）目的和教養的目的。

1. 教學的目的：首要的和最主要的目的即是給予學生一系列的具有一定和嚴格體系的數學概念和知識。

講授數學的過程中，應當教會學生徹底（按本字廣義而言）了解每一問題。辨別提出的是什麼問題，做什麼和應當怎樣去做。

中學的各個班級中都要學習數學。按教學計劃數學應佔很多的時數。學生亦應獲得很多的概念和知識，而這些概念和知識又應當具有一定的嚴格的體系。因此，在教學的過程中，應以適當的方式教會學生鑽研所獲得的知識。

這一切都應幫助發展和提高學生的正確和邏輯的思考能力。

2. 教育的（實際的）目的：研究數學的實際目的在於：

甲、教會學生應用所獲得的知識和熟練技巧去解決日常實際生活中各種不同的問題；

乙、教會學生了解周圍生活現象的數學本質。

3. 教養的目的；蘇聯教學法原則之一，即是要使得學校中的教學具有教養的目的。所以在進行數學教學時，學校應：

甲、培養對真理的尊重和發揮要求證明的習慣。

乙、發揮以批判的態度對待自己和他人議論的習慣。

丙、發揮想像力。

丁、發揮注意力。

戊、發揮在執行工作中的精確性。（註一）

除了一般的目的以外，還有着特殊的目的，這些特殊的目的決定了在同一教學計劃中，一定的教學階段內，進行各個獨立的數學科目——

（註一）見育格著“怎樣講授數學”（一九一六年俄文版）。

算術、代數、幾何和三角。這些特殊的目的通常在數學教學大綱的說明中敘述。

例如：在小學算術教學大綱的說明中指出：“算術教學應促進兒童邏輯思維的發展，善於確立數值之間的相互關係和善於作出正確的推理。”隨後又指出：“在學校中將近一半的算術課堂教學和家庭作業的時間，都應用來運算算術習題，善於運算算術習題，是算術普通教育意義重要組成部份之一。在運算算術習題時，發揮了學生的數學思維和他們的敏捷性”。(註一)

中學的算術教學大綱的說明中指出：“算術教學的目的，是教會學生自覺地、迅速地、確信地和最合理地進行整數和分數的運算，教會學生應用知識去解決問題和完成具有實際性意義的最簡單計算”。(註二)

除上述之外，還需加上兩個目的：

甲、引起對周圍世界現象數量方面的興趣；

乙、準備研究下一個數學部門。(註三)

的確，在講述算術時，首先須使學生對算術發生興趣。要使學生對數學發生興趣，那麼所學習的算術教材必須取材於解決周圍生活所發生的那些問題(當然是簡略和通俗的形式)。同時他們所獲得的知識和熟練技巧，又能迅速和直接地用來解決新的問題，這些新的問題的內容可能取材於其他的科目——地理、歷史、自然科學等。但須注意到，不是要使學生對問題的形式和具體的內容發生興趣，而是要對各種現象和事實的數量關係，對數值之間相互關係的解釋，對“數字世界中的巨人和矮子”(即無限大和無限小)和表示這些數字特徵的適當具體的概念發生興趣。

算術教學的目的。同樣是培養學生領會與研究其他科目，而首先是

(註一)見一九四七年“小學教學大綱”俄文版 24 頁。

(註二)見一九四七年俄文版數學雜誌第一頁“中學教學大綱”。

(註三)見育格著一九一六年出版“怎樣講授數學”俄文版第 229 頁。

代數、幾何、三角。算術指出在代數與其他科目中使用的運算法則和方法。同時，在學習其他科目，如物理、化學、生物和社會經濟學時，同樣也需要算術。

算術中首先區別自然數列有止境的和無止境的過程、除法無止境的過程、無窮小數。以上這一切，即組成數學思維的重要部份，並擴張着學生的眼界，在學習算術時，運用的算術符號雖然不多，但它和把若干數結合起來的算式已能使學生了解函數的相互關係（例如，當已知數變化時，運算的得數亦變化）。（註一）

III. 算術教學法的任務

對每一個獻身於教學工作的人提出首要和基本的要求，即是他必須熟悉自己的業務，現在這個要求已嫌太低。教學工作是需要積極和努力學習的事業，同時在教學工作中所有的時間需要不斷地練習（格爾巴爾特）。甚至最有天才的教師，正如最有才幹的藝術家一樣，不僅預先需要學習和指導，而且要進一步地提高和積極深入地鑽研自己的業務。每一種學科的教學法即是在學習心理學、普通教育學和教育史之後的一種指導。這種指導幫助將來要做教師和新任教師認識該學科的主要教學方法、教學方式和教學手段。有時甚至優秀的教師，當他在自己的教學工作中遇到意外的困難時，也要向教學法請教，正如向參考書請教一樣。

由此可知，算術教學法的基本任務，即是成為教師在學校中實際工作中的指南。這是一個實際的任務。解決這個任務即組成了算術教學法指南的基本內容。教學法主要解決這個問題——即是怎樣進行算術教學，也就是說，在進行算術教學時使用怎樣的方法、方式和手段。

由此可知，算術教學法的基本內容應由下列各項組成：

1. 在科學、心理學、教育學和教學法的基礎上，創造和研究數學

（註一）見一九一三年第二屆全俄數學教師代表大會的報告（夫拉索夫）（俄文版 26 頁）。

教學的方法、方式和手段；根據這些方法和方式來滿足下列要求，即使學生懂得所學的教材和自覺地用最少的必要的時間來掌握這些教材；

2. 創造和研究能發展與鞏固必要的熟練技巧的方法和手段；

3. 創造和研究使用已掌握的知識和所獲得的熟練技巧解決學校中和日常生活中的各種問題。

但這一切並不能完全包括算術教學法的全部內容，除上述關於應當怎樣教學之外，還出現這樣的問題：為什麼進行算術教學時要使用這些方式和方法？為什麼學習的教材要按照這樣的順序？為什麼要解決各種問題？即是算術教學法的第二個基本任務。所以，它也必須是本教學法概論的內容，而且也是學校算術課本中，每個單獨的較重要的题目的教學法概論的內容，這樣才能使未來的和新任的教師，對於教學法特殊的和實際的部份具有必要的瞭解。並幫助他們更自覺地對待各個教學法的細節，同時引起他們對整個教育過程發生更大的興趣。

最後，在算術教學法的任務中，還要加上兩個問題，應當講授些什麼？為什麼在教學計劃中包括這門課程？學校算術教學大綱和在前節中（教學的目的）已有這些問題的解答。

第二節 算術教學中使用的方式和方法

中學的數學教學，特別是算術教學是一個非常複雜的過程。甚至以一個題目來講一節算術課也是複雜和困難的事。教師在準備講一節課之前，便向自己提出了這樣的問題：1. 課題（明確的規定課題）；2. 需要怎樣的習題和例題；3. 得出必要結論所用的方法；4. 用怎樣的方式來講述課文；5. 上課時需要何種輔助的手段，以便學生容易懂得和瞭解教材；6. 怎樣建立、發揮和鞏固學生的實際熟練技巧。在教師多方面的準備工作中，第一個問題應從每個教師擬定的一定階段內（通常為1/4學年）的教學計劃中得到解決。第二個關於選擇習題和例題的問題

和第六的一個問題，都作為一個單獨的問題在本書後面詳細討論。這裏則預先比較詳細的討論第三、第四和第五三個問題。

用什麼方法來作出必要的結論呢？暫時把“方法”這個術語在哲學上的解釋放到一邊，僅談談在教授法中衆所週知的定義：方法——即是為了達到預定目的所預先規定的辦法，方法——即是按達到預定目的的方向而作出那些步驟的順序，有方法的行動——即是說有順序地行動：正確地佈置所使用的各種手段，適當而經濟地配合它們。

在數學教學的領域內，“方法”一詞的概念，是由歸納法和演繹法，分析和綜合與類比所組成。這是三組科學的方法。在數千年的過程中，利用這些方法，創造和發展了數學。同時這三種方法在中學的數學教學中，而特別是算術教學中得到應用。

I. 科學的方法

從數學史中可以明顯地看出，在數學本身發展的最初時期，數學主要是由歸納法而創造。學校中對算術的研究亦可看為是一種創造數學的過程，而後才研究其他很多的算術問題。假如不是研究全部問題，同樣可以用歸納法開始。

歸納法是由歸納 (ИНДУКЦИЯ) 二字而得名，在拉丁文中表示整理的意義。在邏輯學中，歸納即表示從特殊到普通的一種推理。在學校的應用中，這個方法的本質由下列各項組成：1. 學生獲得一系列的同一類型的習題或例題（如幾個分母同為 10 或同為 100 及其他等等的分數）；2. 這些分數顯露出它們共同的和本質上的特徵（第一組分數其分母都是 10，第二組分母為 $100 = 10 \times 10$ 和其他等等）。3. 它們構成了共同的結論（小數的定義）。再舉一個例來談談質數和合數的概念。教師給學生一系列的數字，並讓學生解決這些數字用那些數去除可以整除（利用大家都知道的倍數的基本特徵或直接除以 7、11、19 等數的方法）。學生做這個工作，並根據教師的提議將所有的數字分為三組：單位“1”

質數和合數，然後學生自己想出補充後面兩組的數字，而獲得怎樣的數叫質數，怎樣的數叫合數的定義。

這是一個相當困難的過程，同時學生和教師都必須特別注意。在所有的時間內教師都應指導這個工作；他給學生指出觀察的對象，集中他們的注意力到須要注意的特徵上。幫助他們區別出重要的特性和作出一般的結論，但這個困難可用所獲得的效果來補償。這些效果即是：1. 學生得了積極地參加每一階段的工作；2. 因此他們局部地和完整地懂工作的整個過程；3. 他們學會了分析工作（找出主要的特徵）；4. 學會了進行創造性的工作（自己想出適當的例題或習題）；5. 牢固地掌握了所學的材料。

但這僅是工作的一方面，所得出的共同結論或法則，學生立刻就會用來解決有關的問題。例如，在上述的例子中，利用歸納法得出了關於質數與合數的概念，這時，學生就能解決將每一個新的數列到質數組或合數組的問題（可用質數表或用直接去除的方法）。這個根據衆所週知的普遍概念引向特殊情況——該數——的過程，是另一個科學方法——演繹法最簡單的例子。以擴大的形式來看上述問題的運算，則可能是這樣：

1. 單位“1”祇能用單位“1”來除。所有的質數祇能用1來除，同時其中的每一個數“自己能除自己”。此外，所有的合數則可用其他的數來除。

2. 這樣的數與單位“1”不同，僅能用單位“1”來除和“自己能除自己”（或可用其他數來除）。

3. 因此該數為質數（或合數）。上面的這種討論即是演繹法推理的例子（從普遍到特殊），亦稱為三段論法。

演繹法在拉丁文中表示“引導”的意義（根據一般的概念引到特殊的場合）。由上述例子可很明顯地看出，學校的算術教學中可以採用而且必須採用演繹法。演繹法使用普通的結論和斷案而得出新的特殊的

場合。這些普遍結論和斷案可用上述歸納的方法預先求得，而在個別的情況下，教師把自己準備好的形式告訴學生或直接從教科書中拿出它們來。三段論法的這種演繹結論，對於五年級以及五年級以上的學生，是很難懂得的。所以在這種工作上，教師應給予學生全力的幫助：最初時期，教師祇要求學生有頭緒的表述每個個別的前提或個別的判斷。例如：怎樣的數稱為質數？該數可以被什麼數整除？可以把該數叫做什麼？在運算很多問題之後，學生逐漸地學會在最簡單的場合中使用完整的三段論法。

學校中，歸納法和演繹法不應相互對立起來運用，而應相互伴隨配合：學生用歸納的方法作出很多普遍的結論或一般的斷案。然後學生用演繹的方法又從普遍的結論和一般的斷案到特殊的場合。

這樣，藉助歸納和演繹法在學校的教學過程中得出了組成算術課基本內容的全部教材。

分析與綜合是在算術教學中使用的，而且是必須使用的另一組科學方法。

分析一詞來自希臘文。直譯起來即表示把物質的或邏輯的對象分割為其各組成部份……在邏輯學中，分析即是將概念、思想（判斷）或整個邏輯的觀念（判斷的總合）分解為概念或判斷的組成部份（註一）。分析即是指從不知（整體）到已知（整體的各個部份）的思維過程。

當學生計算一數是否可以被整除的問題時，他將該數分為兩個加數——一個百位數和一個十位與個位相連的數，百位數可以被4整除，然後再看第二個數，並確定是否可以被4整除，不同分母的分數在相加或相減時，學生應首先算出它們的公分母，因此，學生集中了自己的注意力到該分數的分母上，好像把分數拋到一邊，然後才詳細地注意到每個分母的結構（例如 $\frac{5}{12} \pm \frac{7}{24}$ ； $\frac{11}{12} \mp \frac{11}{18}$ 和其他等等）。祇有這樣做了以

（註一）見蘇聯大百科全書第二卷 583 頁。

後，學生才會發現使分數分母相等的最合理的方法。這一切，都是使用分析法最簡單的例子。在運算複雜的算術習題時，如果討論是從該題的主要問題開始（從未知到已知），有時也使用着分析法；這個工作的結果得出怎樣運算習題的計劃。在算術教學中分析法能使學生積極參加全班的工作，因此他們懂得工作的每一階段、工作的目的和意義。由於這種預先的分析，使他們學會了擬定自己的工作計劃。

同時，這個方法要求學生的精力和注意力集中。因此，學生很快的會感到疲乏，這種情形，教師在運用分析法時就必須考慮到。

綜合——也是來自希臘文，即是表示結合的意義（分散的部份結合為一整體）。從已知（整體部份）到未知（整體）的思維過程。稱為綜合。

學校裏的算術教學中，綜合、獲得了廣泛的應用。例如從已知的幾個數之和選擇其中的兩個數，而對這一對數提出適當的問題（利用已知數求未知數），這些複雜的算術題通常都用綜合法來運算。當預先藉助分析法作出算題的運算計劃後，亦以綜合的方式來講述算題的運算。

講述算術教科書中的教材（和其他數學教科書的教材一樣），幾乎總是具有綜合的形式。在全班級的工作中總括讀過的教材，正式的講解論證或理由，同樣也是以綜合法的方式來進行。

從表面上來看，這種方式的特點即是講述的流暢性、連貫性、邏輯的一貫性和嚴整性，它使學生養成聽取有連貫性的談話和閱讀課文的習慣，使他們自己獨立地覺察和明確各個單獨推理之間的聯繫。學生在回答功課時，他們自己就會盡力地以綜合的方式來敘述。

學校裏算術教學中使用綜合法亦有缺點的一面。學生祇是聽，不久之後他們就會失掉工作中的積極性（指本詞的一般意義而言），有時並忽略了各個單獨推論之間的聯繫，因此後來的講述他們就不會完全懂得。

在學校的教學中，祇要綜合法在一定的程度上以分析法為先決條件或伴隨着進行，那麼，綜合法的這些缺點可以在極大的程度上減少，

甚至完全消除。首先藉助分析法訂出工作計劃，然後再以綜合的敘述來完成計劃。

第三個科學的方法——類比，同樣在算術教學的過程中得到廣泛應用，類比、即是各個概念和對象的類似處。類比推理或類似推理即是探求表示概念和對象特徵的某些共同特性，例如，在運算同一類型的習題時，學生發現了這些具有不同具體內容習題的類似之處，這樣能幫助學生採用已知的方法來運算問題，如運算小數的法則與運算整數的法則相類似等等。

II. 算術教學的方法

在算術教學中無論使用何種方法，都具有下列兩種基本的方式：講述的方式——即教師敘述的方式，和對答的方式——即問答的方式。必須指出，在五、六年級算術教學大綱的內容中，有着不少的教材可以使用講述和敘述方式講授，例如，當學習教學大綱的某些問題時，如學習分數時，教師就可在課堂上講述一些關於古代埃及和波斯人所用的分數，關於零，即關於數字的一些歷史知識。在學習任何較大的題目之後，教師可以用敘述或講話的方式，將學生們已讀過的一些教材做一次綜合或概括，例如總括倍數的基本性質、總括通分的方法、總括比例除法和百分法的習題等。

在五、六年級中，這種算術課的講解不應超過 10—15 分鐘，以免同學們的注意力減低，同時，教師在敘述和講解時，應向學生提出問題，以便保持學生對所講敘的材料所發生的興趣和保持他們的注意力。教師在自己講解中，強調出最重要的地方。當教師在講解時，順便在黑板上寫出簡短而有一定順序的筆記，如提綱、結論的圖表（例如百分數計算法和比例除法等習題的圖表）、專有名詞、新的難字、年月日期等，學生必須將它們記到自己的筆記本中，這樣能使學生更鞏固和更明確的記牢所講授的材料。