《大学物理》习题解

河南省物理学会

《大学物理学》习题解

前　　言

为了配合使用由河南省物理学会主持编写的《大学物理学》教材，参加编写 该书的全体编辑，分工编写了习题解答。其中第十六章习题解答由郑浦同志编写。在此基础上，张延杰、刘士垒、李仑、郑浦等同志对全部习题解进行了校审和加工。由于时间仓促，加之编者水平有限，缺点、错误在所难免，欢迎使用本书的师生予以指正，使之渐趋完善。

本习题解向使用该教材的教师和缺乏辅导条件的有关人员发行。

编　者

1989年8月

目　　录

第一章习题解

1-1　解：(1)　$x=\frac{1}{3}t^3$　$y=\frac{2}{3}t^3+2$

由第一式解得 $t^3=3x$，代入第二式得轨道方程：

$$y=2x+2$$

此外，由

$$\begin{cases}\dot{x}=t^2\\ \dot{y}=2t^2\end{cases}\qquad \therefore v=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}=\sqrt{t^4+4t^4}$$

$$=\sqrt{5}\,t^2=2.24t^2$$

再由：

$$\begin{cases}\ddot{x}=2t\\ \ddot{y}=4t\end{cases}\qquad \therefore a=\sqrt{(\ddot{x})^2+(\ddot{y})^2}=\sqrt{4t^2+16t^2}$$

$$=\sqrt{20}\,t=4.49t$$

(2)

$$\begin{cases}x=2e^t-1 & (a)\\ y=2e^t+1 & (b)\end{cases}$$

(b)－(a) 得

$y-x=2$　　$y=x+2$　　(轨道方程)

$$\begin{cases}\dot{x}=2e^t\\ \dot{y}=2e^t\end{cases}\qquad v=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}=\sqrt{8}\,e^t=2.83e^t$$

$$\begin{cases}\ddot{x}=2e^t\\ \ddot{y}=2e^t\end{cases}\qquad a=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2}=\sqrt{8}\,e^t=2.83e^t$$

(3)　$x=a\cos\omega t$　　(a)

$y=b\sin\omega t$　　(b)

(a)与(b)式可重写为：

$$\begin{cases}\frac{x}{a}=\cos\omega t\\ \frac{y}{b}=\sin\omega t\end{cases}$$

将上二式分别平方后相加得轨道方程

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

为一椭圆，此外

$$\begin{cases}\dot{x}=-a\omega\sin\omega t\\ \dot{y}=b\omega\cos\omega t\end{cases}\qquad \therefore v=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}=\omega\sqrt{a^2\sin^2\omega t+b^2\cos^2\omega t}$$

再由：
$$\begin{cases}\ddot{x}=-a\omega^2\cos\omega t\\ \ddot{y}=-b\omega^2\sin\omega t\end{cases}$$

$$\therefore a=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2}=\omega^2\sqrt{a^2\cos^2\omega t+b^2\sin^2\omega t}$$

(4)
$$x=at \qquad (a)$$
$$y=b\sin at \qquad (b)$$

(a) 代入 (b) 得出轨迹方程

$$y=b\sin x$$

对(a)(b)求时间的一阶导数

$$\begin{cases}\dot{x}=a\\ \dot{y}=ab\cos at\end{cases} \qquad \therefore v=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}=a\sqrt{1+b^2\cos^2 at}$$

再分别对(a)(b)求对时间的二阶导数

$$\begin{cases}\ddot{x}=0\\ \ddot{y}=-a^2b\sin at\end{cases} \qquad \therefore a=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2}=a^2b\sin at$$

1-2　解：根据速度和加速度的定义

速度：　$v=\dot{x}=3t^2-6t-9$　　$m\cdot s^{-1}$

加速度：$a=\ddot{x}=6t-6$　　$m\cdot s^{-2}$

上面两式可改写为如下形式

$$v=3(t+1)(t-3) \qquad m\cdot s^{-1}$$
$$a=6(t-1) \qquad m\cdot s^{-2}$$

分析上面两式得：

$t<-1s$，　$v>0$，　沿 x 轴正方向运动．

$t=-1s$　　$v=0$，　$x_1=10m$．

$3s>t>-1s$．　$v<0$，　沿 x 轴负方向运动．

$t=3s$．　$v=0$　　$x_2=-22m$．

$t>3s$．　$v>0$　　沿 x 轴正方向运动．

总之，$t<-1s$，质点沿 x 轴正方向运动．

在 $t=-1s$ 和 $t=3s$ 的范围内沿 x 轴负方向运动，在 $t>3s$ 质点沿 x 轴正方向运动．

在 $t=-1s$ 和 $t=3s$ 时，速度为零。

此外，当：

$t<-1s$，$v>0$，$a<0$，为减速运动。

$-1s<t<1s$，$v<0$，$a<0$，为加速运动。

$t=1s$，$a=0$

$3s>t>1s$，$v<0$，$a>0$，为减速运动。

$t>3s$，$v>0$，$a>0$，为加速运动。

1-3　　答案为(4)

1-4

解 $\because \vec{r}(t)=2t\vec{i}-(19-2t^2)\vec{j}$

$\therefore$ (1) 质点在第二秒末的位置为

$$\vec{r}(2)=4\vec{i}-11\vec{j}$$

又 $\because \vec{r}(1)=2\vec{i}-17\vec{j}$

$$\therefore \overline{\vec{v}}=\frac{\vec{r}(2)-\vec{r}(1)}{2-1}=2\vec{i}+6\vec{j} \quad m\cdot s^{-1}$$

(2)
$$\vec{v}=\dot{\vec{r}}=2\vec{i}+4t\vec{j}$$
$$\vec{a}=\dot{\vec{v}}=4\vec{j}$$

$t=2s$ 时

$$\vec{v}=2\vec{i}+8\vec{j} \quad m\cdot s^{-1}$$
$$\vec{a}=4\vec{j} \quad m\cdot s^{-2}$$

(3) $\because$
$$\begin{cases} x=2t \\ y=2t^2-19 \end{cases}$$

消去 t 得轨道方程为

$$2y-x^2+38=0$$

1-5

解 $\because l^2=h^2+s^2$

$$2l\dot{l}=2s\dot{s}$$

又 $\because \dot{l}=-v_0 \quad \dot{s}=-v$

$$\therefore\ v = -\dot{s} = -\frac{l}{s}\dot{l}$$

$$= \frac{l v_0}{s} = \frac{v_0\sqrt{s^2+h^2}}{s}$$

$$a = \dot{v} = \frac{s\dot{l} - l\dot{s}}{s^2} v_0 = \frac{-s v_0 + l v}{s^2} v_0$$

$$= \frac{-s v_0 + \frac{l}{s} v_0 \sqrt{s^2+h^2}}{s^2} v_0$$

$$= \frac{-s^2 v_0 + v_0(s^2+h^2)}{s^3} v_0 = \frac{h^2 v_0^2}{s^3}$$

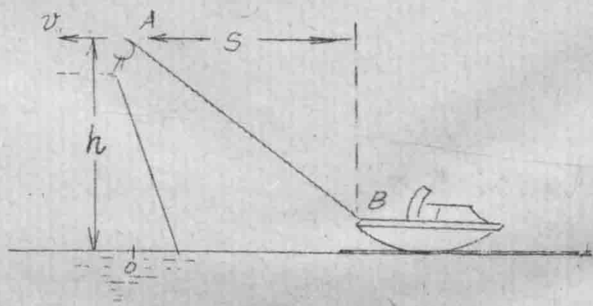


图1-24

1-6 解 图中 $\theta = wt$ $\overline{PO} = \widehat{PB} = R\theta$

$\therefore$ (a) $x = R\theta - R\sin\theta = R(\theta - \sin\theta)$

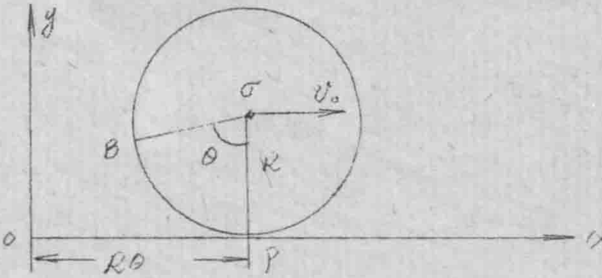
或 $x = R(wt - \sin wt)$

$y = R - R\cos\theta$

或 $y = R(1-\cos wt)$

(b) $\begin{cases} \dot{x} = R(w - w\cos wt) = Rw(1-\cos wt) = wy \\ \dot{y} = Rw\sin wt \end{cases}$

$\begin{cases} \ddot{x} = Rw^2 \sin wt \\ \ddot{y} = Rw^2 \cos wt \end{cases}$



1-7 解：设如图所示

$$\theta = wt \qquad r = vt$$

$$\therefore \begin{cases} x = r\cos\theta = vt\cos wt \\ y = r\sin\theta = vt\sin wt \end{cases}$$

$$\dot{x} = v\cos wt - vwt\sin wt = v(\cos wt - wt\sin wt)$$

$$\dot{y} = v\sin wt + vwt\cos wt = v(\sin wt + wt\cos wt)$$

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = v\sqrt{1 + w^2t^2}$$

与x轴的夹角为

$$\theta = tg^{-1}\frac{v_y}{v_x} = tg^{-1}\frac{\sin wt + wt\cos wt}{\cos wt - wt\sin wt}$$

$$= tg^{-1}\frac{tg\,wt + wt}{1 - wt\,tg\,wt}.$$

1—8 解 ∵ $x = l\cos\theta \quad y = l\sin\theta$

$\therefore x^2 + y^2 = l^2$ 为一圆

1—9 解 设A点的坐标为 $(x_A, 0)$

$$tg\varphi = \frac{l}{x_A}$$

$$\therefore x_A = l\,ctg\varphi \qquad \dot{x}_A = l(-\csc^2\varphi)\dot{\varphi}$$

而 $\dot{x}_A = v_0$

$$\therefore \quad \dot{\varphi} = -\frac{v_0\sin^2\varphi}{l} \qquad (1)$$

设M点的坐标为 (x, y)

$$\begin{cases} x = l\,ctg\varphi - l\cos\varphi & (2) \\ y = l\sin\varphi & (3) \end{cases}$$

由(3)得 $\sin\varphi = \frac{s}{l}$

$$\therefore \cos\varphi = \frac{\sqrt{l^2 - s^2}}{l} \qquad ctg\varphi = \frac{\sqrt{l^2 - y^2}}{y}$$

代入(2)得轨迹方程

$$x = \frac{l\sqrt{l^2-y^2}}{y} - \sqrt{l^2-y^2} = \sqrt{l^2-y^2}\left(\frac{l-y}{y}\right)$$

$$\therefore \quad xy = (l-y)\sqrt{l^2-y^2}$$

或

$$x^2y^2 = (l-y)^2(l^2-y^2) = (l-y)^3(l+y)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = (-l\cos^2\varphi + l\sin\varphi)\dot{\varphi} \\ \dot{y} = l\cos\varphi \cdot \dot{\varphi} \end{cases}$$

将(1)式代入上式得

$$\begin{cases} \dot{x} = v_0(1-\sin^3\varphi) \\ \dot{y} = -v_0\cos\varphi\sin^2\varphi \end{cases}$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2} = v_0\sqrt{\cos^2\varphi\sin^4\varphi + 1 + \sin^6\varphi - 2\sin^3\varphi}$$

$$= v_0\sqrt{\sin^4\varphi + 1 - 2\sin^3\varphi}$$

1-10 解 $\because a = 2+6x^2$ 而 $a = \frac{vdv}{dx}$

$$\therefore vdv = (2+6x^2)dx$$

积分上 式得

$$\frac{1}{2}v^2 = 2x + 2x^3 + c$$

当 $x=0$ 时 $v = 10\ ms^{-1}$ $\therefore C = 50$

代入上式得

$$v^2 = 4x + 4x^3 + 100$$

$$v = 2\sqrt{x+x^3+25} \quad (ms^{-1})$$

1—11 解 $\because a = 4+3t$ 而 $a = \frac{dv}{dt}$

$$\therefore dv = (4+3t)dt$$

积分上式得

$$v = 4t + \frac{3}{2}t^2 + c_1$$

因 $t=0$ 时，$v=0$， $\therefore c_1 = 0$

代入上式得

$$v = 4t + \frac{3}{2}t^2 \qquad (1)$$

而 $v = \frac{dx}{dt}$ $\therefore dx = (4t + \frac{3}{2}t^2)dt$

积分上式得 $$x=2t^2+\frac{1}{2}t^3+C_2$$

因 $t=0$ 时 $x=5m$ $\therefore C_2=5m$

代入上式得

$$x=2t^2+\frac{1}{2}t^3+5 \qquad (2)$$

当 $t=10\,s$ 时 $x=705\,m$ $v=190\,m\cdot s^{-1}$

1—12 解 $\because a=32-4v$

(1) $a=\frac{dv}{dt}$ $\therefore \frac{dv}{32-4v}=dt$

积分上式得

$$-\frac{1}{4}\ln(32-4v)=t+C_1$$

当 $t=0$ 时 $v=4ms^{-1}$ $\therefore C_1=-\frac{1}{4}\ln 16$

$\therefore$ $\ln\frac{16}{32-4v}=4t$ $\frac{8-v}{4}=e^{-4t}$

$$\therefore v=4(2-e^{-4t}) \qquad (1)$$

(2) $\because v=\frac{dx}{dt}$ 代入(1)得

$$dx=4(2-e^{-4t})dt$$

积分上式得

$$x=4(2t+\frac{1}{4}e^{-4t})+C_2$$
$$=8t+e^{-4t}+C_2$$

当 $t=0$ 时 $x=0$ $\therefore C_2=-1$

代入上式得

$$x=8t+e^{-4t}-1$$

(3) 由 $a=\frac{vdv}{dx}$ 而 $a=32-4v$

$$\therefore \frac{vdv}{4(8-v)}=dx$$

即

$$-(1-\frac{8}{8-v})dv=4dx$$

积分上式得

$$\int_4^v(1-\frac{8}{8-v})dv=-4\int_0^x dx$$

$$v+8\ln(8-v)\Big|_4^v=-4x\Big|_0^x$$

$$v+8\ln(8-v)-4-8\ln 4=-4x$$

$$x=\frac{1}{4}\left(8\ln\frac{4}{8-v}+4-v\right)$$

或

$$x=2\ln\frac{4}{8-v}+1-\frac{v}{4}$$

1-13 解. 以地面为原点，向上为x轴正方向，

则 $t=0$ 时，$x=x_0=100m$，$v_0=98\ ms^{-1}$

加速度 $a=-g=-9.8\ ms^{-2}$

$$\therefore\quad S-S_0=v_0t-\frac{1}{2}gt^2 \qquad (1)$$

$$v=v_0-gt \qquad (2)$$

或写为

$$S-100=98t-4.9t^2 \qquad (1)'$$

$$v=98-9.8t \qquad (2)'$$

(1) 最大高度

因最大高度时 $\frac{dx}{dt}=0$ 即 $v=0$

当 $v=0$ 时，由(2)′得 $t=10S$

代入(1)′得

$$S=590\ m$$

(2) 子弹落地前经历的时间

子弹落地时 $S=0$

故(1)′写为 $4.9t^2-98t-100=0$

解得 $t=-0.97\ S$ 或 $20.97S$

负根与题意不符，应舍去，故

$$t=20.97S$$

(3) 子弹落地时的速度

将上面求得的t值代入(2)′得

$$v=98-9.8\times 20.97=-107.5\ ms^{-1}$$

速度大小为 $107.5\ ms^{-1}$ 方向向下（负号表示方向与所设正方向相反）。

1—14 解：$\theta = 2+3t^3$ rad $R = 1$ m

(1) $\dot{\theta} = 9t^2 \qquad \ddot{\theta} = 18t$

$a_\tau = R\ddot{\theta} = 1\times18t = 18t \ (ms^{-2})$

$a_n = R\dot{\theta}^2 = 1\times(9t^2)^2 = 81t^4 \ (ms^{-2})$

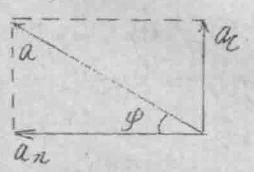
$t = 2s$时 $\quad a_\tau = 36\,ms^{-2}$

$\qquad a_n = 1296\,ms^{-2}$

(2) 设加速度与半径的夹角为φ，则

$$tg\varphi = \frac{a_\tau}{a_n} = \frac{18t}{81t^4} = \frac{2}{9t^3}$$

当 $\varphi = 45°$时 $tg\varphi = 1$



∴ $9t^3 = 2$

即 $t^3 = \frac{2}{9}$

而 $\theta = 2+3t^3$

∴ $\theta = 2+3\times\frac{2}{9} = 2\frac{2}{3} = 2.67$ (rad)

1-15 解 已知半径R $\quad S = v_0t - \frac{1}{2}bt^2$

(1) t时刻质点的加速度

$v = \dot{s} = v_0 - bt$

$a_\tau = \frac{dv}{dt} = -b \qquad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0-bt)^2}{R}$

∴ $a = \sqrt{b^2 + \frac{(v_0-bt)^4}{R^2}}$

加速度与半径的夹角φ符合

$$tg\varphi = \frac{a_\tau}{a_n} = \frac{(v_0-bt)^2}{-bR}$$

(2) ∵ $a = b$

∴ $b^2 + \frac{(v_0-bt)^4}{R^2} = b^2$

$(v_0-bt)^2 = 0$

$bt = v_0$

故 $t = \frac{v_0}{b}$

1-16 解 以石块抛出地点为原点，石块抛出方向的水平方向为x轴正方向，向上为y轴正方向（如图），则

$$\begin{cases} x = v_0 t \cos\theta & (1) \\ y = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2 & (2) \end{cases}$$

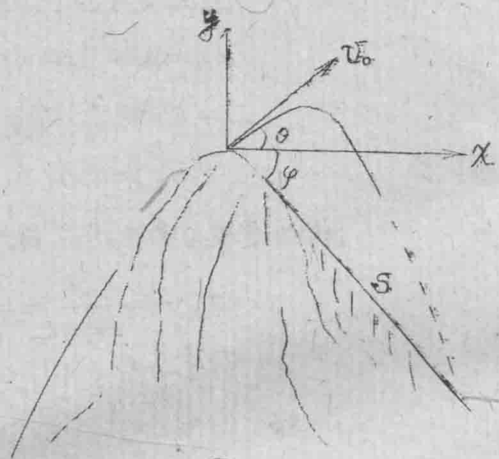


图1-29

设石块落地点至抛石点间的离为S 则

$$\begin{cases} x = S\cos\varphi \\ y = -S\sin\varphi \end{cases}$$

将上二式代入(1) (2)得

$$S\cos\varphi = v_0 t \cos\theta \qquad (3)$$

$$S\sin\varphi = \frac{1}{2} g t^2 - v_0 t \sin\theta \qquad (4)$$

由(3)得

$$t = \frac{S\cos\varphi}{v_0\cos\theta} \qquad (5)$$

(5)代入(4)得

$$S = \frac{2v_0^2 \cos\theta \sin(\varphi+\theta)}{g\cos^2\varphi}$$

$$\frac{dS}{d\theta} = \frac{2v_0^2}{g\cos^2\varphi}\left[\cos\theta\cos(\varphi+\theta) - \sin\theta\sin(\varphi+\theta)\right]$$

$$= \frac{2v_0^2}{g\cos^2\varphi}\cos(\varphi+2\theta)$$

令 $\frac{dS}{d\theta} = 0$ $\quad \therefore \cos(\varphi+2\theta) = 0$

$$\therefore \varphi + 2\theta = \frac{\pi}{2}$$

故 $\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$

1-17 解 选立坐标系如图

而易该抛出球的最大高度为

$$H - h = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$\therefore \quad v_0^2 \sin^2\theta = 2g(H-h)$$

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{2g(H-h)}}{v_0}$$

$$\therefore \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{v_0^2 - 2g(H-h)}}{v_0}$$

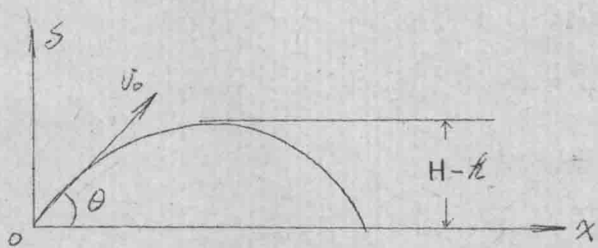
射程

$$x = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

而

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = \frac{2\sqrt{2g(H-h)[v_0^2 - 2g(H-h)]}}{v_0^2}$$

$$\therefore \quad x = \frac{2\sqrt{2g(H-h)(v_0^2 - 2g(H-h))}}{g}$$



1—18 解 因为物体抛出后t时刻的高度为

$$y = v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

所以有

$$\frac{1}{2} g t^2 - v_0 \sin\theta \cdot t + y_A = 0$$

解得

$$t = \frac{v_0 \sin\theta \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2\theta - 2g y_A}}{g}$$

$$\therefore \quad T_A = t_2 - t_1$$

$$= \frac{v_0 \sin\theta + \sqrt{v_0^2 \sin^2\theta - 2g y_A}}{g} - \frac{v_0 \sin\theta - \sqrt{v_0^2 \sin^2\theta - 2g y_A}}{g}$$

$$= \frac{2\sqrt{v_0^2 \sin^2\theta - 2g y_A}}{g}$$

同理

$$T_B = \frac{2\sqrt{v_0^2 \sin^2\theta - 2g y_B}}{g}$$

$$\therefore T_A^2 - T_B^2 = \frac{4(v_0^2\sin^2\theta - 2gy_A)}{g^2} - \frac{4(v_0^2\sin^2\theta - 2gy_B)}{g^2}$$

$$= \frac{8g(y_B - y_A)}{g^2} = \frac{8h}{g} \qquad (式中 h = y_B - y_A)$$

故 $\quad g = \dfrac{8h}{T_A^2 - T_B^2}$

1-19 解 艇相对船的速度为

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$v_{21} = \sqrt{v_2^2 + v_1^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\ (km \cdot hr^{-1})$$

方向北偏西 θ 角为

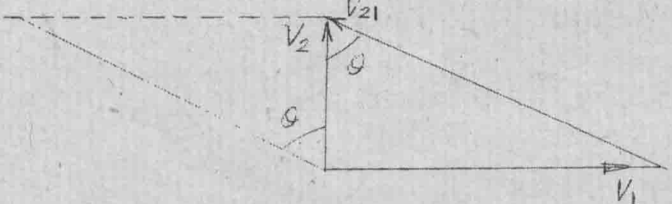
$$\theta = tg^{-1}\frac{v_1}{v_2} = tg^{-1}\frac{3}{4} = 36.87^\circ$$

船相对艇的速度为

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \qquad v_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 50\ km \cdot hr^{-1}$$

方向南偏东 θ 角为

$$\theta = tg^{-1}\frac{v_1}{v_2} = 36.87^\circ$$



1-20 解 以地为静止参照系

船为活动参照系.

已知雨点对地的速率 $v = 2ms^{-1}$, 其方向与铅垂线向船前偏 θ_1 角. 船航行时雨点相对船的速率设为 v_r, 方向与铅垂线向船后偏 θ_2 角. 牵连速度等于船相对地的航行速度 $\vec{v}_e$ 为水平向前.

根据速度合成定理

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

$$\therefore \begin{cases} v\cos\theta_1 = v_r\cos\theta_2 & (1) \\ v\sin\theta_1 + v_r\sin\theta_2 = v_c & (2) \end{cases}$$

又∵ $\cos\theta_1 = \frac{4}{5}$ $\quad\quad \sin\theta_1 = \frac{3}{5}$

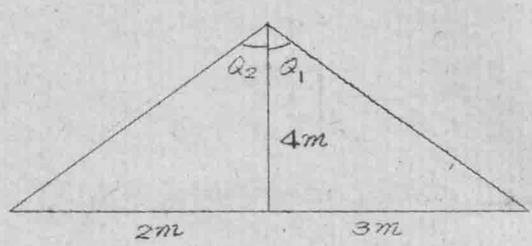
$\cos\theta_2 = \frac{4}{\sqrt{20}}$ $\quad\quad \sin\theta_2 = \frac{2}{\sqrt{20}}$

由(1)得

$$v_r = \frac{v\cos\theta_1}{\cos\theta_2} = \frac{8\times\frac{4}{5}}{\frac{4}{\sqrt{20}}} = \frac{8\sqrt{20}}{5}$$

由(2)得

$$v_c = 8\times\frac{3}{5} + \frac{8\sqrt{20}}{5}\times\frac{2}{\sqrt{20}} = \frac{24+16}{5} = 8(m\,s^{-1})$$



第二章 习题解

2—1 填空：

(1)（沿半径指向转轴）

(2)（密度）

设地球质量为M，密度为ρ，半径为R，由万有引力定律得

$$m\frac{v^2}{R}=G\frac{Mm}{R^2}\qquad v^2=\frac{GM}{R}$$

式中m为卫星质量，v为运行的速率，而运行周期T则为

$$T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{GM}{R}}}=2\pi\sqrt{R^3/GM}$$

然而 $M/\frac{4}{3}\pi R^3=\rho$ $\qquad\therefore R^3=M/\frac{4}{3}\pi\rho$

故 $T=2\pi\sqrt{\frac{M}{\frac{4}{3}\pi\rho GM}}=\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$

式中G为普适恒量，故如T相同，则密度相同。

(3)（$P_1=2P$）

设物体静止地悬挂在弹簧秤上时，弹簧伸长Δl，而$\Delta l=\frac{P}{k}=\frac{mg}{k}\cdots$ (1)

式中k为弹簧（秤）的倔强系数，m为物体的质量。再令弹簧为原长时重力势能为零，弹性势能为零。当挂上重物后下落$\Delta l'$，则根据机械能守恒原理得

$$0=-mg\Delta l'+\frac{1}{2}k\Delta l'^2=-mg\Delta l'+\frac{1}{2}\frac{mg}{\Delta l}\Delta l'^2$$

$\therefore\qquad \Delta l'=2\Delta l$

则 $\qquad P_1=2P$

(4)（直）

如图．A．B两质量皆为m，由题设$v_{20}=0$，并根据动量守恒定律，得到

$$mv_{10}=mv_1\sin\theta_1+mv_2\cos\theta_2\cdots(1)$$