

经全国中小学教材审定委员会
2003年审查通过

全日制普通高级中学教科书（必修）

数学

第二册（下A）

人民教育出版社中学数学室 编著



SHUXUE

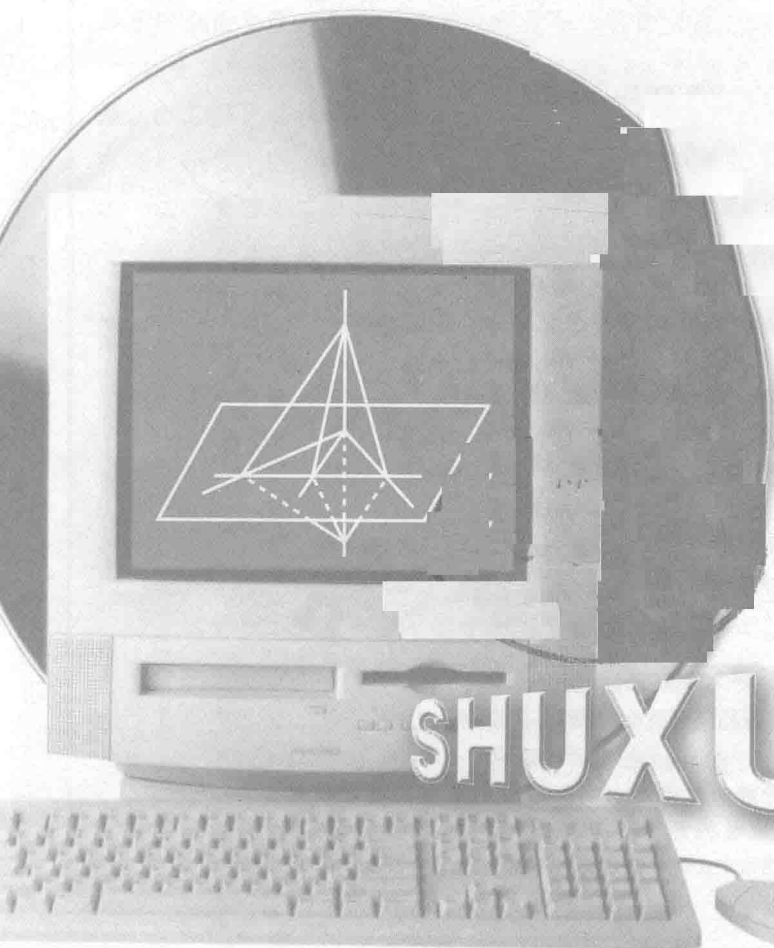
人民教育出版社

全日制普通高级中学教科书（必修）

数学

第二册（下A）

人民教育出版社中学数学室 编著



SHUXUE

人民教育出版社

全日制普通高级中学教科书(必修)

数 学

第二册(下A)

人民教育出版社中学数学室 编著

*

人民教育出版社出版

(北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼 邮编:100081)

网址:<http://www.pep.com.cn>

河南出版集团重印

河南省新华书店发行

驻马店市东衡印刷公司印装

开本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 10.75 字数 180 000

2006 年 6 月第 2 版 2006 年 12 月第 1 次印刷

印数:1 - 110 000

ISBN 7-107-19615-4

G·12665(课) 定价:7.64 元

本书定价经豫发改收费[2006]632 号文批准。

全国举报电话:12358

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究
如发现印、装质量问题,影响阅读,请与印厂联系调换。
印厂地址:驻马店市十三香路中段 邮编:463000 电话:(0396)2615308

说 明

《全日制普通高级中学教科书·数学》是根据教育部 2002 年颁布的《全日制普通高级中学课程计划》和《全日制普通高级中学数学教学大纲》，在《全日制普通高级中学教科书（试验修订本）·数学》的基础上修订而成的。此次修订的指导思想是：遵循“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”的战略思想，贯彻教育必须为社会主义现代化建设服务，必须与生产劳动相结合，培养德、智、体、美全面发展的社会主义事业的建设者和接班人的方针，以全面推进素质教育为宗旨，全面提高普通高中教育质量。

普通高中教育，是与九年义务教育相衔接的高一层次的基础教育。高中教材的编写，旨在进一步提高学生的思想道德品质、文化科学知识、审美情趣和身体心理素质，培养学生的创新精神、实践能力、终身学习的能力和适应社会生活的能力，促进学生的全面发展，为高一级学校和社会输送素质良好的合格的毕业生。

《全日制普通高级中学教科书·数学》（以下简称《数学》）包括三册，其中第一册、第二册是必修课本，分别在高一、高二学习，每周 4 课时；第三册是选修课本，在高三学习，它又分为选修 I 和选修 II 两种，每周分别为 2 课时和 4 课时。

这套书的第二册又分为上、下两个分册，分别供高二上、下两个学期使用。本书是《数学》第二册（下 A），内容包括直线、平面、简单几何体（根据大纲“教学内容和教学要求”中的 9（A）部分编写），排列、组合和二项式定理，概率三章，供高二下学期使用。

全套书在体例上有下列特点：

1. 每章均配有章头图和引言，作为全章内容的导入，初步了解学习这一章的必要性。

2. 书中习题共分三类：练习、习题、复习参考题。

练习 以复习相应小节的教学内容为主，供课堂练习用。

习题 每小节后一般配有习题，供课内、外作业选用，少数标有 * 号的题在难度上略有提高，仅供学有余力的学生选用。

复习参考题 每章最后配有复习参考题，分 A、B 两组，A 组题是属于基本要求范围的，供复习全章使用；B 组题带有一定的灵活性，难度上略有提高，仅供学有余力的学生选用。

3. 每章在内容后面均安排有小结与复习, 包括内容提要、学习要求和需要注意的问题、参考例题三部分, 供复习全章时参考.

4. 每章附有一至两篇不作教学要求的阅读材料, 供学生课外阅读, 借以扩大知识面、激发学习兴趣、培养应用数学的意识.

本套书由人民教育出版社中学数学室编写, 其中《数学》第二册(下A)原试验本由田载今、薛彬主持编写, 参加编写的有: 田载今、饶汉昌等, 责任编辑为蔡上鹤、康合太、李海东, 审稿为方明一.

《数学》第二册(下A)原试验本在编写过程中蒙孔令颐、吴之季、刘玉翘、陈捷、朱长盛、戴佳珉等同志提出宝贵意见, 在此表示衷心感谢.

参加本次修订的有: 田载今、左怀玲等, 责任编辑为李海东.

本书经全国中小学教材审定委员会 2003 年审查通过.

人民教育出版社中学数学室

2004 年 6 月

目 录

第九章 直线、平面、简单几何体

一 空间直线和平面

9.1 平面	4
9.2 空间直线	9
9.3 直线与平面平行的判定和性质	18
9.4 直线与平面垂直的判定和性质	23
9.5 两个平面平行的判定和性质	34
9.6 两个平面垂直的判定和性质	39

二 简单几何体

9.7 棱柱	47
9.8 棱锥	53
阅读材料 柱体和锥体的体积	60
研究性学习课题：多面体欧拉定理的发现	63
阅读材料 欧拉公式和正多面体的种类	68
9.9 球	70
小结与复习	78
复习参考题九	85

第十章 排列、组合和二项式定理

10.1 分类计数原理与分步计数原理	90
10.2 排列	94
10.3 组合	103
阅读材料 从集合的角度看排列与组合	113

10.4 二项式定理	115
小结与复习	123
复习参考题十	126

第十一章 概 率

11.1 随机事件的概率	132
11.2 互斥事件有一个发生的概率	142
11.3 相互独立事件同时发生的概率	146
阅读材料 抽签有先有后, 对各人公平吗?	155
小结与复习	157
复习参考题十一	160

附 录 部分中英文词汇对照表	162
----------------------	-----

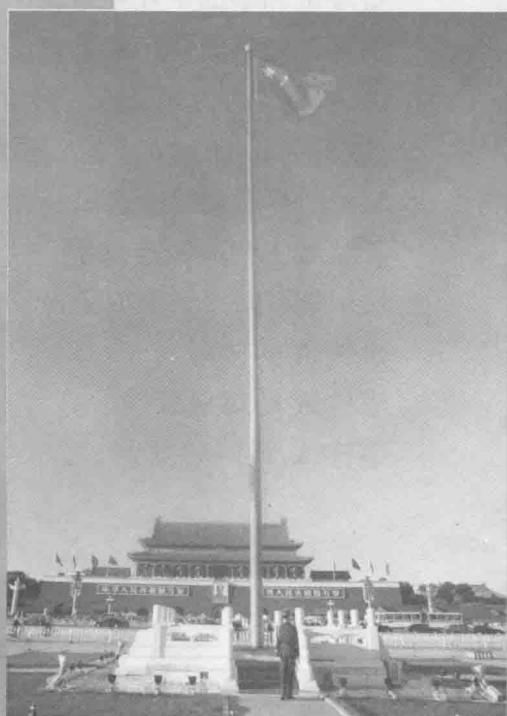
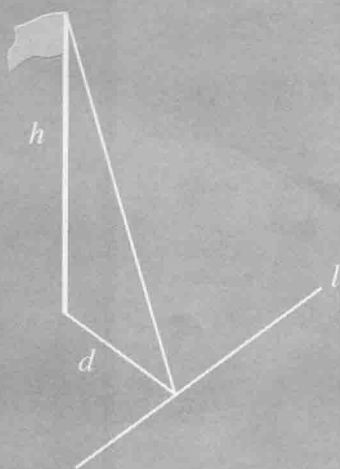


本书部分常用符号

$A \in a$	点 A 在直线 a 上
$A \notin a$	点 A 不在直线 a 上
$A \in \alpha$	点 A 在平面 α 内
$A \notin \alpha$	点 A 在平面 α 外
$\alpha \cap \beta = a$	平面 α 和平面 β 的交线是 a
$a \subset \alpha$ 或 $a \subseteq \alpha$	直线 a 在平面 α 内
$a \not\subset \alpha$ 或 $a \not\subseteq \alpha$	直线 a 不在平面 α 内
$a \cap b = A$	直线 a 和直线 b 相交于点 A
$a \cap \alpha = A$	直线 a 和平面 α 相交于点 A
$a // \alpha$	直线 a 和平面 α 互相平行
$\alpha // \beta$	平面 α 和平面 β 互相平行
$a \perp \alpha$	直线 a 和平面 α 互相垂直
$\alpha \perp \beta$	平面 α 和平面 β 互相垂直
$\alpha - AB - \beta$ (或 $\alpha - a - \beta$)	棱为 AB , 面为 α, β 的二面角 (或棱为 a , 面为 α, β 的二面角)
A_n^m	从 n 个不同元素中取出 m 个元素的排列数
$n!$	正整数 1 到 n 的连乘积
C_n^m	从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数
$P(A)$	事件 A 的概率
$\bar{A}$	事件 A 的对立事件
$A \cdot B$	事件 A, B 同时发生

第九章 直线、平面、简单几何体

- 9.1 平面
- 9.2 空间直线
- 9.3 直线与平面平行的判定和性质
- 9.4 直线与平面垂直的判定和性质
- 9.5 两个平面平行的判定和性质
- 9.6 两个平面垂直的判定和性质
- 9.7 棱柱
- 9.8 棱锥
- 研究性学习课题：多面体欧拉定理的发现
- 9.9 球



人们在研究物体的形状、大小和位置关系时，认识了各种各样的几何图形，例如线段、三角形、圆、长方体、球等。在初中几何里，我们已经研究过一些几何图形，并且认识到几何图形都可以看作点的集合。

空间中的一些点组成线和面，这些点、线、面构成空间中的几何图形，可以说空间图形是空间中一些点的集合。组成空间图形的点可以都在同一平面内，也可以不都在同一个平面内。像线段、三角形、圆等图形那样，各点都在同一个平面内的图形是平面图形。像长方体、球等图形那样，各点不都在同一个平面内的图形是立体图形。初中几何主要研究平面图形，也涉及一些简单的立体图形。平面图形和立体图形都是空间图形。

土木建筑、机械设计、航行测绘等大量的实际问题，都要涉及对立体图形的研究。例如，左页图中的旗杆垂直立在地平面上，旗杆与地平面内的直线存在什么样的位置关系？竖立旗杆时怎样才能保证它垂直立于地平面上？如果旗杆的高度为 h ，旗杆底端与地平面内某条直线 l 间的距离为 d ，那么旗杆顶端到 l 的距离是多少？要解决这类问题，就要用到有关立体图形的知识。

研究立体图形，一方面要注意立体图形问题与平面图形问题的区别，考虑问题时要着眼于整个空间，而不能局限于一个平面；另一方面要注意立体图形与平面图形的联系，立体图形中有些点在同一平面内，对平面图形的研究是讨论立体图形的基础，立体图形的问题常常转化为平面图形的问题来解决。

学习关于立体图形的知识，需要空间想象力，即对于几何图形的形状、大小、位置关系及其运动变化的认识与处理的能力。

本章将在初中几何知识的基础上，进一步研究有关立体图形的基础知识，研究对象主要包括最基本的立体图形——空间的直线、平面和简单几何体，研究内容主要是这些对象的几何性质、位置关系的判定、画法、度量计算以及相关的应用等。



一 空间直线和平面

9.1 平面

1. 平面

常见的桌面、黑板面、平静的水面等，都给我们以平面的形象. 几何里所说的平面，就是从这样的一些物体中抽象出来的. 但是，几何里的平面是无限延展的.

直线也是无限延伸的. 通常我们画出直线的一部分来表示直线. 同样地，我们也可以画出平面的一部分来表示平面. 当我们从适当的角度和距离观察桌面或黑板面时，感到它们都很像平行四边形. 因此，通常画平行四边形来表示平面（图 9-1）. 当平面是水平放置的时候，通常把平行四边形的锐角画成 45° ，横边画成邻边的 2 倍长. 当一个平面的一部分被另一个平面遮住时，应把被遮部分的线段画成虚线或不画（图 9-2）. 这样，看起来立体感强一些.

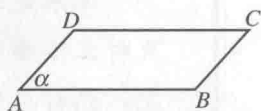


图 9-1

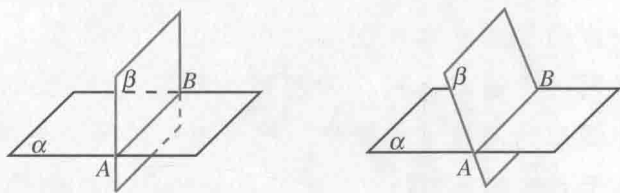


图 9-2

平面通常用一个希腊字母 α 、 β 、 γ 等来表示，如平面 α 、平面 β 、平面 γ 等，也可以用表示平行四边形的两个相对顶点的字母来表示，如平面 AC （图 9-1）.

平面内有无数个点，平面可以认为是由它内部的所有的点组成的点集，其中每个点都是它的元素. 点 A 在平面 α 内，记作 $A \in \alpha$ ；点 B 在平面 α 外，记作 $B \notin \alpha$ （图 9-3）.

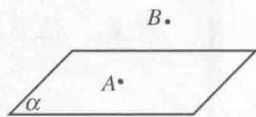


图 9-3



2. 平面的基本性质

在生产与生活中,人们经过长期的观察与实践,总结出关于平面的三个基本性质.我们把它当作公理,作为进一步推理的基础.

公理 1 如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内.

例如,把一根直尺边缘上的任意两点放在平的桌面上,可以看到直尺边缘就落在桌面上.人们经常根据这个道理来检验物体的表面是否平整.

直线也是由无数个点组成的集合.点 P 在直线 l 上,记作 $P \in l$; 点 P 在直线 l 外,记作 $P \notin l$. 如果直线 l 上所有的点都在平面 α 内,就说直线 l 在平面 α 内,或者说平面 α 经过直线 l , 记作 $l \subset \alpha$. 否则,就说直线 l 在平面 α 外,记作 $l \not\subset \alpha$.

公理 1 的含义如图 9-4 所示,也可以用符号表示为

$$A \in l, B \in l, A \in \alpha, B \in \alpha \Rightarrow l \subset \alpha.$$

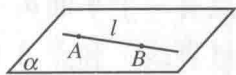


图 9-4

公理 2 如果两个平面^①有一个公共点,那么它们还有其他公共点,且所有这些公共点的集合是一条过这个公共点的直线.

例如,房间里墙角处的那个点是相邻两面墙的公共点,这两面墙还有其他公共点,这些公共点的集合就是这两面墙的公共直线.

如果平面 α 和 β 有一条公共直线 l , 就说平面 α 和 β 相交, 交线是 l , 记作 $\alpha \cap \beta = l$.

公理 2 的含义如图 9-5 所示,也可以用符号表示为

$$P \in \alpha \cap \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = l \text{ 且 } P \in l.$$

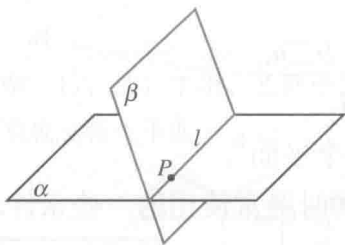


图 9-5

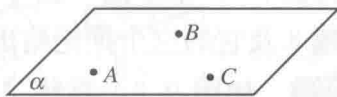


图 9-6

公理 3 经过不在同一条直线上的三点,有且只有一个平面(图 9-6).

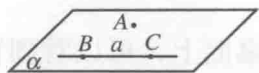
例如,一扇门用两个合页和一把锁就可以固定了.

① 在本章中,没有特别说明的“两个平面”,均指不重合的两个平面.

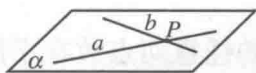
过 A 、 B 、 C 三点的平面又可记作“平面 ABC ”。

根据上述公理，可以得出下面的推论。

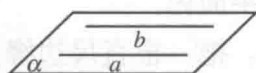
推论 1 经过一条直线和这条直线外的一点，有且只有一个平面（图 9-7 (1)）。



(1)



(2)



(3)

图 9-7

证明：设点 A 不在直线 a 上，在直线 a 上任取两点 B 和 C ，于是有 $A \notin a$ ， $B \in a$ ， $C \in a$ ，即 A 、 B 、 C 为不共线的三点。根据公理 3，经过 A 、 B 、 C 三点有一个平面 α 。因为 $B \in \alpha$ ， $C \in \alpha$ ，所以由公理 1 可知 $a \subset \alpha$ ，即平面 α 是经过直线 a 和点 A 的平面。

又根据公理 3，经过不共线的三点 A 、 B 、 C 的平面只有一个，所以经过直线 a 和点 A 的平面只有一个。

推论 1 可以用符号表示为

$A \notin a \Rightarrow$ 有且只有一个平面 α ，使 $A \in \alpha$ ， $a \subset \alpha$ 。

推论 2 经过两条相交直线，有且只有一个平面（图 9-7 (2)）。

我们规定：直线 a 和 b 相交于点 P ，记作 $a \cap b = P$ 。

推论 2 可以用符号表示为

$a \cap b = P \Rightarrow$ 有且只有一个平面 α ，使 $a \subset \alpha$ ， $b \subset \alpha$ 。

推论 3 经过两条平行直线，有且只有一个平面（图 9-7 (3)）。

推论 3 可以用符号表示为

$a \parallel b \Rightarrow$ 有且只有一个平面 α ，使 $a \subset \alpha$ ， $b \subset \alpha$ 。

推论 2、推论 3 的证明与推论 1 的证明类似。

“有且只有一个平面”也可以说成“确定一个平面”。

公理 3 及它的三个推论给出了确定一个平面时经常使用的一些条件。

例 如图 9-8，直线 AB 、 BC 、 CA 两两相交，交点分别为 A 、 B 、 C ，判断这三条直线是否共面^①并说明理由。

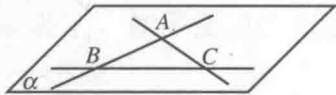


图 9-8

^① 空间的几个点和几条直线，如果都在同一个平面内，那么可以简单地称它们“共面”，否则称它们“不共面”。

解：这三条直线共面，理由如下：

$\because$ 直线 AB 和 AC 相交于点 A ,

$\therefore$ 直线 AB 和 AC 确定一个平面 α (推论 2).

$\because B \in AB, C \in AC,$

$\therefore B \in \alpha, C \in \alpha.$

$\therefore BC \subset \alpha$ (公理 1).

因此，直线 AB 、 BC 、 CA 都在平面 α 内，即它们共面。

从以上可知，证明三条直线共面，可以先证其中两条直线共面，再证第三条直线也在这个平面内。

练习

1. 填空：

正方体的各顶点如图所示，正方体的三个面所在平面 A_1C_1 、 A_1B 、 BC_1 分别记作 α 、 β 、 γ 。

(1) $A_1 \in \alpha, B_1 \underline{\quad} \alpha,$

$C_1 \underline{\quad} \alpha, D_1 \underline{\quad} \alpha;$

(2) $A \in \beta, B \underline{\quad} \beta,$

$A_1 \underline{\quad} \beta, B_1 \underline{\quad} \beta;$

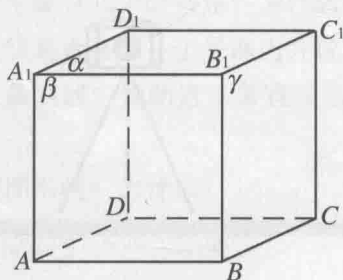
(3) $A \notin \alpha, B \underline{\quad} \alpha,$

$A \underline{\quad} \gamma, B \underline{\quad} \gamma;$

(4) $\alpha \cap \beta = A_1B_1,$

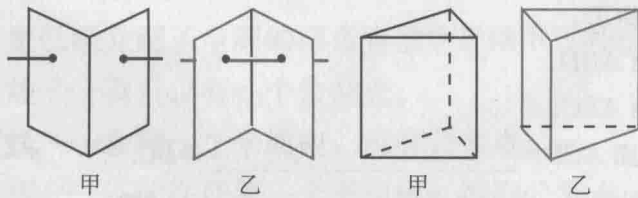
$\beta \cap \gamma = \underline{\quad},$

$\alpha \cap \gamma = \underline{\quad}.$



(第 1 题)

2. 观察 (1)、(2) 中甲、乙两个图形，用模型说明它们的位置有什么不同，并用字母来表示各个平面。



(1)

(2)

(第 2 题)

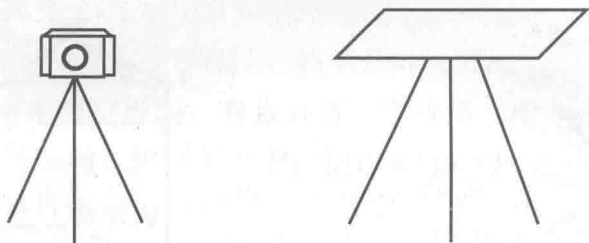
3. 用生活中的实例说明本节的公理及推论.

4. 用符号表示下列语句, 并画出图形:

- (1) 点 A 在平面 α 内, 点 B 在平面 α 外;
- (2) 直线 l 在平面 α 内, 直线 m 不在平面 α 内;
- (3) 平面 α 和 β 相交于直线 l ;
- (4) 直线 l 经过平面 α 外一点 P 和平面 α 内一点 Q ;
- (5) 直线 l 是平面 α 和 β 的交线, 直线 m 在平面 α 内, l 和 m 相交于点 P .

习题 9.1

1. 为什么照相机支架、平板仪 (如图) 都只用三条腿就够了?



(第 1 题)

2. (1) 为什么有的自行车后轮旁只安装一只撑脚?

(2) 怎样用两根拉紧的细线来检验桌子的四条腿的底端是否共面?

3. 填空: 在图中,

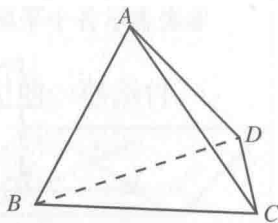
A _____ 平面 ABC ,

A _____ 平面 BCD ,

BD _____ 平面 ABD ,

BD _____ 平面 ABC ,

平面 $ABC \cap$ 平面 $ACD =$ _____, _____ $\cap$ _____ $= BC$.



(第 3 题)

4. 用符号表示下列语句, 并画出图形:

- (1) 点 P 在平面 α 内, 但在平面 β 外;
- (2) 直线 l 在平面 α 内, 但不在平面 β 内;

- (3) 直线 l 和 m 相交于点 P ;
 (4) 平面 α 和 β 的交线是 l , 点 P 在 l 上;
 (5) 直线 l 经过平面 α 内一定点 P , 但 l 在 α 外.

5. 选择题:

- (1) 经过同一直线上的 3 个点的平面 ()
 (A) 有且只有 1 个. (B) 有且只有 3 个.
 (C) 有无数个. (D) 只有 0 个.
- (2) 直线 a 、 b 、 c 两两平行, 但不共面, 经过其中两条直线的平面共有 ()
 (A) 1 个. (B) 3 个. (C) 0 个. (D) 6 个.
- (3) 直线 a 、 b 、 c 交于一点, 经过这 3 条直线的平面 ()
 (A) 有 0 个. (B) 有 1 个.
 (C) 有无数个. (D) 可以有 0 个, 也可以有 1 个.
- (4) 过不共面的 4 个点中的 3 个点的平面共有 ()
 (A) 0 个. (B) 3 个. (C) 4 个. (D) 无数个.
6. 不共面的 4 个点中能否有 3 个点共线? 为什么?
7. 三角形、梯形是否一定是平面图形? 为什么?
8. 一条直线过平面内一点与平面外一点, 它和这个平面有几个公共点? 为什么?
9. 一条直线与两条平行直线都相交, 判断这三条直线是否在同一个平面内并说明理由.
10. 过已知直线外一点与这条直线上的三点分别画三条直线, 判断这三条直线是否在同一个平面内并说明理由.
11. 四条线段顺次首尾连接, 所得的图形一定是平面图形吗? 为什么?

9.2 空间直线

1. 空间两条直线的位置关系

在初中几何里已经介绍了空间的两条直线^❶有以下三种位置关系:

- (1) **相交直线**——有且仅有一个公共点;
 (2) **平行直线**——在同一个平面内, 没有公共点;
 (3) **异面直线**——不同在任何一个平面内, 没有公共点.

例如在图 9-9 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 AB 与 BC 是相交直

❶ 本章中没有特别说明的“两条直线”, 均指不重合的两条直线.

线, 直线 AB 与 A_1B_1 是平行直线, 直线 AB 与 CC_1 是异面直线.

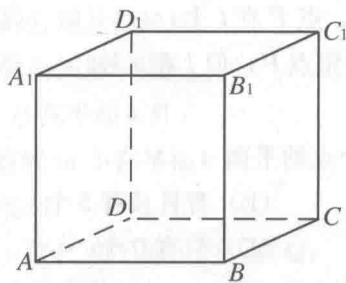


图 9-9

两条直线相交或平行时, 确定一个平面. 但是, 三条直线交于一点或两两互相平行时, 它们不一定共面. 例如图 9-9 中, 直线 AA_1 、 AB 、 AD 相交于点 A , 它们不共面; 直线 AA_1 、 BB_1 、 CC_1 两两互相平行, 它们也不共面.

2. 平行直线

我们在初中几何里已经知道, 在同一个平面内, 如果两条直线都和第三条直线平行, 那么这两条直线也互相平行. 对于空间的三条直线, 是否也有这样的规律? 例如, 房间里墙与墙的交线, 如果 $AA' \parallel BB'$, $CC' \parallel BB'$, 那么是否有 $AA' \parallel CC'$ (图 9-10)? 可以发现, 答案是肯定的.

我们把上述规律作为本章的第 4 个公理.

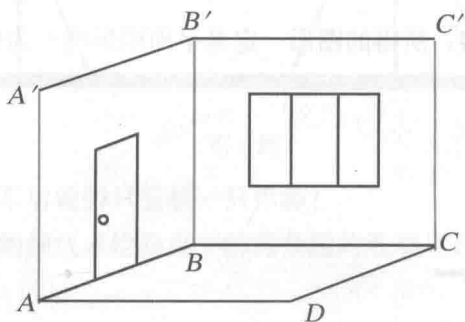


图 9-10

公理 4 平行于同一条直线的两条直线互相平行.

公理 4 也可以用符号表示如下:

设 a 、 b 、 c 为直线,

$$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ c \parallel b \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel c.$$

a 、 b 、 c 三条直线两两平行, 可以记为 $a \parallel b \parallel c$.

