

石艳柯 著

金属非均匀变形与 低循环破坏细观研究

JINSHU FEIJUNYUN BIANXING YU
DIXUNHUAN POHUAI XIGUAN YANJIU



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

金属非均匀变形与 低循环破坏细观研究

石艳柯 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

为研究金属材料力学性质的不均匀性、塑性各向异性以及低循环疲劳过程中的材料力学性质变化,本书以金属材料作为研究对象,结合试验测试,采用晶体塑性材料子程序模拟了单轴拉伸下单晶、多晶铜试样的滑移变形。对晶体黏塑性模型进行了合理性的分析,证实了用单晶滑移本构关系模拟多晶行为的可行性。在经典晶体塑性模型基础上引入了非线性运动硬化的背应力描述,开展了多晶集合体在循环加载下材料的屈服特性和循环硬化的各向异性研究,同时采用细观统计的方法分析了多晶材料内部细观变形和转动的不均匀性,以探索材料的疲劳破坏机理。

图书在版编目(CIP)数据

金属非均匀变形与低循环破坏细观研究 / 石艳柯著

— 北京:中国水利水电出版社,2014.12

ISBN 978-7-5170-2811-6

I. ①金… II. ①石… III. ①金属材料—材料力学性质—研究 IV. ①TG14

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第302711号

书 名	金属非均匀变形与低循环破坏细观研究
作 者	石艳柯 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址:www.waterpub.com.cn E-mail:sales@waterpub.com.cn 电话:(010) 68367658(发行部)
经 售	北京科水图书销售中心(零售) 电话:(010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京京华虎彩印刷有限公司
规 格	184mm×260mm 16开本 6.5印张 154千字
版 次	2014年12月第1版 2014年12月第1次印刷
定 价	26.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

前言

为了在细观尺度下研究金属材料力学性质的不均匀性、塑性各向异性以及低循环疲劳过程中的材料力学性质变化,本书以金属材料作为研究对象,结合试验以晶体塑性本构理论为基础在晶粒尺度下开展了金属材料的不均匀塑性变形及其低循环破坏的研究,以此探讨更贴近材料物理本质的塑性本构关系和材料的破坏机理。

作者结合试验测试,采用晶体塑性材料子程序模拟了单轴拉伸下单晶铜、多晶铜试样的滑移变形。对晶体黏塑性模型进行了合理性的分析,证实了利用单晶滑移本构关系来模拟多晶行为的可行性。采用 Voronoi 多晶集合体为材料的代表性单元,开展了双向加载下多晶材料屈服面演化和塑性流动规律理论描述的研究。在经典晶体塑性模型基础上引入了考虑非线性运动硬化的背应力描述,在此基础上开展了多晶集合体在循环加载下材料的屈服特性和循环硬化的各向异性研究。书中还采用细观统计的方法分析了多晶材料在疲劳过程中材料内部细观变形和转动的不均匀性,对材料的疲劳破坏机理做了尝试性的探索。

本书的研究主要取得了以下进展:

(1) 通过对单轴拉伸下单晶铜试样滑移特征的模拟和试验研究,证实了建立在连续滑移描述基础上的晶体塑性理论用于描述单晶力学行为的合理性。

(2) 通过单轴拉伸下多晶铜试样表面滑移带特征的模拟研究,证实了将单晶滑移本构关系与多晶集合体代表性单元相结合来模拟多晶金属材料力学行为的可行性。计算所得到的试样表面各晶粒的滑移带所表现的样式与试验观察现象较为吻合,对材料变形过程中应力、应变的不均匀统计分析可以合理地反映由微结构演化引起的多晶体变形的不均匀性。

(3) 利用 Voronoi 多晶集合体代表性单元进行了多晶材料后继屈服面演化和塑性流动规律理论描述的研究,揭示了多晶金属后继屈服面演化与塑性变形的细观过程及其影响因素。

(4) 采用考虑非线性硬化的背应力描述的晶体塑性模型,结合拉压对称应

变循环试验,对多晶金属材料在循环加载下的复杂力学行为进行了模拟研究,所得结果可以描述多晶材料不同应变幅的循环滞回环的形成,并能描述多晶集合体在循环加载下材料的屈服特性演化和塑性变形诱导的各向异性硬化。

(5) 结合低循环疲劳寿命试验,对不同应变幅下的低循环加载过程进行了模拟。根据模拟结果,采用细观统计方法对疲劳加载过程中多晶体内部的微观应力、应变以及材料的细观转动作了详细的分析,证实材料对称拉压循环下的低循环疲劳破坏与晶体塑性分析所得的材料细观应变统计参数 COV 紧密相关。

本书主要阐述了金属材料在细微观尺度的不均匀变形以及疲劳破坏的问题,这些理论和方法补充了材料塑性理论。本书内容适合于固体力学、工程力学、结构工程、材料学等专业的研究生及研究人员。

本书的写作过程中得到了广西大学张克实教授的大力支持,在此表示衷心的感谢。

由于作者水平有限,时间仓促,不足之处在所难免,诚恳地希望广大读者批评指正。

编 者

2014 年 11 月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 现有塑性理论及其应用研究	2
1.2.1 宏观塑性理论的发展和研究现状	2
1.2.2 用宏观塑性理论分析建筑节点滞回性能	8
1.2.3 考虑金属微结构变形特征的晶体塑性理论	9
1.3 本书的研究工作	12
1.4 本书的研究成果	13
第 2 章 晶体塑性本构关系及计算方法	15
2.1 晶体塑性的本构模型	15
2.1.1 晶体滑移变形机制	15
2.1.2 晶体变形分析	16
2.1.3 晶体塑性本构关系	18
2.1.4 单晶体滑移黏塑性的计算方法	19
2.2 UMAT 与 VUMAT 用户程序的实现与使用	20
2.3 本章小结	20
第 3 章 单晶铜拉伸试样表面滑移痕迹分析	22
3.1 单晶铜的单轴拉伸试验	23
3.2 单晶铜晶体塑性模型参数的确定	25
3.3 单晶铜单轴拉伸试样滑移变形分析	25
3.3.1 单晶铜不同取向的拉伸响应	25
3.3.2 单晶铜不同取向拉伸试样表面滑移带分析	27
3.4 单晶缺口试样单轴拉伸滑移变形分析	32
3.5 本章小结	33

第4章 多晶铜拉伸试样表面各晶粒滑移带研究	35
4.1 多晶铜的微观结构与单轴拉伸试验	35
4.2 多晶铜板单轴拉伸试样滑移带数值分析	38
4.2.1 多晶材料的 Voronoi 多晶集合体代表性单元	38
4.2.2 多晶铜拉伸试样的有限元模型及边界条件	40
4.2.3 多晶铜拉伸试样表面滑移带分析	41
4.3 多晶铜拉伸过程中变形不均匀度的统计分析	43
4.4 本章小结	44
第5章 多晶铜在双向加载下的后继屈服与塑性流动研究	45
5.1 多晶材料代表性单元、有限元划分与边界条件	46
5.2 初始屈服面及正交流动分析	47
5.3 后继屈服面及正交流动分析	49
5.3.1 后继屈服面的尖角现象	49
5.3.2 对应于后继屈服面的塑性流动分析	50
5.4 塑性应变增量方向与屈服面法向差异的统计分析	54
5.4.1 预剪切后继屈服点处塑性应变增量与屈服面法向差异统计	54
5.4.2 预拉伸后继屈服点处塑性应变增量与屈服面法向差异统计	54
5.4.3 与实验结果对比分析	55
5.5 本章小结	56
第6章 循环加载下多晶铜的后继屈服与循环硬化	58
6.1 多晶铜轴向拉压循环试验	58
6.2 多晶铜轴向拉压循环试验的晶体塑性模拟	61
6.2.1 循环加载下考虑背应力演化的晶体塑性模型	61
6.2.2 多晶集合体代表性单元与有限元模型	61
6.2.3 循环加载下晶体塑性模型参数的确定	62
6.3 不同应变幅的对称应变拉压循环——试验与晶体塑性数值模拟的比较	63
6.4 循环加载下不同卸载点处的后继屈服面研究	64
6.4.1 多晶铜的初始屈服面	64
6.4.2 预循环情形下不同卸载点处的后继屈服面	65
6.5 材料卸载过程中重新屈服问题研究	68
6.6 本章小结	71
第7章 金属材料低循环破坏的晶体塑性统计分析方法研究	73
7.1 多晶材料轴向低循环寿命试验	73
7.2 基于有限元模拟计算的低循环疲劳晶体塑性统计分析	77
7.2.1 对称应变循环中多晶金属内的应变统计分布	77

7.2.2 对称应变循环中多晶金属内的应力统计分布 81

7.2.3 对称应变循环中多晶体内各晶粒的取向演化 85

7.3 低循环破坏的晶体塑性统计分析 88

7.4 本章小结 89

参考文献 91

第 1 章

绪 论

1.1 研究背景及意义

工程结构的破坏通常是由材料的破坏引起的，在破坏过程产生之前材料大都经历较大的变形，因此塑性变形的研究就成了关键的部分。塑性变形的研究必然涉及材料的屈服、硬化和塑性流动规律的正确描述以及材料在疲劳载荷下的响应。即使是宏观均匀变形下，由于材料局部结构的不均匀分布导致其内部微观变形也极不均匀。塑性变形的不均匀分布导致材料在承载过程中局部区域出现很高的应力或应变，这些局部区域就可能产生损伤，诱导材料局部发生破坏。不同的应力状态、不同的加载路径引起的内部应力、应变不均匀程度有很大区别，从而诱发了各种不同的破坏方式。

循环疲劳破坏是工程结构破坏的最常见原因之一。金属、塑料、混凝土等各种结构材料，在载荷的反复作用下都会产生疲劳问题。由于在循环载荷作用下，构件在其循环应力远低于拉伸强度极限的条件下就有可能发生破坏，并且疲劳破坏时没有明显的塑性变形，破坏十分突然，往往造成灾难性事故，引起巨大的人员和经济损失。因此，研究疲劳破坏的原因，对结构疲劳寿命以合理的估计，防止疲劳事故的发生，对于经济发展和科技进步都有重大的意义。

结构或构件无论是在单调载荷下的破坏还是复杂循环载荷下的疲劳破坏，破坏的起始和发展通常都处于非常小的活动区域，是一定宏观条件推动下在微小区域发展的过程。要研究这一过程的物理机制，不可避免地要涉及微小尺度下材料的结构特点及其力学行为。而且对于不同的材料、不同结构或不同类型的载荷，破坏发生的方式也极为不同，无论是人工材料还是天然材料其强度都难以保持一致，微观薄弱处总是存在的。相同的应力状态下，材料的破坏往往是从其中最弱的环节开始，因此影响结构强度破坏的主要因素还在于材料微结构本身的力学性能。

材料的宏观变形及塑性的发展与微观结构的力学特征有着重要的联系。对最常见的晶体金属材料，在微小尺度下其形态通常呈现不同程度的不均匀性，包含了晶粒、晶界、相、夹杂等微结构。由于取向的随机性，微尺度下材料的不均匀性不仅体现在结构形态上，而且体现在代表性单元内不均匀微结构的各向异性上。在这一尺度下研究材料的破坏过程就必须要考虑材料微结构的随机分布性质和不均匀各向异性的力学性质。

对于金属结构而言，要保证其结构的安全就需要彻底了解金属材料的破坏规律，从物理机制上揭示破坏现象产生的原因，进一步发展和完善破坏理论。此外，材料的破坏与其自身的微结构及其力学行为密切相关，如果能够得到材料的微结构演化规律就可望揭示材

料破坏的微观机理，从而实现对材料破坏的预测。

因此，要想对结构破坏或结构疲劳寿命以准确的估计，就要在理论上了解材料的损伤破坏机理，包含其本构关系、材料微观力学特性、破坏模式等。研究材料的微结构就不可避免涉及材料的不均匀性和塑性各向异性的特征。在晶粒尺度下开展金属材料的塑性变形行为及其循环破坏的研究，可以发展更贴近材料物理本质的塑性本构理论，能更好地揭示材料破坏机理，为材料及结构的损伤、破坏、寿命估计提供强有力的力学支持。

1.2 现有塑性理论及其应用研究

1.2.1 宏观塑性理论的发展和研究现状

1.2.1.1 塑性理论的主要研究内容

人们对塑性变形的认识最早源于实验，在单轴拉伸过程中材料的应力与应变之间不再是单一的对对应关系，呈现出非线性特征。物体在除去外力后存在永久变形，在给定的外力下，物体的变形不随时间而改变，这种残留变形称为塑性变形。塑性理论主要研究物体在塑性变形阶段的应力和变形的规律。塑性变形现象发现较早，然而塑性理论的研究是从 18 世纪 70 年代，Coulomb 土壤压力理论的提出开始的。随后塑性理论经 Tresca、St. Venant 和 Levy 等学者的不断努力，到 20 世纪 50 年代得到了充分的发展。

工程结构或其构件在破坏之前往往经历较大的变形，弹性力学的描述已经不能满足应用的需要，对塑性变形的研究成了结构分析的关键。塑性力学的主要研究内容包含了用作描述和预测萌生塑性变形的屈服准则，以及可以确立塑性变形后应力-应变关系的塑性理论。多数材料特别是金属材料可认为是初始各向同性的，即当材料未经受塑性变形之前，材料的宏观力学性质与取向无关，因此宏观塑性理论的研究大都建立在材料初始各向同性假设的基础上，主要包括以下几个方面的内容：

(1) 屈服条件。

在外载作用下，材料初始弹性状态的界限称为屈服条件，材料点处的应力需满足屈服条件才会产生塑性变形。这个条件的函数表达式称为屈服函数，可以用式 $f(\sigma_{ij})=0$ 表达，此方程在以应力分量为坐标的应力空间中表示一个包围原点的曲面，称为屈服曲面。当应力 σ_{ij} 位于此曲面之内材料处于弹性状态，当应力 σ_{ij} 位于此曲面之上时，材料开始屈服而进入塑性状态。

最早的屈服准则是 1864 年法国工程师 Tresca 根据 Coulomb 对土力学的研究结果，并从自己做的金属挤压试验中提出的假设^[1]，当最大切应力达到某一极限 k 时，材料发生屈服，即 $\tau_{\max}=k$ 。用主应力表示时，则有 $\tau_{\max}=(\sigma_1-\sigma_3)/2=k$ ，其中主应力顺序为 $\sigma_1\geq\sigma_2\geq\sigma_3$ 。在主应力空间中，Tresca 屈服准则是一个正六棱柱；在 π 平面上，Tresca 屈服条件是一正六边形。

Tresca 屈服准则不考虑中间主应力的影响，另外，当应力处在两个屈服面的交线上时，数学处理很不方便；在主应力未知时，Tresca 准则计算十分复杂。因此，Von Mises

在 1913 年指出在 π 平面上 Tresca 六边形的顶点有实验得到，但连接顶点的直线是假设的^[1]，他建议用 $J_2=C$ 来拟合实验点，即当 $J_2=C$ 时材料就进入屈服，其中 C 为常数，由实验来确定。在主应力空间中，Von Mises 屈服准则为一圆柱柱面；在 π 平面上，Von Mises 屈服准则为一个圆。

将 Tresca 屈服条件与 Mises 屈服条件作一简单比较，假定简单拉伸时两种屈服准重合，则 Tresca 六边形内接于 Mises 圆（图 1-1）。

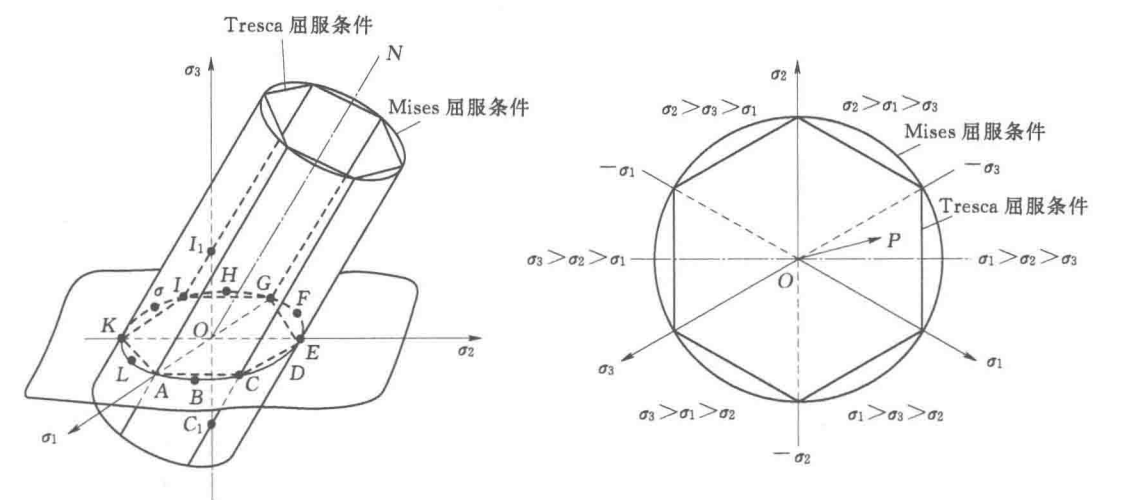


图 1-1 Tresca 与 Mises 屈服条件

最大偏应力屈服条件的概念最早由 R. Schmidt 在 1932 年提出。后来，俞茂宏于 1961 年用双剪应力的概念对其屈服条件进行了说明，故又称为双剪应力屈服条件。对于大多数金属来说，静水压力对屈服条件没有显著影响，所以可以采用最大偏应力来作为材料开始产生塑性变形的准则，可写为 $\max(|s_1|, |s_2|, |s_3|) = k$ ，其中 k 为常数，可由简单拉伸实验确定， $k = \frac{2}{3}\sigma_s$ 。在 π 平面上，它是一个外切 Mises 圆的正六边形^[2]。

(2) 加载条件。

屈服条件是指当材料未经受任何塑性变形时的弹性响应的界限。然而当材料经历了一定的塑性变形后，材料内部的微观结构就会产生变化。经历过塑性变形后的弹性响应的界限，我们称之为加载条件。它在应力空间中的几何描述称为后继屈服面，或加载曲面，其表达式为

$$f(\sigma_{ij}, \xi_{\beta}) = 0 \tag{1-1}$$

式中： ξ_{β} 为记录材料塑性变形历史的参数。

假定不考虑应变率效应，应力状态将始终不能位于加载面之外，当应力位于加载面之内时，应力的变化将不引起变量 ξ_{β} 的变化，材料不产生新的塑性变形。当应力位于加载面之上并继续加载时，应力的变化就会引起 ξ_{β} 的改变，从而使材料产生新的塑性变形。此时的加载面将变为

$$f(\sigma_{ij} + d\sigma_{ij}, \xi_{\beta} + d\xi_{\beta}) = 0 \quad (1-2)$$

在材料的弹-塑性加载过程中，加载曲面应满足以下条件：

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \xi_{\beta}} d\xi_{\beta} = 0 \quad (1-3)$$

这就是通常所说的一致性条件^[2]。

(3) 塑性流动理论。

在塑性变形阶段，应力与应变之间一般不再存在一一对应关系，应变不仅与应力状态有关，而且还与变形历史有关，这是塑性变形阶段与弹性阶段材料特性的最大区别。为了考虑变形的历史，需要研究应力与应变增量之间的关系。这种以增量形式表示的塑性本构关系，称为增量理论或流动理论。

材料进入塑性状态后，应变增量可以分解为弹性应变增量和塑性应变增量之和：

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \quad (1-4)$$

其中弹性应变增量 $d\epsilon_{ij}^e$ 满足广义 Hook 定律：

$$d\epsilon_{ij}^e = \frac{1}{2G} d\sigma_{ij} - \frac{3\nu}{E} d\sigma_m \delta_{ij} \quad (1-5)$$

其中

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$$

式中： G 为材料剪切模量； ν 为泊松比； E 为弹性模量； δ_{ij} 为 Kronecker 符号，当 $i=j$ 时 $\delta_{ij}=1$ ，当 $i \neq j$ 时 $\delta_{ij}=0$ 。

弹性应变增量的变形规律由 Hook 定律确定，为了描述材料在塑性阶段的应力-应变关系就必须给出塑性应变增量的变形规律。Drucker 根据热力学规律提出了弹塑性介质强化的假定，一般称为 Drucker 公设。在这个公设的基础上，不但可以导出加载面的外凸性，还可以建立塑性状态下的本构方程，即塑性变形规律。如果加载面在某应力点处是光滑的，则相应的塑性应变增量必指向加载面在该点的外法向：

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1-6)$$

式中： f 为加载函数。

式 (1-6) 给出了塑性应变增量与加载函数之间的关系，并表示塑性应变增量的方向指向加载面在该点的外法向，此式通常称为正交流动法则。

由式 (1-4) ~ 式 (1-6) 就得到了增量形式的本构关系：

$$d\epsilon_{ij} = \frac{1}{2G} d\sigma_{ij} - \frac{3\nu}{E} d\sigma_m \delta_{ij} + d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1-7)$$

(4) 硬化准则。

对于比较复杂的加载历史，实际材料的加载曲面的演化规律十分复杂，很难用实验方法来确定其具体形式，为了便于工程分析，人们通常采用简化的强化条件。

1) 等向强化 (各向同性强化) 模型。

等向强化模型认为加载面就是屈服面在应力空间中的相似扩大, 其表达式为

$$f(\sigma_{ij}) - \phi(\xi) = 0 \quad (1-8)$$

式中: ξ 为标量内变量, 在工程上常取为等效塑性应变增量或为塑性功增量。

2) 随动强化模型。

等向强化模型未考虑包兴格效应, 在分析应力反复变化问题时, 往往带来较大的误差。基于这种情况, 经常采用的另一种简化模型就是随动强化模型。该模型认为, 加载面是屈服面随着塑性变形的过程而在应力空间中的刚性移动, 屈服面的大小和形状不发生改变, 其表达式为

$$f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - \phi_0 = 0 \quad (1-9)$$

其中内变量 α_{ij} 是表征加载面中心移动的 2 阶张量, 称为背应力。

3) 组合强化模型。

将等向强化模型和随动强化模型结合起来, 就构成更一般的组合强化模型, 其表达式为

$$f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - \phi(\xi) = 0 \quad (1-10)$$

其中 α_{ij} 和 $\phi(\xi)$ 都随塑性加载历史而变化, 从图 1-2 上看, 在加载过程中屈服面的位置和大小同时都发生变化。

假定材料满足 Mises 屈服条件, 则在 π 平面上各硬化模型的关系可用图 1-2 来描述。

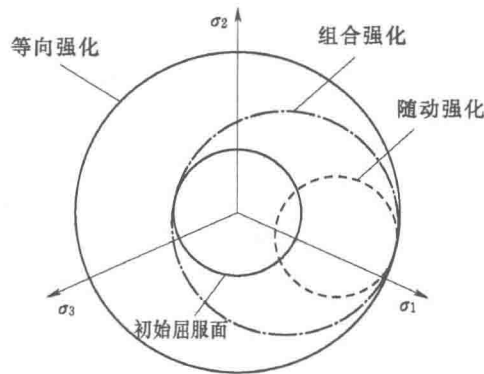


图 1-2 Mises 屈服条件下各种强化模型

1.2.1.2 循环塑性理论的发展

在工程应用中, 很多结构承受的都不是单调荷载, 而是循环荷载, 大都处在循环加载工作状态中, 在这种承载条件下如何估计其使用寿命成了人们关心的问题。疲劳破坏是导致工程结构失效的主要原因, 准确地预测这些结构部件的使用寿命, 对于确保结构的安全使用、提高结构的性能是至关重要的。合理的本构关系是进行可靠的结构分析的前提和主要制约因素。而对于低循环疲劳, 其疲劳寿命与循环情形下材料的真实力学行为密切相关, 循环塑性本构关系的可靠性决定着低循环疲劳寿命预测的合理性。种种原因促使循环

塑性理论的研究受到国内外学者的广泛关注，关于循环塑性的研究也成为了固体力学研究的一个重要领域。

对于循环问题，若要跟随加载历史进行分析，其模拟计算通常规模较大。这在以往是难以解决的，而计算机技术的快速发展为材料循环过程的计算提供了便利条件，现已有可能进行这类计算量较大的材料变形和破坏的计算。此外，高性能疲劳试验机及其测试系统的发展也为循环塑性理论的研究提供了较好的实验条件。

目前对材料循环塑性行为描述较好的本构模型主要有三类：一类是以 Besseling^[3] 和 Morz^[4] 等提出的多面模型，Krig^[5]、Dafalias 和 Popov^[6] 在多面模型的基础上进一步改进提出了双面模型，McDowell^[7] 及 Ohno 和 Kachiz^[8] 通过双面模型进行了材料非线性硬化的研究；另一类是以 Armstrong 和 Frederick^[9] 非线性运动硬化模型基础上发展和改进的模型；第三类是以 Valanis^[10] 提出的内时理论，我国学者范镜泓^[11-14] 做了大量推广应用工作，彭向和^[15-16] 等给出了积分型内时本构方程的增量形式，并用内时理论提出了金属材料非比例循环塑性的本构描述。

双面模型由在应力空间定义的两个超曲面组成，即屈服面和界限面。两个曲面在应力空间中随变形历史移动和变形，屈服面用来判断塑性变形的产生，界限面用来约束屈服面。屈服面和界限面可以相接触，但屈服面永远包含在界限面内。图 1-3 中描述了屈服面和界限面之间的关系，其中 s_1 、 s_2 、 s_3 表示偏主应力。

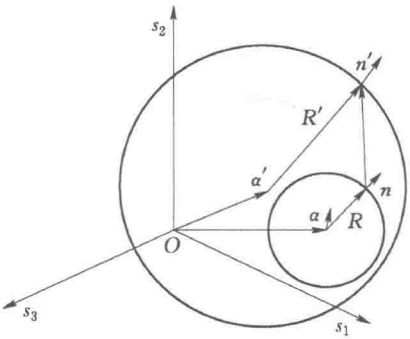


图 1-3 双面模型

双面模型通过屈服面和界限面的演化来描述材料的流动特性和强化特性，通常采用 Mises 屈服准则，其屈服面和界限面的方程表示为

$$f = \frac{3}{2}(s - \alpha) : (s - \alpha) - R^2 \quad (1-11)$$

$$f' = \frac{3}{2}(s' - \alpha') : (s' - \alpha') - R'^2 \quad (1-12)$$

式中： s 和 s' 为偏应力张量； α 和 α' 分别为屈服面和界限面的中心； R 和 R' 分别为屈服面和界限面的半径。

其流动规律表示为

$$d\epsilon^p = \frac{1}{H} \langle ds : n \rangle n \quad (1-13)$$

式中： $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$ 为塑性应变增量； $\boldsymbol{n}$ 为屈服面法向； H 为塑性模量， $\langle \rangle$ 为 McCauley 括号。

在界限面理论的框架下屈服面的运动演化规律通常有以下几种：

Prager 方程^[17]

$$d\boldsymbol{\alpha} = d\mu d\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (1-14)$$

Ziegler 方程^[18]

$$d\boldsymbol{\alpha} = d\mu (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\alpha}) \quad (1-15)$$

Moriz 方程^[4]

$$d\boldsymbol{\alpha} = d\mu (\boldsymbol{s}' - \boldsymbol{s}), \boldsymbol{s}' = \boldsymbol{\alpha}' + (R'/R)(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\alpha}) \quad (1-16)$$

A-F 类运动硬化模型的核心是对运动规律的描述，即背应力的演化方式。其主要的本构方程为

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (1-17)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (1-18)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (1-19)$$

$$F = \frac{3}{2} (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\alpha}) : (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\alpha}) - Q^2 \quad (1-20)$$

考虑背应力演化的最简单的模型为 Prager^[17] 在 1949 年提出的线性运动硬化模型，即背应力与塑性应变的演化呈线性关系：

$$d\boldsymbol{\alpha} = \frac{2}{3} C d\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (1-21)$$

背应力的线性演化规律在小变形的情形下相对较为符合。1966 年 Armstrong 和 Frederick^[9] 针对背应力的演化建议了一个更好的描述。在线性运动硬化规律中引入了动态恢复项，得到了一个非线性运动硬化模型：

$$d\boldsymbol{\alpha} = \frac{2}{3} C d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma \boldsymbol{\alpha} dp \quad (1-22)$$

$$dp = \sqrt{\frac{2}{3} d\boldsymbol{\varepsilon}^p : d\boldsymbol{\varepsilon}^p} \quad (1-23)$$

式中： C 、 γ 为材料常数； dp 为增量塑性应变累积。

Chaboche^[19-20] 等在 A-F 模型的基础上增加了不同的恢复项常数，考虑了多个背应力的演化：

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha} = \sum_{i=1}^M \boldsymbol{\alpha}_i \\ d\boldsymbol{\alpha} = \frac{2}{3} C_i d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma_i \boldsymbol{\alpha} dp \end{cases} \quad (1-24)$$

由于 A-F 类修正模型能够比较合理地解释循环载荷作用下出现的低周疲劳和棘轮效应等较为复杂的循环力学行为，目前得到了广泛的应用，但修正后的背应力演化包含的参数太多，如何用简单的方法确定材料参数还很困难，还需要进一步研究。

上述介绍的研究内容主要是关于率无关的问题，而实际上大多数材料，特别是在高温下会表现出率相关的现象。为了描述率相关的问题，大都可以率无关的数学框架下做适当的修改以描述率相关问题。以 A-F 本构模型为例，率无关的塑性应变率计算常采用式 (1-19) 的形式，其中 λ 称为塑性乘子，可由一致性条件确定，常由累积塑性应变率 $\dot{p}$ 代替 [式 (1-25)]:

$$\dot{p} = \left(\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-25)$$

率相关与率无关的描述，最大的不同在于塑性乘子的计算，对于率相关模型，没有一致性条件的限制，加载点可以落在屈服面之外。黏结力是产生非弹性变形的驱动力，其定义为

$$\sigma_v = \left\langle \sqrt{\frac{3}{2}} (\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}) : (\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}) - \sigma_y \right\rangle \quad (1-26)$$

式中: σ_v 为黏结力; σ_y 为屈服应力。

塑性乘子与黏结力常用的函数表达式为

$$\dot{\lambda} = \left(\frac{\sigma_v}{K} \right)^n \quad (1-27)$$

式中: K 为拉应力常数; n 为材料黏性指数。

当黏结力大于零时，材料发生黏塑性变形。

本书用于金属材料研究的晶体塑性模型就是考虑率相关的模型，由于多数金属在常温下率相关及率无关的研究结果差异不大，在模型中常作为近似率无关问题处理。

宏观塑性模型主要是唯象模型，重点是描述循环塑性的现象，虽然不能揭示材料内部的物理变形机制，但对于材料的宏观变形行为能够给出较好的描述，能够反映材料的包兴格效应，循环过程中的棘轮效应和滞回性能，通过与试验相结合可以加深人们对材料低循环变形机理的认识。但是宏观塑性理论由于不考虑材料内部的非均质性和变形的不均匀，对材料屈服和后继屈服的描述通常用 J_2 作为参数，在单调且比例加载的情形下可以给出较为合理的分析结果，然而大多数实际情形材料承受的载荷不是单调、比例载荷，是较为复杂的非比例加载，在这种情形下不能合理的确定材料的后继屈服规律就很难合理地进行材料的塑性分析。

1.2.2 用宏观塑性理论分析建筑节点滞回性能

强烈的地震作用下，结构进入了弹塑性状态，地震动传给结构的大部分能量将在滞回变形中耗散，滞回性能是衡量结构抗震性能的重要指标。

梁柱节点是钢筋混凝土框架结构的主要受力位置，对于整个结构来说，梁柱节点的力学性能是结构抗破坏能力的关键。梁柱节点在反复载荷作用下的载荷—变形曲线是其延性、耗能能力、刚度、强度等力学性能的综合反映。因此，针对梁柱节点的滞回性能分析是结构抗震性能研究的必要部分。

图 1-4 为钢筋混凝土梁柱节点的有限元模型，柱端固定，梁端施加低循环反复载荷，梁端的载荷位移曲线如图 1-5 所示。结构的滞回性能与循环载荷下材料真实的力学性能有着密切的联系，若要合理地描述其滞回性能就必须了解材料在循环加载下的真实变化过程。钢筋在循环载荷下的力学描述是否合理直接影响构件分析结果的合理性，因此有必要展开金属在循环载荷下的本构关系研究。

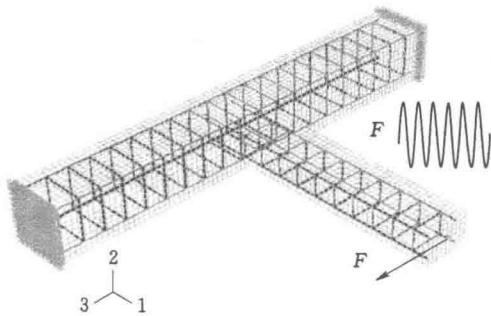


图 1-4 钢筋混凝土梁柱节点的有限元模型

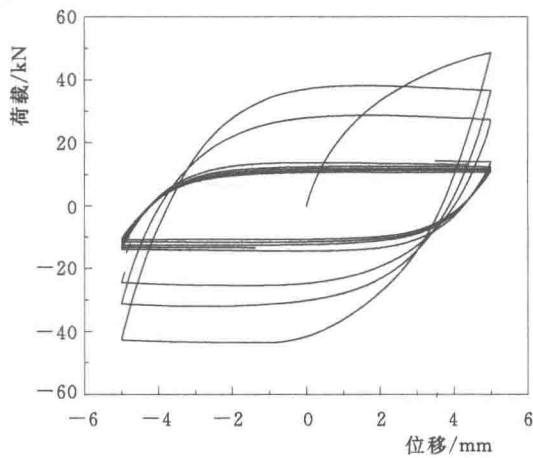


图 1-5 梁端的载荷位移曲线

针对塑性模型基础性的研究，本书采用纯金属作为研究对象，以减少材料杂质的影响，在此基础上开展金属非塑性变形的研究能够给建筑钢材循环塑性研究提供铺垫和参考价值。

1.2.3 考虑金属微结构变形特征的晶体塑性理论

工程结构在强震或灾害性荷载的作用下，突发的强动载荷导致材料或结构的迅速破坏，此种情形下的破坏往往伴随着局部的高应变速率，并且具有非线性的动力效应。这种破坏模式与结构形式、载荷类型、材料都有着密切的关系，可能是动态的脆性或韧性断裂，也可能是局部剪切破坏。不同的材料具有不同的结构，导致破坏的发生方式也极为不同。此外，材料或结构的破坏是小尺度区域发生的过程，小尺度区域内材料呈现出强烈的不均匀性，这种不均匀性取决于材料的微结构，它极大地影响破坏的产生和发展。只有考