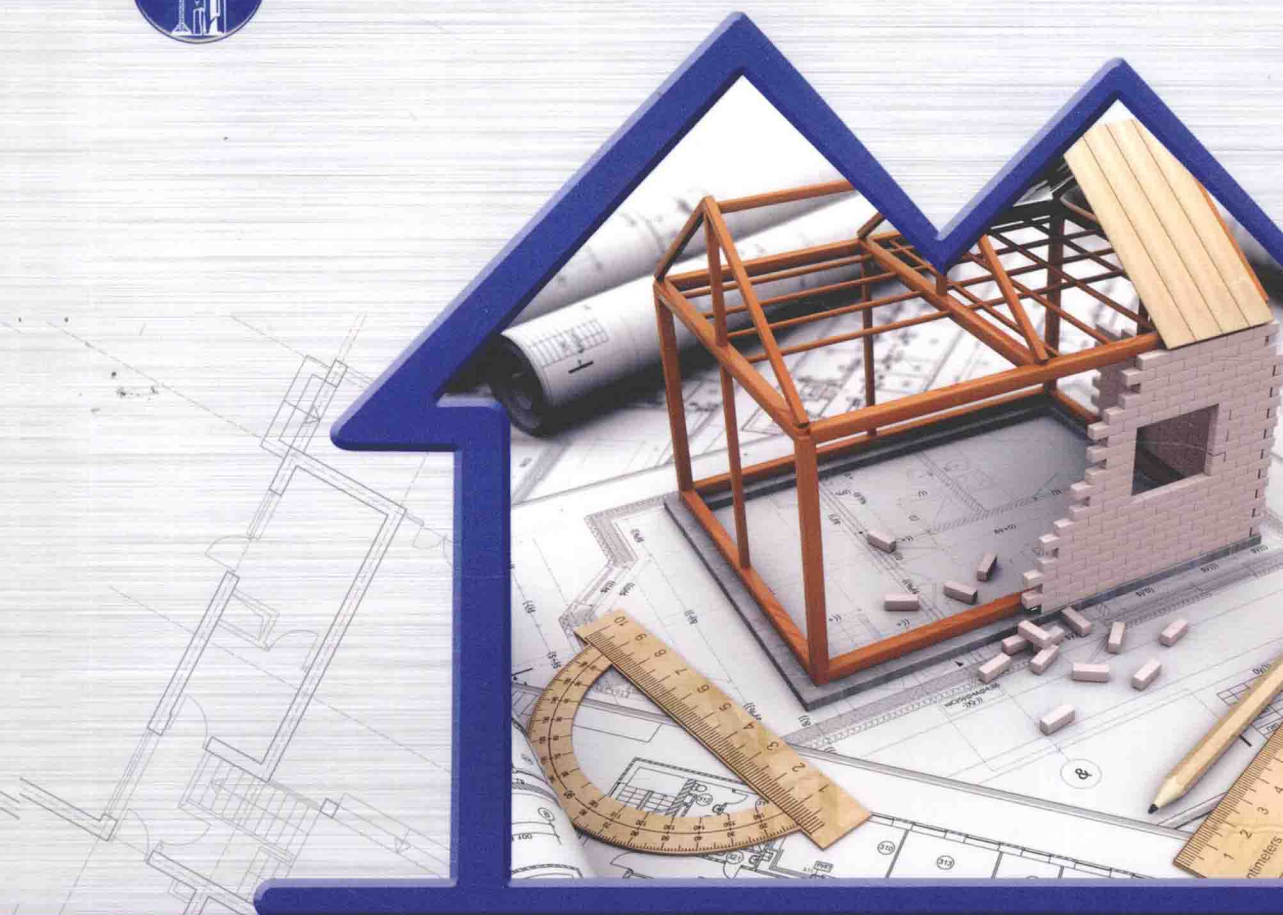




全国高等院校土木与建筑专业十二五创新规划教材



# 理论力学

(第3版)

赠送  
电子课件

董云峰 李 研 主 编  
蔡 斌 沙丽荣 副主编  
邹建奇 主 审



清华大学出版社

全国高等院校土木与建筑专业十二五创新规划教材

# 理论力学

## (第3版)

董云峰 李 妍 主 编

蔡 斌 沙丽荣 副主编

清华大学出版社

## 内 容 简 介

本书内容是根据教育部力学基础课程教学指导委员会制定的理论力学课程教学的基本要求(B类)编写的,适合于60~80课时的教学。全书由静力学、运动学和动力学三部分组成,共分为17章,其中静力学(包括第1~4章)的内容有静力分析、平面简单力系、平面任意力系、空间力系;运动学(包括第5~8章)的内容有点的运动学、刚体的基本运动、点的合成运动、刚体平面运动;动力学(包括第9~17章)的内容有质点运动学、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理、分析力学基础、碰撞、机械振动基础。本书注重基本概念的理解,每章配有各种类型的练习题,书后配有答案;精选了理论力学的典型例题和习题。在注重基本概念、基本方法的基础上,适当提高了起点。

本书可作为高等院校土木工程、机械工程、航空、水利、工程力学、交通工程等专业的理论力学课程教材,也可作为其他专业学生以及相关工程技术人员的参考用书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学/董云峰,李妍主编. —3版. —北京:清华大学出版社,2015  
(全国高等院校土木与建筑专业十二五创新规划教材)

ISBN 978-7-302-40870-3

I. ①理… II. ①董… ②李… III. ①理论力学 IV. ①O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第164195号

责任编辑:桑任松

装帧设计:刘孝琼

责任校对:周剑云

责任印制:刘海龙

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦A座 邮 编: 100084

社总机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质量反馈: 010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62791865

印 刷 者: 三河市君旺印务有限公司

装 订 者: 三河市新茂装订有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 185mm×260mm 印 张: 22.5 字 数: 544千字

版 次: 2006年9月第1版 2015年9月第3版 印 次: 2015年9月第1次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 45.00元

# 前 言

本书内容是根据教育部力学基础课程教学指导委员会制定的理论力学课程教学的基本要求在第 2 版基础上修订的。本着高等教育应是素质教育与创新意识培养相结合的教育理念,并结合普通本科类院校的教学特点编写了这本理论力学教材。

本书汲取了国内优秀教材的长处,并在此基础上考虑到理论力学课程作为土木工程、机械工程、航空、水利、工程力学、交通工程等专业后续课的基础,因此本书的特点是注重基础训练,由浅入深,在保持理论力学体系不变的前提下,遵循严谨性、实践性和创新性相结合的原则,并在此基础上适当地提高了起点。同时略去了与大学物理重复的部分,以保证在学时减少的情况下,完成理论力学的教学工作。

本书适合的教学学时为 60~80 学时,全书由静力学、运动学和动力学三部分组成,共分为 17 章。静力学(包括第 1~4 章)的内容有静力分析、平面简单力系、平面任意力系、空间力系;运动学(包括第 5~8 章)的内容有点的运动学、刚体基本运动、点的合成运动、刚体平面运动;动力学(包括第 9~17 章)的内容有质点运动学、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理、分析力学、碰撞、机械振动基础。在基本概念方面做到简洁明了;在基本理论的运用方面,每章后面都配有填空题、判断题和计算题,书后配有参考答案。本书第 1~13 章可作为基础部分,第 14~17 章可作为专题部分。本书可作为高等院校土木工程、机械工程、航空、水利、工程力学、交通工程等本科专业的理论力学课程教材,也可作为其他专业学生以及工程技术人员的参考用书。

本书由董云峰负责全书的组织与统稿,参加编写工作的有李妍(编写第 1~4 章,附录 A、B);沙丽荣(编写第 5~8 章);蔡斌(编写第 9~12 章);董云峰(编写绪论、第 13~17 章)。本书从 2006 年第 1 版到现在的第 3 版,吉林大学曲兴田教授、长春工业大学刘凤山教授对本书编写工作给予了指导,并提出了诸多建设性意见;同时也一直得到吉林建筑大学及清华大学出版社的大力支持,在此一并表示感谢。

本次教材的修订,倾注了广大教师的精力和汗水,但由于编者水平有限,错误和缺点是难免的,衷心希望广大读者给予批评指正,以提高我们的教学水平,为培养适合我国建设的合格人才做出贡献。

编 者

# 目 录

|         |   |
|---------|---|
| 绪论..... | 1 |
|---------|---|

## 第1篇 静 力 学

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| 第1章 静力分析.....                     | 5  |
| 1.1 力的概念.....                     | 5  |
| 1.2 静力学公理.....                    | 5  |
| 1.3 约束与约束力.....                   | 8  |
| 1.3.1 光滑面接触约束.....                | 8  |
| 1.3.2 柔体约束.....                   | 8  |
| 1.3.3 光滑铰链约束.....                 | 9  |
| 1.3.4 链杆约束.....                   | 10 |
| 1.3.5 轴承约束.....                   | 10 |
| 1.3.6 球铰链约束.....                  | 11 |
| 1.4 物体的受力分析和受力图.....              | 11 |
| 本章小结.....                         | 15 |
| 习题1.....                          | 16 |
| 第2章 平面简单力系.....                   | 20 |
| 2.1 平面汇交力系.....                   | 20 |
| 2.1.1 平面汇交力系合成与平衡的<br>几何法.....    | 20 |
| 2.1.2 平面汇交力系合成与平衡的<br>解析法.....    | 23 |
| 2.2 平面力偶.....                     | 25 |
| 2.2.1 力对点之矩的概念.....               | 25 |
| 2.2.2 平面力偶.....                   | 27 |
| 本章小结.....                         | 30 |
| 习题2.....                          | 32 |
| 第3章 平面任意力系.....                   | 37 |
| 3.1 力的平移定理.....                   | 37 |
| 3.2 力系的简化.....                    | 37 |
| 3.2.1 平面任意力系向一点简化——<br>主矢与主矩..... | 37 |

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| 3.2.2 平面任意力系简化的应用.....            | 38 |
| 3.2.3 平面任意力系简化结果的<br>讨论.....      | 39 |
| 3.3 平面任意力系的平衡.....                | 41 |
| 3.4 平面平行力系的平衡.....                | 44 |
| 3.5 平面刚体体系的平衡问题.....              | 45 |
| 3.5.1 平面静定刚体系.....                | 46 |
| 3.5.2 平面简单桁架.....                 | 49 |
| 3.6 滑动摩擦.....                     | 53 |
| 3.6.1 滑动摩擦与摩擦因数.....              | 53 |
| 3.6.2 摩擦角与自锁.....                 | 54 |
| 3.6.3 考虑滑动摩擦时的平衡<br>问题.....       | 54 |
| 本章小结.....                         | 56 |
| 习题3.....                          | 58 |
| 第4章 空间力系.....                     | 65 |
| 4.1 力在空间直角坐标系上的投影.....            | 65 |
| 4.1.1 直接投影法.....                  | 65 |
| 4.1.2 间接投影法.....                  | 65 |
| 4.2 空间力对点的矩和空间力<br>对轴的矩.....      | 66 |
| 4.2.1 空间力对点的矩.....                | 66 |
| 4.2.2 空间力对轴的矩.....                | 67 |
| 4.2.3 空间力对点的矩与空间力<br>对轴的矩的关系..... | 68 |
| 4.3 空间汇交力系.....                   | 69 |
| 4.3.1 空间汇交力系的合成.....              | 69 |
| 4.3.2 空间汇交力系的平衡.....              | 69 |
| 4.4 空间力偶.....                     | 70 |
| 4.4.1 力偶矩矢.....                   | 70 |

|                                   |    |                         |    |
|-----------------------------------|----|-------------------------|----|
| 4.4.2 力偶矩矢的性质与力偶矩矢的<br>等效定理.....  | 71 | 4.5.2 空间任意力系简化的应用 ..... | 73 |
| 4.4.3 空间力偶系的合成与平衡<br>条件.....      | 71 | 4.5.3 空间任意力系的平衡 .....   | 74 |
| 4.5 空间任意力系.....                   | 72 | 本章小结 .....              | 78 |
| 4.5.1 空间任意力系向一点简化——<br>主矢与主矩..... | 72 | 习题 4 .....              | 81 |

## 第2篇 运 动 学

|                               |     |                                     |     |
|-------------------------------|-----|-------------------------------------|-----|
| 第5章 点的运动学.....                | 89  | 第7章 点的合成运动.....                     | 118 |
| 5.1 点运动的矢量法.....              | 89  | 7.1 点的合成运动的概念 .....                 | 118 |
| 5.1.1 点的运动方程.....             | 89  | 7.2 点的速度合成定理 .....                  | 121 |
| 5.1.2 点的速度.....               | 89  | 7.3 点的加速度合成定理 .....                 | 124 |
| 5.1.3 点的加速度.....              | 90  | 7.3.1 牵连运动为平移时点的<br>加速度合成定理 .....   | 124 |
| 5.2 点运动的直角坐标法.....            | 90  | 7.3.2 牵连运动为定轴转动时点的<br>加速度合成定理 ..... | 127 |
| 5.2.1 点的运动方程.....             | 90  | 本章小结 .....                          | 131 |
| 5.2.2 点的速度.....               | 91  | 习题 7 .....                          | 132 |
| 5.2.3 点的加速度.....              | 91  | 第8章 刚体平面运动.....                     | 137 |
| 5.3 点运动的自然轴系法.....            | 94  | 8.1 刚体平面运动概述 .....                  | 137 |
| 5.3.1 点的运动方程.....             | 94  | 8.1.1 平面运动的定义 .....                 | 137 |
| 5.3.2 自然轴系.....               | 95  | 8.1.2 平面运动的方程 .....                 | 137 |
| 5.3.3 点的速度.....               | 95  | 8.1.3 平面运动的分解 .....                 | 138 |
| 5.3.4 点的加速度.....              | 96  | 8.2 平面图形内各点的速度 .....                | 139 |
| 5.3.5 几种常见的运动.....            | 97  | 8.2.1 基点法 .....                     | 139 |
| 本章小结.....                     | 101 | 8.2.2 速度投影法.....                    | 139 |
| 习题 5.....                     | 102 | 8.2.3 速度瞬心法.....                    | 143 |
| 第6章 刚体的基本运动.....              | 106 | 8.3 平面图形内各点的加速度——<br>基点法 .....      | 145 |
| 6.1 刚体的平行移动.....              | 106 | 8.4 运动学综合应用举例 .....                 | 149 |
| 6.2 刚体的定轴转动.....              | 107 | 本章小结 .....                          | 152 |
| 6.2.1 转动刚体的运动描述.....          | 107 | 习题 8 .....                          | 153 |
| 6.2.2 转动刚体上各点的速度和<br>加速度..... | 107 |                                     |     |
| 6.3 点的速度和加速度的矢量表示.....        | 112 |                                     |     |
| 本章小结.....                     | 113 |                                     |     |
| 习题 6.....                     | 114 |                                     |     |

## 第3篇 动力学

|                                 |                                        |
|---------------------------------|----------------------------------------|
| 第9章 质点动力学.....163               | 12.3 机械能守恒定律.....218                   |
| 9.1 动力学的基本定律——牛顿<br>三定律.....163 | 12.3.1 势力场和势能.....218                  |
| 9.2 质点运动微分方程.....164            | 12.3.2 机械能守恒定律.....220                 |
| 9.2.1 质点运动微分方程.....164          | 12.4 动力学普遍定理的综合应用.....222              |
| 9.2.2 质点动力学的两类基本<br>问题.....165  | 本章小结.....225                           |
| 本章小结.....169                    | 习题12.....227                           |
| 习题9.....170                     | 第13章 达朗贝尔原理.....232                    |
| 第10章 动量定理.....174               | 13.1 质点和质点系的达朗贝尔原理.....232             |
| 10.1 动量定理概述.....174             | 13.1.1 惯性力·质点的达朗贝尔<br>原理.....232       |
| 10.1.1 质点和质点系的动量.....174        | 13.1.2 质点系的达朗贝尔原理.....234              |
| 10.1.2 质点和质点系的动量定理.....175      | 13.2 刚体惯性力系的简化.....235                 |
| 10.2 质心运动定理.....180             | 13.2.1 平移刚体惯性力系的简化.....235             |
| 本章小结.....183                    | 13.2.2 定轴转动刚体惯性力系的<br>简化.....235       |
| 习题10.....184                    | 13.2.3 平面运动刚体惯性力系的<br>简化.....236       |
| 第11章 动量矩定理.....188              | 本章小结.....240                           |
| 11.1 质点和质点系.....188             | 习题13.....241                           |
| 11.1.1 质点和质点系的动量矩.....188       | 第14章 虚位移原理.....244                     |
| 11.1.2 质点和质点系的动量矩<br>定理.....189 | 14.1 约束·自由度·广义坐标.....244               |
| 11.2 刚体定轴转动微分方程.....194         | 14.1.1 约束.....244                      |
| 11.3 刚体平面运动微分方程.....196         | 14.1.2 自由度.....246                     |
| 本章小结.....200                    | 14.1.3 广义坐标.....246                    |
| 习题11.....202                    | 14.2 虚位移原理概述.....246                   |
| 第12章 动能定理.....208               | 14.2.1 虚位移和虚功.....246                  |
| 12.1 力的功.....208                | 14.2.2 虚位移原理.....247                   |
| 12.1.1 常力做直线运动的功.....208        | 14.2.3 质点系的平衡方程和势能<br>与广义坐标的关系.....250 |
| 12.1.2 变力做曲线运动的功.....208        | 本章小结.....255                           |
| 12.1.3 汇交力系合力功.....209          | 习题14.....256                           |
| 12.1.4 常见力的功.....209            | 第15章 分析力学基础.....260                    |
| 12.2 动能定理.....212               | 15.1 动力学普遍方程.....260                   |
| 12.2.1 质点和质点系的动能.....212        | 15.2 拉格朗日方程.....263                    |
| 12.2.2 质点和质点系动能定理.....214       |                                        |





|                                    |            |                                 |            |
|------------------------------------|------------|---------------------------------|------------|
| 15.2.1 拉格朗日关系式.....                | 263        | 17.2 单自由度系统的有阻尼自由振动 ...         | 297        |
| 15.2.2 拉格朗日方程.....                 | 264        | 17.2.1 小阻尼情况 .....              | 298        |
| 15.2.3 广义力的求法.....                 | 265        | 17.2.2 大阻尼情况 .....              | 300        |
| 本章小结.....                          | 269        | 17.2.3 临界阻尼情况 .....             | 300        |
| 习题 15.....                         | 269        | 17.3 单自由度系统的受迫振动 .....          | 302        |
| <b>第 16 章 碰撞</b> .....             | <b>274</b> | 17.3.1 单自由度系统的无阻尼<br>受迫振动 ..... | 303        |
| 16.1 碰撞的基本特征及碰撞问题的<br>简化.....      | 274        | 17.3.2 单自由度系统的有阻尼<br>受迫振动 ..... | 306        |
| 16.1.1 碰撞的基本特征及碰撞<br>过程的两个阶段.....  | 274        | 本章小结 .....                      | 310        |
| 16.1.2 碰撞问题的简化.....                | 275        | 习题 17 .....                     | 311        |
| 16.1.3 碰撞的分类.....                  | 275        | <b>附录 A 物体的重心和质心的计算</b> .....   | <b>316</b> |
| 16.2 碰撞过程的基本原理.....                | 276        | A.1 物体的重心 .....                 | 316        |
| 16.2.1 碰撞过程的动量定理——<br>冲量定理.....    | 276        | A.2 物体的质心 .....                 | 316        |
| 16.2.2 碰撞过程的动量矩定理——<br>冲量矩定理.....  | 276        | A.3 物体的重心和质心的计算 .....           | 317        |
| 16.2.3 碰撞过程中基本原理的<br>应用 .....      | 277        | <b>附录 B 刚体对轴的转动惯量的计算</b> .....  | <b>321</b> |
| 16.3 恢复因数.....                     | 278        | B.1 转动惯量的概念 .....               | 321        |
| 16.4 碰撞冲量对定轴转动刚体的作用 .....          | 280        | B.2 简单规则物体转动惯量的计算 .....         | 321        |
| 16.5 碰撞问题应用.....                   | 282        | B.3 惯性半径 .....                  | 322        |
| 本章小结.....                          | 285        | B.4 工程中简单规则物体的转动惯量 .....        | 322        |
| 习题 16.....                         | 286        | B.5 转动惯量的平行移轴定理 .....           | 325        |
| <b>第 17 章 机械振动基础</b> .....         | <b>291</b> | B.6 组合物体转动惯量的计算 .....           | 326        |
| 17.1 单自由度系统的自由振动.....              | 291        | B.7 复杂物体转动惯量的测定 .....           | 327        |
| 17.1.1 单自由度系统自由振动微分<br>方程及其解答..... | 291        | 习题参考答案 .....                    | 328        |
| 17.1.2 其他类型的单自由度系统.....            | 293        | 主要符号表 .....                     | 344        |
| 17.1.3 固有频率的计算.....                | 294        | 有关术语中英文对照表.....                 | 345        |
|                                    |            | 参考文献.....                       | 350        |



# 绪 论

## 1. 理论力学的研究对象和主要内容

结构物通常分为建筑结构和机械结构两种形式，它们通常都受到各种外力的作用。例如，行驶的汽车受到重力、摩擦力和动力的作用，房屋受到来自自然界的风力、自身重力的作用，吊车梁承受吊车和起吊物的夺力作用等。力学是研究工程中的结构物及一些自然现象中的物体受力后所表现的力学性质。理论力学是力学学科中重要的基础课程之一，它是研究物体机械运动一般规律的科学。

物体的机械运动是指物体在空间的位置随时间变化而变化的过程，例如，汽车的行驶、飞机的飞行、轮船的航行，地球的公转和自转、机床的旋转以及建筑物的沉陷等都是机械运动。平衡是机械运动的特例。理论力学是经典力学，也称古典力学，它是以牛顿三大定律为基础建立起来的，所谓“古典力学”指的是它仅适合于运动速度远小于光速的宏观物体的运动。若物体的速度接近光速，则由相对论力学来研究；若是微观粒子的运动，则由量子力学来研究。因此理论力学的研究范畴是宏观低速物体，在现代科技和工程中绝大多数物体运动都属于这个领域，所以理论力学一直发挥着它所应有的作用。

理论力学按其研究内容可分为三个部分：静力学、运动学和动力学。

(1) 静力学的任务是研究力系的简化以及物体在力的作用下应满足的平衡条件。

(2) 运动学的任务是用几何的观点研究物体的机械运动，不考虑作用在物体上的力，研究物体所在空间位置纯几何量运动值的关系。

(3) 动力学的任务是研究物体的运动与作用在物体上的力之间的关系。

## 2. 理论力学的研究方法和学习理论力学的目的

理论力学的研究方法和其他学科一样，遵循辩证唯物主义的客观规律，即从实践到认识，再从认识到实践的过程。通过对生产和自然现象中物体所做机械运动的认识，建立起相应的力学模型，经过分析、归纳和综合，上升到理性认识，通过数学演绎形成反映机械运动规律的定理，再回到实践中去检验，这样反复进行的过程，形成了理论力学的理论体系。

理论力学属于经典力学的范畴，它与人类科学实践和对自然的认识是密不可分的。牛顿根据前人长期对机械运动的研究成果，总结出了牛顿三大定律，奠定了经典力学的基础。18世纪，随着欧洲工业革命的爆发，出现了更复杂的机械运动，在经典力学的基础上，拉格朗日建立了研究非自由质点系体系的新方法——用广义坐标描述非自由质点系的运动，使所描述体系的变量数目大为减少，并将物体运动的机械能与作用在物体上的力所做的功联系起来，用微积分的观点研究机械运动，人们通常称之为“分析力学”，从而拓宽了求解非自由质点系问题的途径。

理论力学是建筑工程和机械工程等专业必修的一门专业基础课程，学习理论力学一方面可以直接解决工程中的一些力学问题，另一方面更重要的是为后继课程打基础，例如材料力学和结构力学等课程，它们是在理论力学的基础上建立起来的，主要研究在力的作用

下物体变形所表现的力学性质，而理论力学则是研究不变形的物体——刚体，因此理论力学也称为“刚体力学”。

理论力学是一门数学演绎和逻辑推理要求较高的课程，通过理论力学的学习，可以提高我们对机械运动的认识，为学习后续课程打下坚实的理论基础。锻炼和提高逻辑思维的能力，同时也为人们如何用科学的方法解决工程实际问题提供了方法和手段，增强解决问题的能力。

学习理论力学应当注意，理论力学是以牛顿三大定律为基础的，所研究的一些问题和物理课程相重叠，有的学生会以为已经学过了，不太重视这门课，其实理论力学的研究对象是来自工程中的问题，与物理学的研究对象是不同的，因而在研究方法和手段上有差别；学习理论力学还有“听课容易，做题难”的现象，这就要求学生必须做到：准确理解基本概念，掌握基本定理所要解决的问题是什么，一般方法是什么，各定理之间的关系等；做到抓住一般，带动一面，融会贯通，另外，必要的习题训练也是必不可少的。



# 第1篇 静力学

静力学是研究物体在力的作用下平衡规律的科学。

静力学的研究对象主要是刚体，刚体是指在力的作用下不变形的物体，它是理论力学理想化的力学模型，因此静力学又称刚体静力学。事实上，在力的作用下不变形的物体是不存在的，物体或多或少地都要产生变形，但当其变形较小不影响所研究问题的性质时，可以忽略其变形。这就是抓住问题的主要矛盾、忽略次要矛盾的辩证唯物主义的观点。

静力学的主要研究内容有以下三个方面。

## 1. 物体的受力分析

物体的受力分析是分析物体受到哪些力的作用，位置如何，方向如何，并把它们表示出来。

## 2. 力系的等效与简化

力系是作用在物体上的一组(或一群)力的总称，如果两个力系使刚体产生相同的运动状态，称这两个力系互为等效力系，用一个简单力系等效地代替一个复杂力系的过程称为力系的简化；若一个力与一个力系等效，则将这个力称为该力系的合力，该力系中的各力均称为此合力的一个分力。

## 3. 力系的平衡条件

平衡是指物体相对地面(又称惯性坐标系)保持静止或做匀速直线运动的状态，它是机械运动的特例。物体保持平衡状态所应满足的条件称为平衡条件，它是求解物体平衡问题的关键，也是静力学的核心。

静力学是结构设计的基础，因为建筑结构的主要表现特征是平衡，所以应该很好地学习静力学这部分内容。



# 第1章 静力分析

## 1.1 力的概念

力在我们的生产和生活中随处可见,例如物体的重力、摩擦力、水的压力等,人们对力的认识从感性认识到理性认识形成力的抽象概念。力是物体间的机械作用,这种作用可以使物体的机械运动状态或者使物体的形状发生改变。

从力的定义中可以看出,力是在物体间相互作用中产生的,这种作用至少是两个物体的相互作用,如果没有了这种作用,力也就不存在,所以力具有物质性。物体间相互作用的形式很多,大体可分为两类,一类是直接接触作用,例如物体间的拉力和压力;另一类是“场”的作用,例如地球引力场中的重力。力有两种效应:一是力的运动效应,即力使物体的机械运动状态发生变化,例如静止在地面的物体,当用力推它时,便开始运动;二是力的变形效应,即力使物体的形状发生变化,例如钢筋受到横向压力过大时将产生弯曲,混凝土受力过大时将开裂等。

描述力对物体的作用效应由力的三要素来决定,即力的大小、力的方向和力的作用点。力的大小表示物体间机械作用的强弱程度,采用国际单位制,力的单位是牛顿(N,简称牛)或者千牛顿(kN,简称千牛), $1\text{kN}=10^3\text{N}$ 。力的方向表示物体间的机械作用具有方向性,它包括方位和指向。力的作用点表示物体间机械作用的位置。一般来说,力的作用位置不是一个几何点而是有一定大小的一个范围。例如,重力是分布在物体整个体积上的,称为体积分布力;水对池壁的压力是分布在池壁表面上的,称为面分布力;分布在一条直线上的力,称为线分布力。当力的作用范围很小时,可以将它抽象为一个点,此点便是力的作用点,此力称为集中力。

由力的三要素可知,力是矢量,记作 $F$ ,本教材中的粗体均表示矢量,矢量可以用一有向线段表示,如图1.1所示,有向线段 $AB$ 的长短表示力的大小;有向线段 $AB$ 的指向表示力的方向;有向线段的起点或终点表示力的作用点。

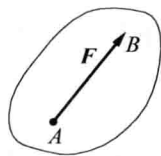


图 1.1 力的矢量表示

## 1.2 静力学公理

静力学公理是指人们在生产和生活实践中长期积累和总结出来并通过实践反复验证的具有一般规律的定理和定律。它是静力学的理论基础,且无须加以数学推导。

### 公理 1: 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,此合力的大小和方向由此二力

矢量所构成的平行四边形对角线来确定,合力的作用点仍在该点。如图 1.2(a)所示,  $F$  为  $F_1$  和  $F_2$  的合力,即合力等于两个分力的矢量和,表达式为

$$F = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

也可采用三角形法则确定合力,如图 1.2(b)所示。力的平行四边形法则是简单的力系简化,同时此法则也是力的分解法则。

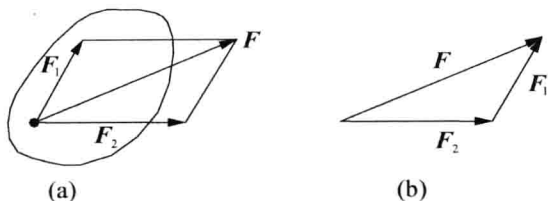


图 1.2 力的平行四边形法则和三角形法则

### 公理 2: 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力,使刚体保持平衡的必要和充分条件是:此二力必大小相等,方向相反,且作用在同一条直线上,如图 1.3 所示,矢量表示为

$$F_1 = -F_2 \quad (1-2)$$

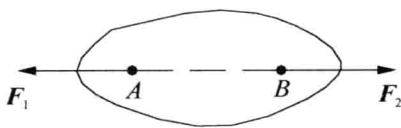


图 1.3 二力平衡条件

应当指出:二力平衡条件对刚体是必要且充分的,对变形体则是必要的,但不是充分的。

利用此公理可以确定力的作用线位置,例如,刚体在两个力的作用下平衡,若已知两个力的作用点,则此作用点的连线可以确定该二力的作用线;同时二力平衡力是最简单的平衡力系。

### 公理 3: 加减平衡力系原理

在作用于刚体的力系中加上或减去任意的平衡力系,并不改变原来力系对刚体的作用。此公理表明平衡力系对刚体不产生运动效应,其适用条件只是刚体,根据此公理可有下面推论。

#### 推论 1: 力具有可传性

将作用在刚体上的力沿其作用线任意移动到作用线的另一点,而不改变它对刚体的作用效应。

证明:如图 1.4 所示,设力  $F$  作用在  $A$  点,在其作用线的另一点  $B$  点上加上一对沿作用线的平衡力  $F_1$  和  $F_2$ ,且有  $F_1 = -F_2 = F$ ,则  $F$ 、 $F_1$  和  $F_2$  构成新的力系,由加减平衡力系原理减去  $F$  和  $F_2$  构成的二力平衡力,从而将力  $F$  移动到作用线的另一点  $B$  上。

#### 推论 2: 三力平衡汇交定理

刚体在三力作用下处于平衡,若其中两个力汇交于一点,则第三个力必汇交于该点。

证明:如图 1.5 所示,设刚体在三力  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_3$  的作用下处于平衡,若  $F_1$  和  $F_2$  汇交于  $O$  点,将此二力沿其作用线移动到汇交点  $O$  处(即为  $F'_1$ 、 $F'_2$ ),并将其合成为  $F_{12}$ ,则  $F_{12}$  和  $F_3$  构成二力平衡力,所以  $F_3$  必通过汇交点  $O$ ,且三力必共面。

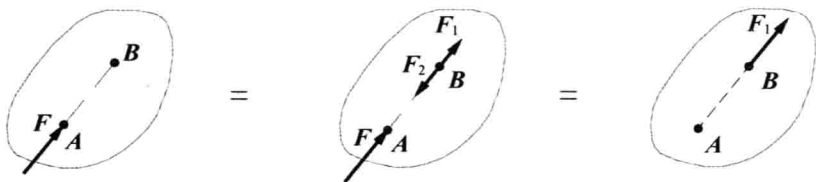


图 1.4 力的可传性

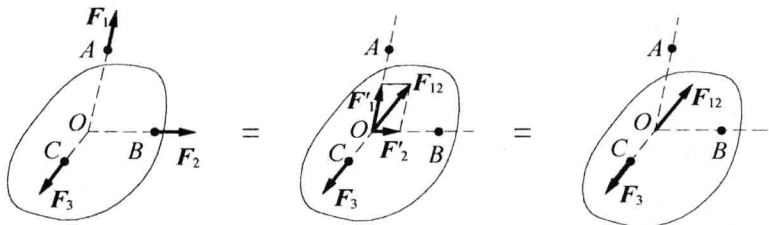


图 1.5 三力平衡汇交定理

应当指出,三力平衡汇交定理的条件是必要条件,不是充分条件。同时它也是确定力的作用线的方法之一,即刚体在三个力的作用下处于平衡,若已知其中两个力的作用线汇交于一点,则第三个力的作用点与该汇交点的连线为第三个力的作用线,其指向再由二力平衡条件来确定。

#### 公理 4: 作用力与反作用力定律

物体间的作用力与反作用力总是成对出现的,其大小相等,方向相反,沿着同一条直线,且分别作用在两个相互作用的物体上。如图 1.6 所示,  $C$  铰处  $F_C$  与  $F'_C$  为一对作用力与反作用力。

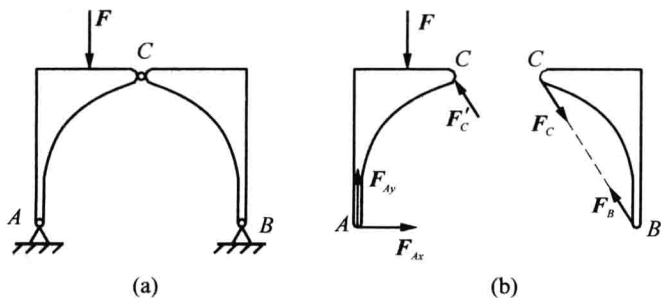


图 1.6 作用力与反作用力定律

应当指出,作用力与反作用力不是平衡力系;此定律不但适用于静力学,还适用于动力学。



## 1.3 约束与约束力

从运动学的角度将所研究的物体分为两类：一类是物体的运动不受它周围物体的限制，这样的物体称为自由体，例如飞行中的飞机、炮弹、卫星等；另一类是物体的运动受到它周围物体的限制，这样的物体称为非自由体，例如建筑结构中的水平梁受到支撑它的柱子的限制，火车只能在轨道上行驶等。因此，我们将限制非自由体某种运动的周围物体称为约束，上述的柱子是水平梁的约束，轨道是火车的约束。约束是通过直接接触实现的，当物体沿着约束所能阻止的运动方向有运动或运动趋势时，对它形成约束的物体必有能阻止其运动的力作用于它，这种力称为该物体的约束力，即约束力是约束对物体的作用，约束力的方向恒与约束所能阻止的运动方向相反。事实上约束力是一种被动力，与之相对应的力是主动力，即主动地使物体有运动或有运动趋势的力称为主动力，例如重力、拉力、牵引力等，工程中将主动力称为荷载(也称载荷)。

工程中大部分研究对象都是非自由体，它们所受的约束是多种多样的，其约束力的形式也是多种多样的，因此在理论力学中，将物体所受约束的主要性质保留，忽略次要因素，得到下面几种工程中常见的约束及约束力。

### 1.3.1 光滑面接触约束

若物体接触面之间的摩擦可以忽略时，认为接触面是光滑的，这种约束不能限制物体沿接触点公切面的运动，只能阻止物体沿接触点公法线  $N$  的运动。因此，光滑表面接触约束的约束特点是接触点为约束力的作用点，方向沿接触点的公法线，指向被约束的物体，用  $F_N$  表示，如图 1.7(a)和图 1.7(b)所示。

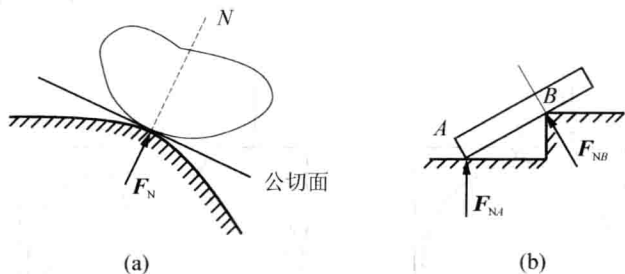


图 1.7 光滑表面接触约束

### 1.3.2 柔体约束

工程中绳索、链条、皮带均属柔体约束，这类约束的特点是作用点就是接触点，方向沿着柔体背离物体。如图 1.8(a)所示，力  $F_T$  沿绳索中心线，作用点在接触点  $A$ ，其方向背离

物体；如图 1.8(b) 所示的皮带，其拉力  $F_{T1}$ 、 $F_{T2}$ 、 $F'_{T1}$ 、 $F'_{T2}$  沿轮的切线，其方向背离物体。

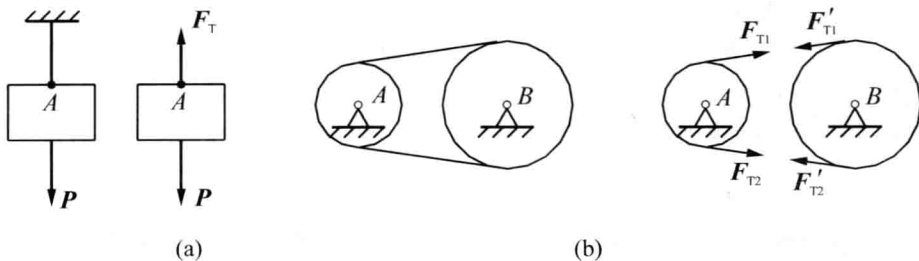


图 1.8 柔体约束

### 1.3.3 光滑铰链约束

光滑铰链约束包括光滑圆柱形铰链约束、固定铰支座约束、可动铰支座(又称滚动铰支座)约束三种。

#### 1. 光滑圆柱形铰链约束

如图 1.9 所示，将两个物体穿成直径相同的圆孔，用直径略小的圆柱体(称销子)将两个物体连接上，形成的装置称为圆柱形铰链。若圆孔间的摩擦忽略不计，则为光滑圆柱形铰链，简称铰链。其约束特点是不能阻止物体绕圆孔的转动，但能阻止物体沿圆孔径向离去的运动，约束力作用点(即作用线穿过接触点和圆孔中心，但由于圆孔较小，忽略其半径)在圆孔中心，指向不定，如图 1.10 所示的  $F_A$ ，用正交分量表示为  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$ 。

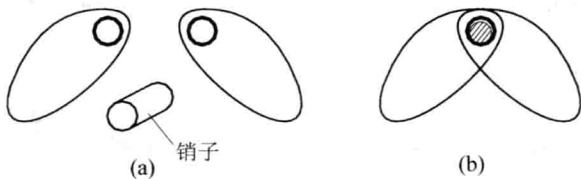


图 1.9 圆柱形铰链

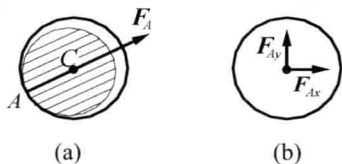


图 1.10 圆柱形铰链的约束力

#### 2. 固定铰支座约束

将上面圆柱形铰链中的一个物体固定在不动的支撑平面上，形成的装置为固定铰支座，如图 1.11(a) 所示，其简图如图 1.11(b) 所示，其约束特点与圆柱形铰链一样。