



“十三五”职业教育规划教材

土建工程力学

于书凤 和秀岭 主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



“十三五”职业教育规划教材

土建工程力学

主 编 于书凤 和秀岭
参 编 尹雪倩 窦丽云 牛玉娟
主 审 郭应征 李昆华



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书是“十三五”职业教育规划教材。

针对路桥、隧道、建筑工程等土建类高职高专教育精品课程建设而编写的配套教材。全书共分四个学习情境，内容涵盖了静力学和材料力学的主要内容。学习情境Ⅰ工程构件受力分析，为静力学的基本内容。学习情境Ⅱ工程构件承载能力分析，包含了工程构件典型截面几何性质的计算；轴向拉压杆的承载能力分析；剪切的实用计算分析；杆件产生扭转变形时的承载能力分析；梁的承载能力分析；工程构件破坏成因分析；工程构件在多种变形同时发生时的承载能力分析等内容。学习情境Ⅲ受压构件的稳定性分析。学习情境Ⅳ工程构件承载能力优化分析。本书以高职高专教育为起点，本着理论必需、够用为度的原则，并结合行业特点而编写。书中除学习内容外，还配有一定数量的练习题，以便于学生对所学知识的巩固和应用。

本书可作为高等职业技术学院、高等专科学校、成人高校等院校的道路桥梁工程技术、地下工程与隧道工程技术、建筑工程技术等土木工程类相关专业的教材及相关专业继续教育和职业培训教材，还可供有关工程技术人员参阅。

图书在版编目 (CIP) 数据

土建工程力学/于书凤, 和秀岭主编. —北京: 中国电力出版社, 2015. 8

“十三五”职业教育规划教材

ISBN 978 - 7 - 5123 - 7680 - 9

I. ①土… II. ①于… ②和… III. ①土木工程-工程力学-高等职业教育-教材 IV. ①TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 185043 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2015 年 8 月第一版 2015 年 8 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 17.75 印张 432 千字

定价 35.00 元

敬告读者

本书封底贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前 言

土建工程力学课程是路桥、隧道、建筑工程等土建类专业的一门重要专业技术基础课。本书结合土建类高职高专教育的培养目标与专业需求,在吸取其他院校所编教材宝贵经验的基础上,结合编者多年的教学经验与教改实践而编写。本书在编写过程中注重高职高专教育与行业特点,力求体现以应用为目的,基础理论部分则按照必需、够用为度的原则,尽可能体现理论在实际工程中的应用。与一般院校编写的教材不同的是:本书将理论力学中静力学部分与材料力学的内容编排为四个学习情境;第Ⅰ学习情境为静力学的主要内容;第Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ学习情境为材料力学的基本内容,重点是对杆件产生四种基本变形时的内力、应力和强度进行分析和计算。另外,本书把提高杆件产生不同基本变形时的强度、刚度和稳定性的途径汇集在一起,以便于分析和讨论。从教学内容的选取上保证了理论力学和材料力学中最基本、最主要的经典内容,尽量避免两门课程之间不必要的交叉和重复,通过两门课程的融合、贯通和相互渗透,组成工程力学课程的新体系。

为了巩固学生对所学内容的理解、应用和掌握,培养和提高学生分析问题和解决问题的能力,本书在相应的学习情境中配有复习思考、分析计算等练习题。

本书建议参考学时为 90 学时,也可根据实际情况进行调整。

本书由云南交通职业技术学院于书凤、和秀岭主编。参加本书编写工作的有云南交通职业技术学院尹雪倩、窦丽云、牛玉娟。东南大学郭应征、云南交通职业技术学院李昆华担任本书主审。

本书在编写过程中得到了云南交通职业技术学院教务处、公路学院等相关部门和领导的大力支持和帮助,对此,编者表示衷心地感谢。

限于编者水平,书中难免有不妥之处,恳请读者和同行批评指正。

编 者

2015 年 8 月

目 录

前言	
学习情境 I 工程构件受力分析	1
I-1 工程构件受力分析基础知识	1
练习题	20
I-2 平面力系的合成与平衡	25
练习题	44
学习情境 II 工程构件承载能力分析	49
II-1 工程构件常见截面几何性质的计算	49
练习题	59
II-2 轴向拉(压)杆的承载能力分析	64
练习题	87
II-3 剪切变形的实用计算分析	93
练习题	102
II-4 杆件产生扭转变形时的承载能力分析	105
练习题	122
II-5 梁的承载能力分析	129
练习题	175
II-6 工程构件破坏成因分析	186
练习题	201
II-7 工程构件在多种变形同时发生时的承载能力分析	207
练习题	230
学习情境 III 受压杆件的稳定性分析	237
III-1 压杆稳定性的概念	237
III-2 欧拉公式	240
III-3 压杆的稳定计算	244
练习题	249
学习情境 IV 工程构件承载能力优化分析	255
IV-1 工程构件截面形状对承载能力的影响分析	255
IV-2 工程结构形式对承载能力的影响分析	258
IV-3 工程构件材料性质对承载能力的影响分析	262

练习题..... 262
 附录 A 型钢表..... 263
 附录 B 参考课时分配表..... 274
 力学实验内容..... 275
 参考文献..... 276

学习情境 I 工程构件受力分析

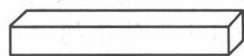
I-1 工程构件受力分析基础知识

一、工程力学的研究对象与力学模型

(一) 研究对象

1. 工程力学的研究对象

工程力学的研究对象一般是指各种工程结构及其工程结构中的各个构件。工程中的一般构件按宏观几何尺寸可分为杆件(见图 I-1-1)、板壳构件(见图 I-1-2)、实体构件(见图 I-1-3)。

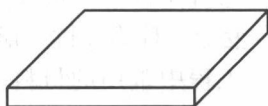


(a)



(b)

图 I-1-1



(a)



(b)

图 I-1-2

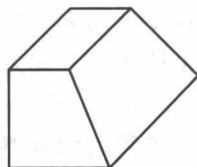


图 I-1-3

工程力学主要以杆件为研究对象。

2. 杆件的几何特征

杆件是指长度方向的尺寸远大于其他两个方向(宽度和高度)尺寸的构件。其几何特征可用横截面与杆轴线来描述(见图 I-1-4)。

横截面——垂直于杆件长度方向的截面。

杆轴线——所有横截面形心的连线。

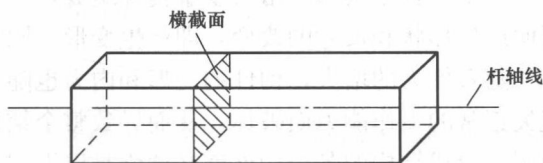


图 I-1-4

(二) 力学模型

1. 力学模型

用于代替实际工程中的受力结构或构件,并能反映受力结构或构件的主要力学特征,而忽略了次要因素的一种理想化、抽象化的模型。

2. 工程力学主要研究的两类力学模型

(1) 刚体。在任何外力作用下,其大小和形状始终保持不变的物体。这是一种理想化的力学模型。当我们只研究物体的运动规律或平衡问题时,所研究的物体都可视为刚体。

(2) 变形固体。在任何外力作用下,其变形不能忽略且必须考虑的物体。当研究结构或

构件的强度、刚度和稳定性问题时，都将其视为变形固体。

3. 变形固体的基本假设

从物质的微观结构来看，变形固体的组成及性质是很复杂的。但由于工程力学主要是从宏观的角度来研究结构或构件的强度、刚度和稳定性问题，因此，对所研究的变形固体可做出下列假设，从而达到简化研究工作和运用数学工具的目的。

(1) 均匀连续性假设。即假设变形固体内连续不断地充满着均匀的物质，且各点处的力学性能都相同。

(2) 各向同性假设。即假设变形固体材料在各个方向上具有相同的力学性能。

(3) “小变形”假设。工程结构或构件受力作用后所产生的变形，其值可能很小，也可能较大。而工程力学所研究的变形仅限于“小变形”范围。所谓小变形是指构件的变形与构件的原始尺寸相比极为微小。

4. 弹性变形与塑性变形

变形固体在外力作用下会发生两种不同性质的变形。一种是外力作用时所产生的变形中，当外力卸除时会消失的那部分变形，称为弹性变形；当外力卸除时不会消失的那部分变形，称为塑性变形。一般情况下，工程中常用的材料，当作用的外力数值不超出一定范围时，所产生的塑性变形极小，可以忽略，即可以把材料视为理想弹性体。理想弹性体是指只产生弹性变形而无塑性变形的物体。

综上所述，工程力学的研究对象主要是由均匀连续的、各向同性的弹性体材料组成的杆件。

二、工程力学的基本任务与研究方法

(一) 工程力学的基本任务

1. 物体的平衡状态

平衡状态是指物体相对于地球处于静止或做匀速直线运动的状态。

2. 构件的承载能力

一个工程结构通常由若干个构件组成，当结构承受荷载作用时，其构件也将受到外力作用而产生形状和尺寸的改变，即产生变形。同时在构件内部将产生一种反抗变形的力——内力。随着外力的增大，构件的变形和内力也随之增大，当外力增大到一定程度时，构件就会丧失正常的工作能力而破坏，从而导致整个结构的破坏。因此，要使结构能够安全、正常地使用，组成结构的各个构件就必须满足以下三个基本要求。

(1) 强度。指构件抵抗破坏的能力。即构件在外力作用下不应发生破坏。

(2) 刚度。指构件抵抗变形的能力。即构件在外力作用下所发生的变形不应超出允许范围。

(3) 稳定性。指构件保持原有平衡形态的能力。即构件在外力作用下它的平衡形态不应发生突然改变而丧失稳定性。

构件在满足强度、刚度和稳定性要求方面的能力，统称为构件的承载能力。

不同的构件对强度、刚度、稳定性三方面的要求程度有所不同，但都必须首先满足强度要求。

3. 工程力学的基本任务

一个合理的结构或构件设计，不但应满足其承载能力的要求以保证安全可靠，还应该符合经济节约的原则。工程力学的基本任务：对处于平衡状态的物体进行静力分析；通过研究

构件的强度、刚度、稳定性和材料的力学性能,在保证既安全可靠又经济节约的前提下,为构件选择合适的材料、确定合理的截面形状和尺寸提供计算理论。

(二) 工程力学的研究方法

1. 理论分析法

理论分析法主要是以基本理论、基本概念和定理、定律等为基础,经过缜密的数学演绎推理和力学分析,得到力学解答的一种方法。

2. 试验分析法

试验分析法主要是以通过力学试验来进行力学研究的一种重要方法,因为构件的承载能力与其构件所使用材料的力学性能密切相关,而材料的力学性能必须通过材料试验才能够测定出来。另一方面,对于现有理论还不能解决的某些复杂的工程力学问题,有时也需要通过力学试验的方法加以解决。

3. 计算机分析法

计算机分析法主要是以借助计算机高效、快捷的计算功能来进行力学分析的一种方法。由于计算机的出现,使得工程力学的计算手段发生了根本性变化,在力学理论分析中利用计算机可以推演出难以导出的公式;在材料实验分析中利用计算机可以迅速地整理庞大的数据、绘制试验曲线、选用最优参数等,尤其是对一些大型、超大型结构的计算,必须依靠计算机才能够在较短时间内完成。

应该指出的是,上述工程力学的三种研究方法是相互关联、互为补充、互相促进的。在学习工程力学经典内容的同时,掌握好传统的理论分析与试验分析方法非常重要,因为它们为进一步学习工程力学其他相关知识以及掌握计算机分析方法的基础。

三、杆件变形的的基本形式

杆件在不同形式的外力作用下,将产生不同形式的变形。杆件的变形主要有以下 3 种基本形式。

(一) 轴向拉伸与压缩 (见图 I-1-5)

在一对大小相等、方向相反、作用线与杆轴线重合的外力作用下,杆件将产生长度的改变(伸长或缩短)。

(二) 剪切 (见图 I-1-6)

在一对大小相等、方向相反、作用线无限靠近的横向力作用下,杆件的相邻横截面将沿外力作用方向产生相对错动。

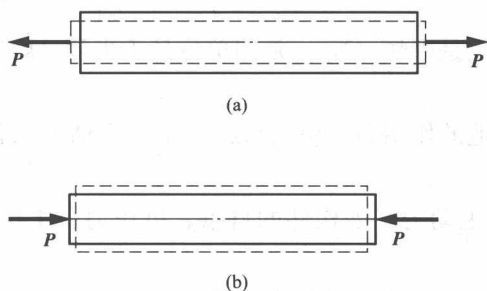


图 I-1-5

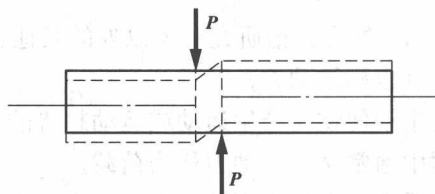


图 I-1-6

(三) 扭转 (见图 I-1-7)

在一对大小相等、转向相反、作用面与杆轴线相互垂直的力偶作用下, 杆的任意两个横截面将绕杆轴线产生相对转动。

(四) 弯曲 (见图 I-1-8)

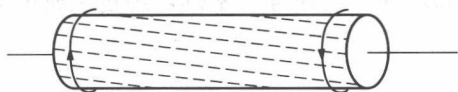


图 I-1-7

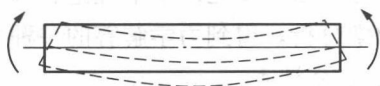


图 I-1-8

在一对大小相等、转向相反、作用面位于杆的纵向对称平面内的力偶作用下, 杆件的轴线将由直线弯曲成曲线。

四、力与力系的基础知识

(一) 力

1. 力的概念

(1) 力的定义。力是物体间相互的机械作用, 这种作用使物体的运动状态发生改变或使物体产生变形。

(2) 力对物体作用所产生的效应。

1) 运动效应 (也称外效应)。指力使物体的运动状态发生变化的效应。

2) 变形效应 (也称内效应)。指力使物体产生变形的效应。

(3) 力的三要素。力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点。力的大小、方向和作用点称为力的三要素。若改变这三个要素中的任何一个要素, 都会改变力对物体的作用效应。

力的大小反映了物体间相互作用的强弱程度。力的方向有两层含义: ①指力的作用线方位; ②指它的指向, 即力的方向包含方位和指向。力的作用点是物体相互作用位置的一种抽象化描述。

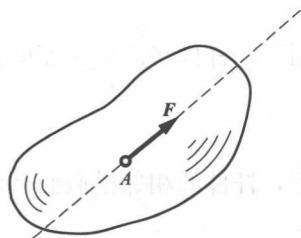


图 I-1-9

(4) 力的表示方法。力是一个矢量。通常用一个带有箭头的线段来表示 (见图 I-1-9)。线段的长度 (按所选比例) 表示力的大小; 线段的方位和箭头表示力的方向; 带箭头线段的起点或终点表示力的作用点。通过力的作用点并沿着力作用方位上的直线, 是力的作用线。本书中用字母顶端加 “ $\rightarrow$ ”, 如 F 、 R 、 P 、 q 等表示力矢量, 用字母 F 、 R 、 P 、 q 等表示力矢量的大小。

(5) 力的单位。在国际单位制中, 力的单位是牛顿 (N); 常用单位是千牛顿 (kN)。

2. 外力及其分类

(1) 外力。指研究对象以外的其他物体对他的作用力。包括荷载 (也称主动力) 和约束反力 (也称被动力)。

主动使物体产生运动或运动趋势的力称为主动力, 如构件的自重、风压力、土压力等。工程中通常又把主动力称为荷载。

受主动力作用而被动产生的力称为被动力。工程中各种约束处所产生的约束反力均属于被动力。

(2) 外力的分类。

1) 外力按作用方式不同,可分为集中力和分布力。

集中力。作用在物体上一点处的力。通常用符号 F 、 P 、 R 等来表示。

实际工程中力的作用位置是有一定面积的,但当作用面积相对于物体而言非常微小时,便可将其作用位置视为一个点。集中力也称为集中荷载。

分布力。分布力也称为分布荷载,一般分为体

分布力(即分布在一定体积上的力)、面分布力(即分布在一定面积上的力)、线分布力(通常是指沿杆件长度方向上分布的力)。最常见的为均匀线分布力,习惯上称为均布荷载(见图 I-1-10)。均布荷载

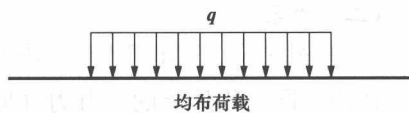


图 I-1-10

的大小通常用符号 q 来表示,称为荷载集度(即荷载分布的密集程度)。在国际单位制中,均布荷载的单位是牛顿/米(N/m),常用单位是千牛顿/米(kN/m)。工程力学研究的分布荷载主要是指这种均布荷载。

2) 外力按作用性质不同,可分为以下两种。

静力荷载。加载过程是逐渐缓慢地从零开始直到最后数值。加载过程中杆件无显著的加速度产生。

动力荷载。加载过程中杆件有显著的加速度产生。

3. 内力及其求解方法

(1) 内力。在外力作用下,杆件中一部分与另一部分之间相互作用力的改变量。

弹性体内各点之间原来就存在着相互作用力,使杆件保持着一定的形状。外力作用时,各点之间的相对位置发生变化,杆件发生变形,而各点间为了维持原来的位置,相互作用力也要发生相应的变化。这种因外力作用而引起的杆件各点间作用力的改变量称为附加内力。材料力学中所说的内力,专门指这种附加内力。显然,内力随外力的增大而增大,并且当内力超过维持两点间相互联系的限度时,杆件就要发生破坏。所以研究杆件的承载能力就必须研究 and 计算内力。

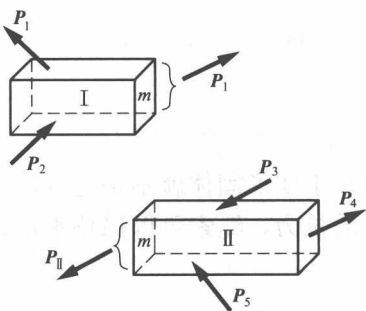
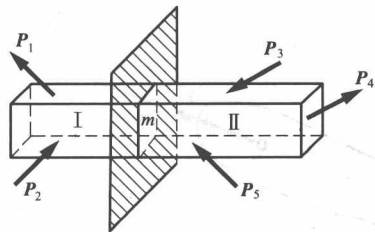


图 I-1-11

(2) 求解内力的基本方法——截面法。显示和确定内力的基本方法是截面法。截面法的依据是平衡物体的各部分应保持平衡。如图 I-1-11 所示杆件受力 P_1 、 P_2 、 $\dots$ 、 P_5 的作用而处于平衡状态,若要计算 m 截面上的内力,可假想用—个平面沿 m 截面截开,将杆件分为 I、II 两段。截开后, m 截面上存在着 I、II 两段间的相互作用力——内力, I 段上有 II 段对它的作用力,其合力用 P_I 表示; II 段上有 I 段对它的作用力 P_{II} , P_I 与 P_{II} 是作用力与反作用力关系,大小相等、方向相反,计算时只要求出一个即可。然后根据平衡条件便可求出其内力 P_I (或 P_{II})。

上述求内力的截面法可归纳为如下两个步骤:

1) 显示内力。假想地将杆件沿需求内力的截面截开,用内力来代替两部分的相互作用。

2) 确定内力。取其中任一部分为研究对象, 根据平衡条件求出内力。

杆件的强度、刚度和稳定性问题与杆件的内力密切相关, 在今后的学习中, 杆件的内力主要有四种: ①轴力——作用线垂直于杆件横截面且与杆轴线重合的一种内力; ②剪力——作用线与杆件截面相切的一种内力; ③扭矩——其作用面位于杆件横截面内的一个力偶; ④弯矩——其作用面位于垂直杆件截面平面内的一个力偶。

(二) 力系

1. 力系

作用于同一物体上的一群力 (见图 I-1-12)。

2. 等效力系

若作用于物体上的一个力系, 可用另一个力系来代替, 而不改变原力系对物体的作用效应, 则这两个力系互为等效力系。

3. 平衡力系

若物体在一个力系的作用下处于平衡状态, 则此力系称为平衡力系。

4. 合力与分力

若一个力与一个力系等效, 则称该力为此力系的合力, 而力系中的各个力称为此合力的分力。

力是组成力系的一种基本元素。

(三) 静力学基本公理

1. 二力平衡公理

作用于同一刚体上的两个力, 使刚体处于平衡的充分必要条件是: 这两个力大小相等、方向相反、作用线在同一条直线上 (见图 I-1-13)。

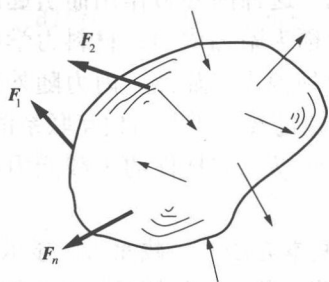


图 I-1-12

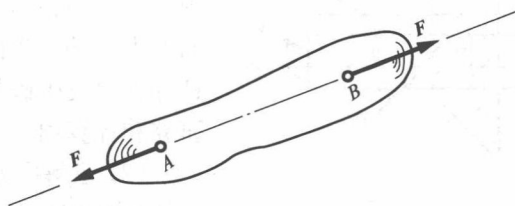


图 I-1-13



注意

这个公理所指出的条件, 对于刚体是充分必要的, 但对于变形固体就不是充分的。例如: 一根柔软绳索的两端承受的是大小相等、方向相反的拉力, 绳索可以保持平衡; 但如果是压力, 绳索则不能保持平衡 (见图 I-1-14)。

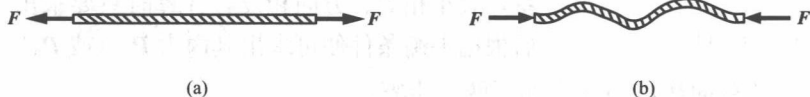


图 I-1-14

2. 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任意一个力系中, 加上或去掉任何一个平衡力系, 不会改变原力系对刚体的作用效应。

该公理的正确性是显而易见的。因为平衡力系中各力对刚体作用的总效应等于零, 它不能改变刚体的平衡或运动的状态。

推论: 力的可传递性原理。

作用于刚体上的力可沿其作用线移动, 而不会改变该力对刚体的作用效应 (见图 I-1-15)。

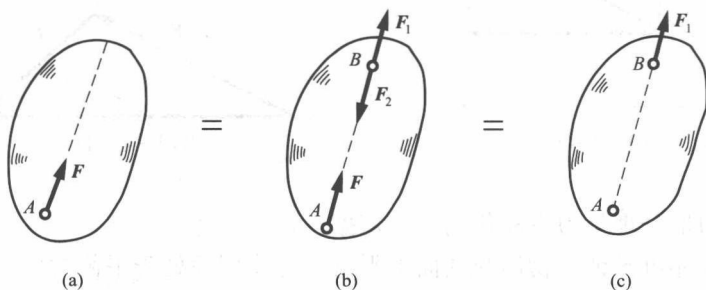


图 I-1-15

证明: 设力 F 作用于刚体的 A 点 [见图 I-1-15 (a)]。在力 F 的作用线上任取一点 B , 加上两个等值、反向、共线的力 F_1 和 F_2 [图 I-1-15 (b)], 并使 $F_1 = -F_2 = F$ 。由加减平衡力系定律可知, 这并不影响原力 F 对刚体作用的效应, 即力系 (F, F_1, F_2) 与原力 F 等效。再在该力系中去掉平衡力系 (F, F_2) , 则剩下的力 F_1 [图 I-1-15 (c)] 与原力 F 等效。这样, 就把原来作用在 A 点的力 F 沿其作用线移动到 B 点。



注意

加减平衡力系公理与力的可传递性原理只适用于刚体, 即在研究刚体的平衡或运动时才是正确的。

3. 力的平行四边形公理

作用于物体上同一点的两个力可以合成为作用于该点的一个合力。合力的大小和方向由这两个力的矢量为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示 (见图 I-1-16)。

这个公理以矢量形式可表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (\text{I-1-1})$$

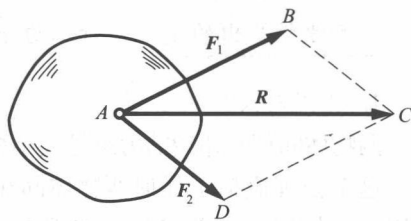


图 I-1-16

即作用于物体上同一点的两个力的合力, 等于这两个力的矢量和。

根据力的平行四边形公理, 两个共点力可以合成为一个力; 反之, 一个已知力也可以分解为在同一平面内的两个分力。但需注意的是把一个已知力分解为两个分力, 有无穷多组解答。在工程力学的计算中, 通常是将力沿已知方向进行分解, 如图 I-1-17 所示, 在直角坐标系 xOy 中, 作用于 A 点的力 F 通常是将其沿 x 轴和 y 轴方向进行分解, 得到两个相互垂直的分力 F_x 和 F_y 。

推论 1 力的三角形法则

从图 I-1-16 可以看出：若从力 F_1 矢量的终点 B 开始作平行于力 F_2 的矢量至 C 点，连接 A 、 C 两点，即可得到合力 R 的矢量 AC （见图 I-1-18），这种求共点两个力的方法称为力的三角形法则。

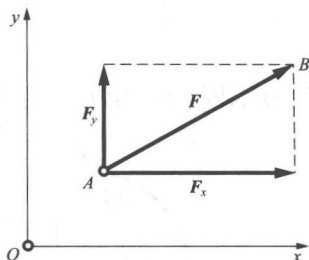


图 I-1-17

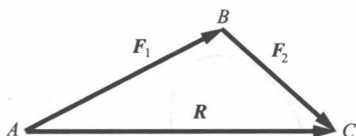


图 I-1-18

力的平行四边形公理是力系简化的主要依据。

应用上述公理还可推证出物体受共面不平行三力作用而处于平衡时的汇交定理。

推论 2 三力平衡汇交定理

刚体受不平行的三个力作用而平衡时，此三力的作用线必共面且汇交于同一点。这一关系称为三力平衡汇交定理。

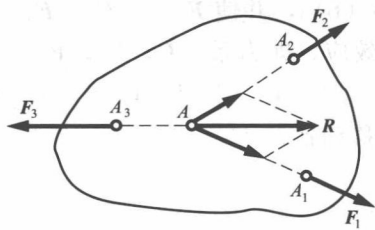


图 I-1-19

证明：如图 I-1-19 所示，设有不平衡的三力 F_1 、 F_2 、 F_3 分别作用在一刚体的三个点 A_1 、 A_2 、 A_3 而平衡。根据力的可传性原理，将力 F_1 、 F_2 移至该两力作用线的交点 A ，并合成合力 R 。由于 F_1 、 F_2 、 F_3 三力互相平衡，故力 R 应与力 F_3 平衡。由二力平衡可知， F_3 与 R 必等值、反向且共线，即 F_3 必与 F_1 、 F_2 共面且通过 F_1 与 F_2 的交点 A 。



注意

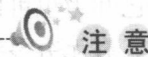
定理所给出的是不平行三力平衡的必要条件，而非充分条件。

4. 作用与反作用公理

两物体间相互作用的力总是大小相等、方向相反、沿同一直线并分别作用在这两个物体上。

这个公理概括了任何两物体间相互作用的关系。对于力学中一切相互作用的现象都普遍适用。有作用力，必定有反作用力；没有反作用力，必定也没有作用力。两者总是同时存在，又同时消失。可见，力也总是成对地出现在两相互作用的物体之间的。

这个公理还使研究一个物体的平衡和运动，推广到由许多物体组成的系统。



注意

尽管作用力与反作用力大小相等，方向相反，沿同一条直线，但它们并不互成平衡力，更不能把这个公理与二力平衡公理混淆起来。

(四) 力矩

从力对物体作用的外部效应来看可表现为两种形式：①力可以使物体产生移动；②力可以使物体产生转动。力使物体产生转动是在很久以前人们在使用杠杆、滑车、绞盘等机械搬运或提升重物时就已形成的一个概念。如图 I-1-20 所示用扳手拧螺母，在扳手的 A 点施一力 F ，将使扳手和螺母一起绕螺钉中心 O （或过 O 点与图示平面垂直的螺钉轴线）转动，也就是说，力有使扳手转动的效应。实践证明，这种转动的效应，不仅与力 F 的大小成正比，而且还与螺钉中心 O 到该力作用线的垂直距离 d 成正比。

1. 定义

如图 I-1-21 所示。用力 F 与 d 的乘积再用适当的正负号来表示力 F 使物体绕 O 点转动的效应，称为力 F 对 O 点的矩，简称力矩。即

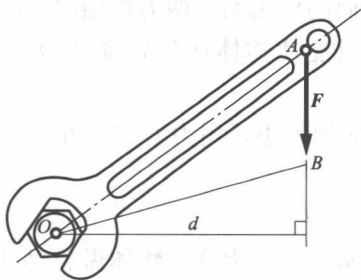


图 I-1-20

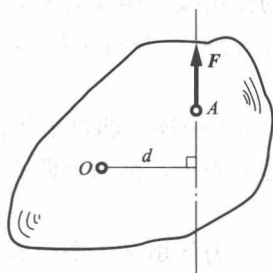


图 I-1-21

$$M_O(F) = \pm F \cdot d \quad (\text{I-1-2})$$

O 点称为矩心。矩心 O 到力 F 作用线的垂直距离 d 称为力臂。

力矩是一个代数量。为区别力 F 使物体转动的转向不同，习惯上规定：若力使物体绕矩心做逆时针转动的取正号，反之取负号。

2. 力矩的单位

在国际单位制中，力矩的单位为牛顿·米 ($\text{N} \cdot \text{m}$)；常用单位为千牛顿·米 ($\text{kN} \cdot \text{m}$)。

(1) 当力 F 的大小等于零或力的作用线通过矩心（即 $d=0$ ）时，力矩等于零。

(2) 矩心可任意选择。一般情况下，同一个力对不同点的力矩不同，因此，不指明矩心来计算力矩是没有意义的。

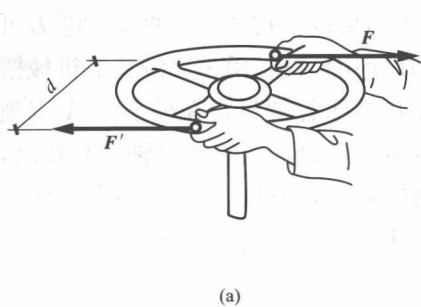
(3) 当力沿其作用线移动时，它对其指定点的矩不变。

(五) 力偶

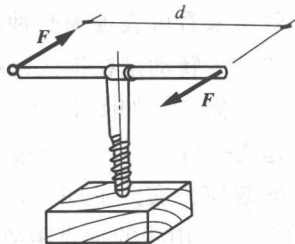
1. 力偶的概念

前面讨论了力使物体绕某一点转动的效应，并由此引出了力矩的概念。当物体受到一对大小相等、方向相反、作用线不在同一条直线上的平行力作用时，物体也将发生转动。例如：在生产和生活中，汽车司机用双手操纵方向盘 [见图 I-1-22 (a)]；木工用丁字头螺丝钻钻孔 [见图 I-1-22 (b)]；人用拇指和食指开关水龙头等都是这种平行力作用的结果。

(1) 定义：由大小相等、方向相反、作用面位于同一平面内的一对平行力所组成的力系称为力偶。通常用符号 m 或 $M(F, F')$ 来表示，如图 I-1-23 所示。



(a)



(b)

图 I-1-22

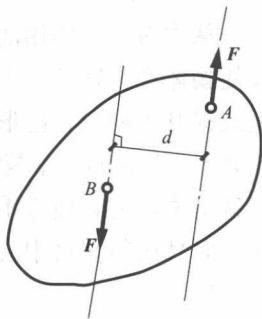


图 I-1-23

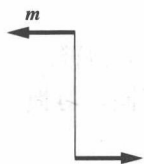
力偶中两力的作用线所构成的平面称为力偶的作用面，两力作用线之间的垂直距离称为力偶臂，用符号 d 表示。力偶对物体的作用只能使物体产生转动效应，而不会产生移动效应。

(2) 力偶矩。为了描述力偶对物体转动效应的大小，用力 F 的大小与力偶臂 d 的乘积并冠以适当的正负号来表示，称为力偶矩 m 。即

$$m = \pm Fd \quad (\text{I-1-3})$$

在平面问题中，力偶矩是一个代数量。通常规定，力偶使物体做逆时针转动的力偶矩取正号，反之取负号。

图 I-1-24 为平面问题中力偶的几种表示方法。



(a)



(b)



(c)

图 I-1-24

力偶矩的单位与力矩的单位相同，即为 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

2. 力偶的三要素

力偶对物体的作用效应由以下三要素决定：①力偶矩的大小；②力偶的转向；③力偶的作用面方位。这三要素称为力偶的三要素。若改变这三要素中的任何一个要素，都会使力偶对物体的作用效应发生改变。

3. 力偶的基本性质

力偶作为一种特殊力系，具有如下重要性质。

(1) 力偶无合力：力偶对物体的作用只有转动效应，而无移动效应。因而力偶没有合力，它不能与一个力等效或平衡。力偶只能用力偶来平衡。

(2) 力偶对其作用面内任一点的力矩，恒等于力偶矩，与矩心位置的选择无关。

证明：如图 I-1-25 所示。设有一力偶 $M(F, F')$ 作用在某一物体上，该力偶的力偶矩 $m = Fd$ 。在力偶的作用面内任取一点 O 为矩心，显然该力偶使物体绕 O 点转动的效应

等于构成该力偶的两个力对 O 点力矩的代数和。若用 x 表示 O 到力 F' 的垂直距离, 则两力对 O 点力矩的代数和为

$$M_O(\mathbf{F}, \mathbf{F}') = F(d+x) - F'x = Fd = m$$

(3) 作用于同一平面内的两个力偶, 如果它们的力偶矩大小相等、力偶的转向相同, 则这两个力偶是等效的。这一关系称为力偶的等效性。

根据力偶的等效性, 还可得出以下两个重要推论。

推论 1 力偶可在其作用面内任意转移, 而不改变它对刚体的转动效应。

推论 2 在保持力偶矩不变的前提下, 可任意改变力偶中力的大小并同时改变力偶臂的长短, 而不会改变它对刚体的转动效应。

同力一样, 力偶也是组成力系的一种基本元素。

(六) 力的平移定理

如图 I-1-26 (a) 所示, 设刚体的点 A 作用着一个力 F , 在此刚体上任取一点 O 。现在来讨论怎样才能把力 F 平移到 O 点, 而不改变其原来的作用效果? 为此, 根据加减平衡力系公理, 在 O 点添加两个等值、反向的力 F' 和 F'' [见图 I-1-26 (b)], 其作用线都与 F 平行, 大小都与 F 相等, 这样并不影响原力 F 对刚体作用的效应。容易看出, 力 F 与 F'' 力构成了一个力偶, 其力偶矩为

$$m = Fd = m_o(\mathbf{F})$$

此外, 尚有作用在 O 点的一个力 F' , 其大小和方向与原力 F 相同 [见图 I-1-26 (c)]。

由此可得力的平移定理: 作用于刚体的力 F , 可以平移至同一刚体的任一点 O , 但必须附加一个力偶, 其力偶矩等于原力 F 对新作用点 O 之矩。

顺便指出, 若依次考察 [见图 I-1-26 (c)、(b)、(a)], 还可以得出这样的结论: 即同一平面内的一个力 F' 与一个力偶矩为 m 的力偶, 总是可以合成为一个大小和方向与原力相同的力 F , 它的作用点 A 到原力作用线的垂直距离为 d 。

$$d = \frac{|m|}{F'} \quad (\text{I-1-4})$$

【例 I-1-1】 试求图 I-1-27 中力 F 及力偶 m 对 A 、 B 两点的矩。已知 $F=200\text{N}$, $m=100\text{N}\cdot\text{m}$ 。

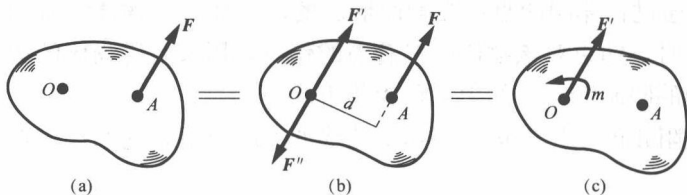


图 I-1-26

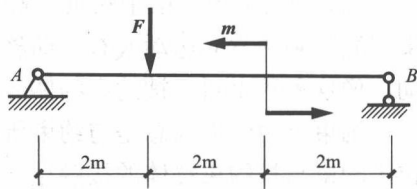


图 I-1-27

解 根据力矩的定义及力偶的性质有

$$m_A(\mathbf{F}) = -2F = -2 \times 200 = -400(\text{N}\cdot\text{m})$$

$$m_B(\mathbf{F}) = 4F = 4 \times 200 = 800(\text{N}\cdot\text{m})$$