



高职高专“十二五”创新型规划教材



建筑工程测量

主编 刘成才 汪荣林



国家行政学院出版社

高职高专“十二五”技能型规划教材

建筑工程测量

主 编 刘成才 汪荣林
副主编 张利健

国家行政学院出版社

图书在版编目(CIP)数据

建筑工程测量/刘成才,汪荣林主编. —北京:国家行政学院出版社,2014.8(2015.1重印)

ISBN 978-7-5150-1279-7

I. ①建… II. ①刘… ②汪… III. ①建筑测量—高等职业教育—教材 IV. ①TU198

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 206510 号

书 名 建筑工程测量
作 者 刘成才 汪荣林
责任编辑 杨逢仪
出版发行 国家行政学院出版社
(北京海淀区长春桥路 6 号 100039)
电 话 (010)68920640 68929037
编 辑 部 (010)68928761 68929009
网 址 <http://ebs.nsa.gov.cn>
经 销 新华书店
印 刷 北京长阳汇文印刷厂
版 次 2014 年 8 月第 1 版
印 次 2015 年 1 月第 2 次印刷
开 本 787mm×1092mm 1/16 开本
印 张 21.25
字 数 518 千字
书 号 ISBN 978-7-5150-1279-7
定 价 42.00 元

前 言

《建筑工程测量》是高职高专建筑工程技术、工程管理等专业的一门主要的专业基础课。该课程重点介绍建筑工程测量的基本知识、测量仪器的使用方法、建筑施工测量和线路施工测量等内容,培养学生的建筑工程测量技能,满足建筑工程施工及管理的能力需求。

本教材内容分为三篇。第一篇(项目一至项目八)为建筑工程测量的基础篇,介绍水准测量、角度测量、距离测量、控制测量及地形图应用等测量基本知识;第二篇(项目九至项目十二)为建筑工程施工测量实用篇,介绍民用建筑、工业建筑、高层建筑施工测量以及建筑物变形观测与竣工测量;第三篇(项目十三)为工程施工测量的能力拓展篇,介绍线路、桥梁、隧道等工程施工测量,可作为建筑工程技术等专业学生能力拓展或道路桥梁工程技术专业学生学习使用。

本教材编写具有如下特色。

(1) 本教材由中州大学和河南省航空物探遥感中心校企合作编写,紧紧结合行业、专业发展前沿技术,重点介绍了目前各国的卫星定位系统和电子地图测绘应用技术等。

(2) 紧扣工程建设状况,选取典型工程案例,与工程测量生产实际紧密结合,强化学生测量技能训练。

(3) 教材结合高职高专教育特色,本着“必需、适度、够用”的原则编写而成,将理论教学和实践教学融为一体,有利于全面提高学生的实践能力。

本教材由中州大学刘成才副教授、江西工程职业学院汪荣林副教授任主编。全书共分13个项目,具体分工为:中州大学刘成才编写项目一、项目三,江西工程职业学院汪荣林编写项目二,河南省航空物探遥感中心的注册测绘师刘善彬编写项目六,福州职业技术学院张利健编写项目八,河南省航空物探遥感中心的胡华宗高级工程师编写项目五,中州大学郭艳坤编写项目十三,中州大学郎凌云编写项目四,中州大学刘瑜编写项目七,河南省省直机关房屋建设开发公司李超编写项目九。

本教材在编写过程中参考了大量相关文献资料及同类教材,在此向这些编者表示衷心感谢。本教材编写期间得到本单位领导和同事的关心,得到国家行政学院出版社的大力支持和帮助,在此深表谢意。

由于编者水平有限,加之时间仓促,书中难免存在不当之处,恳请广大读者批评指正。

编 者

2014年6月

目 录

第一篇 建筑工程测量基础

项目一 建筑工程测量基础知识	(1)
任务一 建筑工程测量的任务及作用	(1)
任务二 地面点定位	(3)
任务三 用水平面代替水准面的限度	(8)
任务四 测量误差的基本知识	(10)
任务五 测量工作的基本原则	(19)
项目二 水准测量	(23)
任务一 水准测量原理	(23)
任务二 水准测量的仪器及工具	(24)
任务三 普通水准测量	(35)
任务四 水准仪检验与校正	(40)
任务五 水准测量误差及其消减方法	(43)
技能训练 等外闭合水准路线测量	(46)
项目三 角度测量	(49)
任务一 角度测量原理	(49)
任务二 经纬仪的构造与使用	(50)
任务三 水平角测量	(63)
任务四 竖直角测量	(67)
任务五 经纬仪的检验与校正	(71)
任务六 水平角度观测误差	(75)
技能训练一 水平角测量任务	(78)
技能训练二 竖直角测量任务	(79)
项目四 距离测量	(83)
任务一 钢尺量距	(83)

任务二 视距测量	(91)
任务三 电磁波测距	(94)
任务四 直线定向	(100)
技能训练一 距离丈量及楼高的测定	(105)
技能训练二 视距测量	(106)
技能训练三 红外测距仪的使用	(107)
项目五 全站仪及其操作	(110)
任务一 全站仪及其辅助设备	(110)
任务二 全站仪的测量原理、基本功能及其操作	(116)
任务三 全站仪的模块测量	(119)
任务四 全站仪测量误差	(122)
技能训练一 全站仪测量点的坐标	(125)
技能训练二 全站仪测设点的位置	(129)
项目六 GNSS 卫星定位系统	(132)
任务一 卫星定位系统概述	(132)
任务二 GPS 全球定位系统的组成	(133)
任务三 GPS 坐标系统及 GPS 定位原理	(135)
任务四 GPS 测量的实施	(140)
任务五 常规 RTK 技术	(145)
任务六 CORS 技术应用	(148)
任务七 中海达 RTK 在 CORS 系统中的应用简介	(149)
技能训练 GPS 的认识与使用	(153)
项目七 小地区控制测量	(156)
任务一 小地区控制测量基本概念	(156)
任务二 导线测量	(160)
任务三 交会测量	(167)
任务四 高程控制测量	(171)
任务五 三角高程测量	(173)
技能训练 闭合导线测量	(175)
项目八 大比例尺地形图测绘及应用	(180)
任务一 地形图的比例尺	(180)
任务二 地形图的分幅和编号	(182)
任务三 地形图图外注记	(183)

任务四 大比例尺地形图图式	(185)
任务五 地貌符号——等高线	(186)
任务六 大比例尺地形图的测绘	(191)
任务七 大比例尺地形图的应用	(194)
技能训练 道路横断面测量	(203)

第二篇 建筑工程施工测量实用

项目九 建筑施工测量基本知识	(206)
任务一 建筑施工测量概述	(206)
任务二 测设的基本工作	(208)
任务三 点的平面位置的测设	(213)
任务四 建筑施工控制测量	(215)
技能训练一 平面点位的测设	(219)
技能训练二 高程及坡度线的测设	(220)
项目十 民用建筑工程施工测量	(223)
任务一 施工测量概述	(223)
任务二 建筑物的定位和放线	(226)
任务三 基础施工测量	(229)
任务四 主体施工测量	(231)
任务五 高层建筑施工测量	(232)
技能训练一 一个测站上碎部测量	(238)
技能训练二 测设点的平面位置和高程	(240)
项目十一 工业建筑施工测量	(242)
任务一 工业建筑控制网的测设	(242)
任务二 厂房柱列轴线的测设和柱基施工测量	(243)
任务三 工业厂房构件的安装测量	(245)
任务四 烟囱、水塔施工放样	(248)
技能训练 建筑物轴线放样	(250)
项目十二 建筑物变形观测和竣工平面图编绘	(252)
任务一 建筑物变形观测概述	(252)
任务二 建筑物的沉降观测	(254)
任务三 建筑物的倾斜观测	(257)
任务四 建筑物的裂缝和位移观测	(259)

任务五 竣工总平面图的编绘	(261)
技能训练 高层建筑物沉降监测及其数据处理	(263)

第三篇 工程施工测量能力拓展

项目十三 线路与桥梁工程施工测量	(265)
任务一 线路工程测量概述	(265)
任务二 线路中线测量	(267)
任务三 线路纵横断面测量	(275)
任务四 道路施工测量	(284)
任务五 管道施工测量	(287)
任务六 隧道施工测量	(291)
任务七 桥涵施工测量	(303)
技能训练一 圆曲线的测设	(322)
技能训练二 基平测量	(323)
技能训练三 中平测量	(325)
技能训练四 道路施工测量	(326)
技能训练五 桥涵放样测量	(327)
附：某大桥测量实施方案（示例）	(328)
参考文献	(332)

第一篇 建筑工程测量基础

项目一 建筑工程测量基础知识

学习目标

1. 了解建筑工程测量的基本任务；
2. 掌握地面点位的表示方法；
3. 理解水平面代替水准面的适用条件；
4. 掌握测量误差的分类、产生原因及衡量精度的指标。

任务一 建筑工程测量的任务及作用

一、测量学概念

测量学(surveying)是研究如何确定地球表面上点的位置,如何将地球表面的地物、地貌、行政和权属界限测绘成图,如何确定地球形状和大小,以及将规划设计的点和线在实地上定位的科学。

按研究范围和对象不同,测量学分为如下几个分支学科。

(1) 大地测量学。大地测量学是研究测定地球的形状、大小和地球重力场的测量方法、分布情况及其应用的学科。

(2) 摄影测量与遥感学。摄影测量与遥感学是研究利用电磁波传感器测定目标物的影像数据,从中提取语义和非语义的信息,并利用图形、图像和数字形式表达目标物空间分布及相互关系的科学。

(3) 地图制图学与地理信息工程。地图制图学与地理信息工程是研究利用地图图形科学地、抽象概括地反映自然界和人类社会各种现象的空间分布、相互关系及其动态变化,

并对空间信息进行获取、智能抽象、存储、管理、分析、可视化及其应用的科学。

(4) 工程测量学。工程测量学是研究测量、制图的理论、技术在工程建设中的应用。包括控制测量、地形测绘、施工放样、变形检测理论与技术。工程测量学是测绘科学技术在国民经济和国防建设中的直接应用。

(5) 地籍测量学。地籍测量学是调查和测定土地及其上附着物的权属、位置、质量、数量和利用现状等基本状况的科学。地籍测量为土地和房屋管理、城乡规划、税收、土地整理等方面提供重要的基础资料。主要内容包括地籍控制测量,地籍图绘制,界址点坐标值及权属范围的面积计算,调查权属主姓名、住址、土地利用现状、类别和等级,房产情况等。

二、建筑工程测量的任务

人类在地球上的生存、发展离不开点位置的确定,离不开边界点、边界线的确定,离不开这些场所的面积以及建筑工程的位置测定。测量科学正是适应人类生存、发展的需要和建筑工程建设的定位技术需求而发展起来的。建筑工程测量的任务主要包括测绘和测设两部分。

(1) 测绘是指使用测量仪器和工具,通过实地测量和计算得到一系列测量信息,把地球表面的地形绘成地形图或编制成数据资料,供经济建设、规划设计、科学研究和国防建设使用。

(2) 测设是把图纸上规划设计好的建筑物、构筑物的位置在地面上用特定的方式标定出来,作为施工的依据,又称施工放样。

三、建筑工程测量的作用

建筑工程测量包括建筑工程在规划设计、施工建筑和运营管理阶段所进行的各种测量工作。在不同的领域中,测量工作的内容和步骤也是不同的。

(1) 规划设计阶段。在该阶段运用各种测量仪器和工具,通过实地测量和计算,把小范围内地面上的地物、地貌按一定的比例尺测绘出地形图,为规划设计提供各种比例尺的地形图和测绘资料。在工程设计中,从地形图上获取设计所需要的资料。例如,点的坐标和高程、两点间的水平距离、地块的面积、地面的坡度、地形的断面并进行地形分析等。

(2) 施工建筑阶段。在该阶段将图纸上设计好的建筑物或构筑物的平面位置和高程,按设计要求在实地用桩点或线条标定出来,作为施工的依据;在施工过程中,要进行各种施工测量工作,以保证所建工程符合设计要求。

(3) 运营管理阶段。工程完工后,要测绘竣工图,供日后扩建、改建、维修和城市管理使用。对重要建筑物或构筑物,在建设中和建成以后都需要定期进行变形观测,监测建筑物或构筑物的水平位移和垂直沉降,了解建筑物或构筑物的变形规律,以便采取措施,保证建筑物的安全。

由此可见,测量工作贯穿于工程建设的始终。作为一名工程技术人员,既要熟练掌握传统的测绘理论与方法,也要努力学习和掌握成熟的测绘新技术。例如,数字测图、全站仪和GPS测量及计算机数据处理等,并将其应用到土木工程建设的生产实践中,只有这样,才能担负起工程规划设计、施工建筑和运营管理等各个阶段的任务,才能使自己在激烈的市场竞争中立于不败之地。

任务二 地面点定位

一、地球的形状和大小

测量工作是在地球表面进行的,而地球自然表面很不规则,有高山、丘陵、平原和海洋。其中最高的珠穆朗玛峰高度为 8 844.43 m,最低的马里亚纳海沟低于海平面达 11 022 m。但是这样的高低起伏,相对于地球半径 6 371 km 来说还是很小的。

海洋约占整个地球表面的 71%,因此,人们把海水所包围的地球形体看作地球的形状。由于地球的自转运动,地球上任一点都要受到离心力和地球引力的双重作用,这两个力的合力称为重力,重力的方向线称为铅垂线。铅垂线是测量工作的基准线。静止的水面称为水准面,水准面是受地球重力影响而形成的,是一个处处与重力方向垂直的连续曲面,并且是一个重力场的等位面。与水准面相切的平面称为水平面。水面可高可低,因此符合上述特点的水准面有无数个,其中与平均海水面吻合并向大陆、岛屿内延伸而形成的闭合曲面称为大地水准面,如图 1-1 所示。大地水准面是测量工作的基准面。由大地水准面所包围的地球形体称为大地体,如图 1-2 所示。

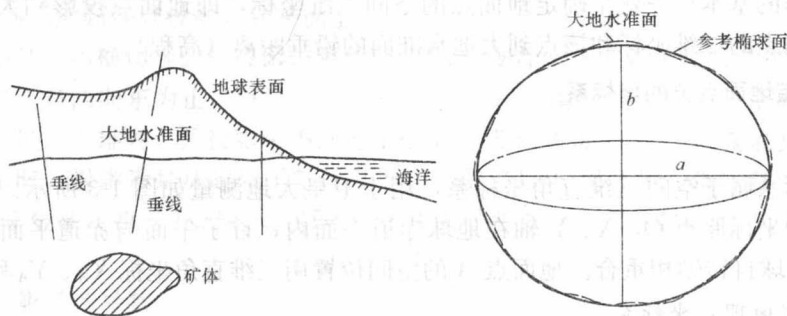


图 1-1 大地水准面

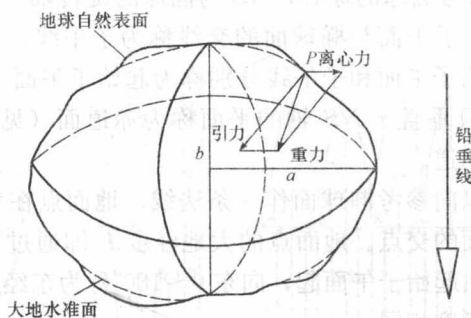


图 1-2 地球上各种面线之间的关系 (大地体)

用大地体表示地球体形是恰当的,但由于地球内部质量分布不均匀,引起铅垂线的方向产生不规则的变化,致使大地水准面成为一个复杂的曲面,无法在这曲面上进行测量数据的处理。为了使用方便,通常用一个非常接近于大地水准面,并可用数学式表示的几何形体(即地球椭球)来代替地球的形状作为测量计算工作的基准面,称为参考椭球面。由于椭球是一个椭圆绕其短轴旋转而成的形体,故地球椭球又称为旋转椭球,可以用数学公式表示为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (1-1)$$

旋转椭球体由长半径 a (或短半径 b) 和扁率 α 所决定,扁率 α 由下式计算。

$$\alpha = \frac{a-b}{a} \quad (1-2)$$

我国目前采用的 1980 年国家大地坐标系是采用 1975 年第 16 届国际大地测量与地球物理联合会 (IUGG) 的推荐参数 (IAG-75: 元素值为长半径 $a=6\,378\,140\text{ m}$, 短半径 $b=6\,356\,755.288\text{ m}$, 扁率 $\alpha=1/298.257$), 并选择陕西泾阳县永乐镇某点为大地原点,进行了大地定位。由于地球椭球的扁率很小,因此当测区范围不大时,可近似地把地球椭球作为圆球,其半径为 $6\,371\text{ km}$ 。

二、地面点位的表示方法

测量工作的基本任务就是确定地面点的空间三维坐标,即地面点投影到大地水准面或某一平面得到点的二维坐标和该点到大地水准面的铅垂距离(高程)。

(一) 确定地面点位的坐标系

1. 地心坐标系

地心坐标系属于空间三维直角坐标系,用于卫星大地测量如图 1-3 所示。地心坐标系取地球质心为坐标原点 O , X 、 Y 轴在地球赤道平面内,首子午面与赤道平面的交线为 X 轴, Z 轴与地球自转轴相重合。地面点 A 的空间位置用三维直角坐标 X_A 、 Y_A 和 Z_A 表示。

2. 大地(地理)坐标系

大地坐标系是建立在地球椭球面上的坐标系,地球椭球面和法线是大地地理坐标系的主要面和线,地面点的大地坐标是它沿法线在地球椭球面上投影点的经度 L 和纬度 B 。

如图 1-4 所示, O 为参考椭球的球心, NS 为椭球的旋转轴,通过该轴的平面称为子午面(如图中的 $NPCS$ 面)。子午面与椭球面的交线称为子午线,又称为经线,其中通过英国伦敦原格林尼治天文台的子午面和子午线分别称为起始子午面(见图中的 $NGDS$ 面)和起始子午线。通过球心 O 且垂直于 NS 轴的平面称为赤道面(见图中的 $WDCE$),赤道面与参考椭球面的交线称为赤道。

从地面上任一点都可以向参考椭球面作一条法线,地面点在参考椭球面上的投影即通过该点的法线与参考椭球面的交点。地面点的大地经度 L 即通过参考椭球面上某点的子午面与起始子午面的夹角。由起始子午面起,向东 $0\sim 180^\circ$ 称为东经,向西 $0\sim 180^\circ$ 称为西经。同一子午线上各点的大地经度相同。

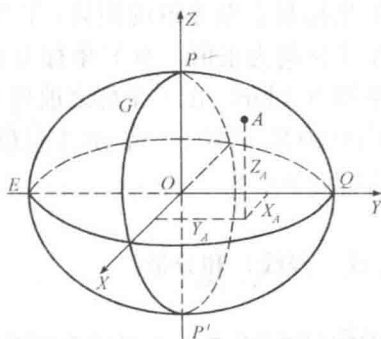


图 1-3 地心坐标系

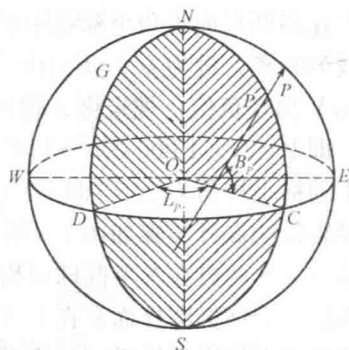


图 1-4 大地坐标系

大地纬度 B 即参考椭球面上某点的法线与赤道面的夹角。从赤道面起, 向北 $0 \sim 90^\circ$ 称为北纬, 向南 $0 \sim 90^\circ$ 称为南纬。纬度相同的点的连线称为纬线, 它平行于赤道。地面点的大地经度和大地纬度可以通过大地测量的方法确定。

中国位于地球的东北半球, 因此所有地面点的经度和纬度均为东经和北纬。例如, 河南某点的大地坐标为东经 $114^\circ 19'$, 北纬 $34^\circ 48'$ 。

3. 高斯平面直角坐标系

工程建设在地球曲面上完成, 工程设计均在平面上进行。平面与曲面必然有矛盾。高斯平面直角坐标系是一种应用广泛的坐标系统, 可以解决这类问题。为了简化计算, 要将(椭)球面上的元素归算(投影)到平面上。

高斯投影是等角横切圆柱投影。将地球每隔 3° 或者 6° 分成若干投影带进行高斯投影, 以赤道为 y 轴, 自西向东为正; 以中央子午线为 x 轴, 自南向北为正; 四个象限按顺时针顺序 I、II、III、IV 排列。按投影带不同通常分为 6° 带和 3° 带。

按 6° 分带时, 投影带是从起始子午线开始, 每隔经度 6° 划分为一带, 自西向东将整个地球划分为 60 个带, 如图 1-5 所示。任意带的中央子午线经度 L_0 可按式计算。

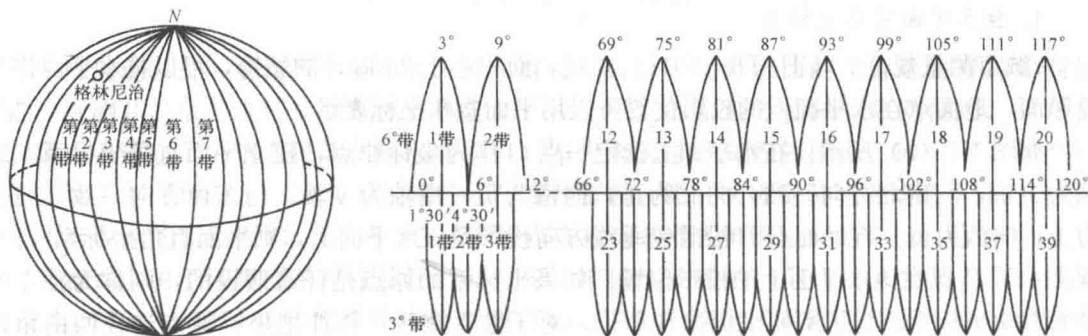
$$L_0 = 6N - 3 \quad (1-3)$$

式中, N 为投影带的号数。

当采用 3° 分带投影法时, 从东经 $1^\circ 30'$ 起, 自西向东每隔经差 3° 划分一带, 将整个地球划分为 120 个带, 如图 1-5 所示。每带中央子午线的经度 L'_0 可按式计算。

$$L'_0 = 3 \times n \quad (1-4)$$

式中, n 为三度带的号数。

图 1-5 6° 带和 3° 带的投影

对于点在高斯平面直角坐标系中的坐标值, X 坐标是点至赤道的距离, Y 坐标是点至中央子午线的距离, 设为 y' 。我国位于北半球, X 坐标均为正值, 而 Y 坐标有正有负。为避免横坐标 Y 出现负值, 规定将 x 轴向左 (西) 平移 500 km, 在 Y 坐标之前加上带号而得到坐标值, 即 $Y = N \times 1\,000\,000 + 500\,000 + y'$ 。 $Y_A = 20\,225\,760$ m, 表示 A 点位于第 20 带内, 其真正的横坐标值为 $225\,760 - 500\,000 = -274\,240$ m。

高斯投影带的展开步骤如图 1-6 所示。

- (1) 沿 N 、 S 两极在参考椭球面均匀标出子午线 (经线) 和分带。
- (2) 假想一个横椭圆柱面套在参考椭球面上。
- (3) 地球表面投影到横椭圆柱面上, 取出地球的投影后剪开压平形成高斯平面投影带。

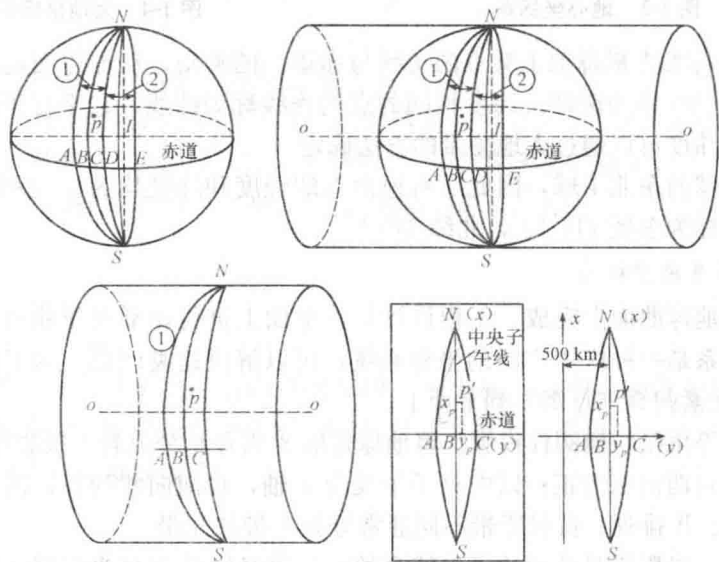


图 1-6 高斯投影带的展开步骤

这样建立的高斯平面坐标具有以下特点。

- (1) 投影后的中央子午线 NBS 是直线, 长度不变。
- (2) 投影后的赤道 ABC 是直线, 保持 $ABC \perp NBS$ 。
- (3) 离开中央子午线的子午线投影是以二极为终点的弧线, 离中央子午线越远, 弧线的曲率越大, 说明离中央子午线越远投影变形越大。

4. 独立平面直角坐标系

《城市测量规范》(CJJ/T8-2011) 规定, 面积小于 25 km^2 的城镇, 可以将水平面作为投影面, 地面点在水平面上的投影位置可以用平面直角坐标表示。

如图 1-7 (b) 所示, 在水平面上选定一点 O 作为坐标原点, 建立平面直角坐标系。纵轴为 x 轴, 与南北方向一致, 向北为正, 向南为负; 横轴为 y 轴, 与东西方向一致, 向东为正, 向西为负。将地面点 P 沿着铅垂线方向投影到该水平面上, 则平面直角坐标系 x 、 y 就表示了 P 点在该水平面上的投影位置。如果坐标系的原点是任意假设的, 则称为独立的平面直角坐标系。为了不使坐标出现负值, 对于独立测区, 往往把坐标原点选在西南角以外的适当位置。

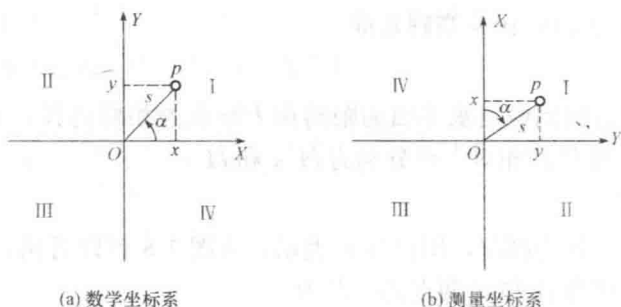


图 1-7 数学坐标系与测量坐标系

对于地面点的平面直角坐标,可以通过观测有关的角度和距离,通过计算的方法确定。测量上采用的平面直角坐标系与数学中的平面直角坐标系从形式上看是不同的。这是由于中国在测量上所用的方向是从北方向(纵轴方向)起按顺时针方向以角度计值,同时它的象限划分也是按顺时针方向编号的,因此它与数学上的平面直角坐标系(角值从横轴正方向起按逆时针方向记值,象限按逆时针方向编号)没有本质的区别,所以数学上的三角函数计算公式可不加任何改变地直接应用在测量的计算中。

(二) 地面点的高程

1. 绝对高程

地面点沿铅垂线方向至大地水准面的距离称为绝对高程,亦称为海拔。高程和高差之间的相互关系如图 1-8 所示,图中,地面点 A 和 B 的绝对高程分别为 H_A 和 H_B 。

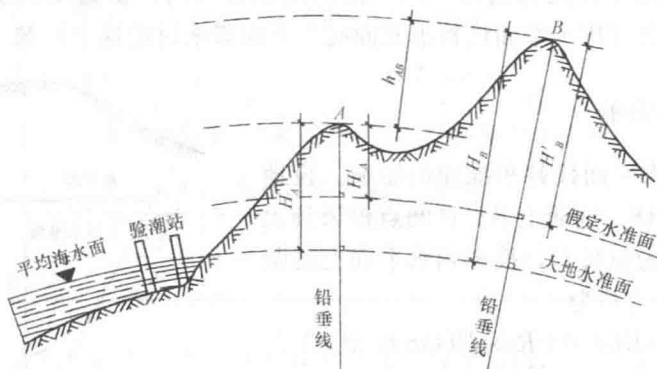


图 1-8 高程和高差之间的相互关系

中国规定以黄海平均海水面作为大地水准面。黄海平均海水面的位置是由青岛验潮站对潮汐观测井的水位进行长期观测而确定的。由于平均海水面不便随时联测使用,故在青岛观象山上建立了中华人民共和国水准原点,作为全国推算高程的依据。1956 年,验潮站根据连续 7 年(1950—1956 年)的潮汐水位观测资料,第一次确定黄海平均海水面的位置,测得水准原点的高程为 72.289 m。按这个原点高程为基准去推算全国的高程,称为 1956 年黄海高程系。由于该高程系存在验潮时间过短、准确性较差的问题,后来验潮站又根据连续 28 年(1952—1979 年)的潮汐水位观测资料,进一步确定了黄海平均海水面的精确位置,再次测得水准原点的高程为 72.260 4 m。1985 年决定启用这一新的原点高程作为全国

推算高程的基础,称为 1985 国家高程基准。

2. 相对高程

地面点沿铅垂线方向到假定水准面的距离称为该点的相对高程,亦称为假定高程。在图 1-8 中,地面点 A 和 B 的相对高程分别为 H'_A 和 H'_B 。

3. 两点间的高差

两点间的高程之差称为高差,用符号 h 表示。从图 1-8 可以看出, A 和 B 两点的高差与高程起算面无关。所有 A 和 B 两点的高差为

$$h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A \quad (1-5)$$

高差的方向相反时,其绝对值相等而符号相反,即

$$h_{AB} = -h_{BA} \quad (1-6)$$

测量工作中,一般采用绝对高程,只有在偏僻地区没有已知绝对高程引测点时,才采用相对高程。

综上所述,地面点位的确定需进行角度测量、距离测量和高程测量三项基本测量工作。

任务三 用水平面代替水准面的限度

当测区范围较小时,可以用水平面代替水准面,即以平面代替曲面。这样的替代可以使测量的计算和绘图工作大为简化。但当测区范围较大时,就必须顾及地球曲率的影响。那么多大范围内才允许用水平面代替水准面呢?下面就来讨论这个问题。

一、对距离的影响

图 1-9 所示为水平面代替水准面的影响。设地球是半径为 R 的圆球,地面上 A、B 两点投影到大地水准面上的距离为弧长 D ,投影到水平面上的距离为 D' ,显然两者之差为

$$\Delta D = D' - D = R \tan \theta - R \theta = R(\tan \theta - \theta) \quad (1-7)$$

式中, θ 为弧长 D 所对应的圆心角。

将 $\tan \theta$ 用级数展开并忽略高阶无穷小得

$$\tan \theta = \theta + \frac{1}{3}\theta^3 + \dots = \theta + \frac{1}{3}\theta^3$$

$$\text{又因为 } \theta = \frac{D}{R}$$

则

$$\Delta D = \frac{D^3}{3R^2} \quad (1-8)$$

距离相对误差为

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{D^2}{3R^2} \quad (1-9)$$

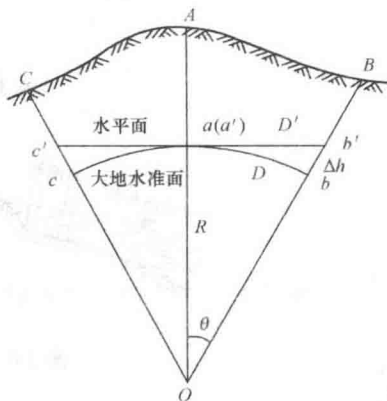


图 1-9 水平面代替水准面的影响

以 $R=6\,371\text{ km}$ 和不同的 D 值分别代入式 (1-8) 和式 (1-9), 得出地球曲率对水平距离误差以及对距离相对误差的影响结果列于表 1-1。

表 1-1 地球曲率对水平距离的影响

距离 D/km	距离误差 $\Delta D/\text{mm}$	相对误差 $\Delta D/D$
10	8	1 : 1 250 000
25	128	1 : 200 000
50	1 026	1 : 49 000
100	8 212	1 : 12 000

从表 1-1 可以看出, 当 $D=10\text{ km}$ 时, 所产生的相对误差为 1 : 1 250 000, 这样小的误差, 对精密量距来说也是允许的。因此, 在以 10 km 为半径的圆面积之内进行距离测量时, 可以把水准面当作水平面, 即可不考虑地球曲率对距离的影响。

二、对高程的影响

在图 1-9 中, 地面上点 B 的高程应是铅垂距离 bB , 如果用水平面作基准面, 则 B 点的高程为 $b'B$, 两者之差 Δh 即为对高程的影响。从图中可得

$$\Delta h=bB-b'B=Ob'-Ob=R\sec\theta-R=R(\sec\theta-1) \tag{1-10}$$

将 $\sec\theta$ 展开成级数: $\sec\theta=1+\frac{1}{2}\theta^2+\frac{5}{24}\theta^4+\cdots$; 因 θ 角很小, 因此只取其前两项代入式 (1-10), 又因 $\theta=\frac{D}{R}$, 则得

$$\Delta h=R(1+\frac{1}{2}\theta^2-1)=R\times\frac{1}{2}\theta^2=\frac{D^2}{2R} \tag{1-11}$$

取 $R=6\,371\text{ km}$, 用不同的距离 D 代入式 (1-14), 便得表 1-2 所示的结果。

表 1-2 地球曲率对高差的影响

距离 D/km	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1	2	5	10
$\Delta h/\text{mm}$	0.8	3	7	13	20	78	314	1 962	7 848

由表 1-2 可知, 以水平面代替水准面, 在 0.2 km 的距离内高差误差就有 3 mm 。因此在进行高程测量时, 即使距离很短, 也应顾及地球曲率对高程的影响。对高程的影响采用中间法消除。

三、对水平角的影响

由球面三角学可知, 同一空间多边形在球面上投影的各内角和, 比在平面上投影的各内角和大一个球面角超值 ϵ 。

$$\epsilon=\rho\frac{P}{R^2} \tag{1-12}$$

式中, ϵ 为球面角超值, ($''$); P 为球面多边形的面积, km^2 ; R 为地球半径, km ; ρ 为弧度的秒值, $\rho=206\,265''$ 。