

数学建模系列丛书

Mathematical Modeling Algorithms and Applications

数学建模 算法与应用 习题解答

(第2版)

司守奎 等编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

数学建模算法与应用 习题解答 (第2版)

司守奎 孙奎菁 张德存 周刚 韩庆龙 编著



国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书是国防工业出版社出版的《数学建模算法与应用(第2版)》的配套书籍。本书给出了《数学建模算法与应用(第2版)》中全部习题的解答及程序设计,另外针对选修课的教学内容,又给出一些补充习题及解答。

本书的程序来自于教学实践,有许多经验心得体现在编程的技巧中。这些技巧不仅实用,也很有特色。书中提供了全部习题的程序,可以将这些程序直接作为工具箱来使用。

本书可作为讲授数学建模课程和辅导数学建模竞赛的教师的参考资料,也可作为《数学建模算法与应用(第2版)》自学者的参考书,也可供参加数学建模竞赛的本科生和研究生以及科技工作者使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模算法与应用习题解答/司守奎等编著.—2版.
—北京:国防工业出版社,2015.8
ISBN 978-7-118-10360-1

I. ①数... II. ①司... III. ①数学模型—高等学校—题解 IV. ①O141.4-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第171898号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 10 $\frac{3}{4}$ 字数 247 千字

2015年8月第2版第1次印刷 印数 1—4000册 定价 26.00元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前 言

本书是国防工业出版社出版的《数学建模算法与应用(第2版)》的配套书籍。《数学建模算法与应用(第2版)》的前7章和后3章可以作为选修课的讲授内容,其余部分可以作为数学建模竞赛的培训内容。在第一版的基础上,对书中的错误进行修正,由于软件升级,对书中全部程序都进行了更新。

习题是消化领会教材和巩固所学知识的重要环节,是学习掌握数学建模理论和方法不可或缺的手段。学习数学建模的有效方法之一是实例研究,实例研究需要亲自动手,认真做一些题目,包括构造模型、设计算法、上机编程求解模型。书中提供了全部习题的程序,因而读者不仅可以从中学到解题的方法,还可以将这些程序直接作为工具箱来使用。

对于数学建模的一些综合性题目,本书提供的解答可以作为参考,因为这类题目的解答是不唯一的。作为读者,应该努力开发自己的想象力和创造力,争取构造有特色的模型。希望学习数学建模的读者,对于这部分综合性题目不要先看本书给出的解答,可以等自己做出来之后,再与本书解答比较。

由于作者水平有限,书中难免有不妥和错误之处,恳请广大读者批评指正。

最后,十分感谢国防工业出版社对本书出版所给予的大力支持,尤其是责任编辑丁福志的热情支持和帮助。

需要本书源程序电子文档的读者,可以在国防工业出版社网站 www.ndip.cn 下载,也可以电子邮件联系索取:896369667@qq.com, sishoukui@163.com。

目 录

第 1 章	线性规划习题解答	1
第 2 章	整数规划习题解答	14
第 3 章	非线性规划习题解答	27
第 4 章	图与网络模型及方法习题解答	34
第 5 章	插值与拟合习题解答	57
第 6 章	微分方程建模习题解答	65
第 7 章	数理统计习题解答	82
第 8 章	时间序列习题解答	86
第 9 章	支持向量机习题解答	101
第 10 章	多元分析习题解答	105
第 11 章	偏最小二乘回归分析习题解答	129
第 12 章	现代优化算法习题解答	135
第 13 章	数字图像处理习题解答	142
第 14 章	综合评价与决策方法习题解答	146
第 15 章	预测方法习题解答	152
第 16 章	目标规划习题解答	161
参考文献		167

第 1 章 线性规划习题解答

1.1 分别用 Matlab 和 Lingo 求解下列线性规划问题:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 3x_1 - x_2 - x_3, \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 11, \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 3, \\ -2x_1 + x_3 = 1, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

解 (1) 求解的 Matlab 程序如下:

```
clc, clear
c=[3 -1 -1]';
a=[1 -2 1; 4 -1 -2]; b=[11, -3]';
aeq=[ -2 0 1]; beq=1;
[x,y]=linprog(-c,a,b,aeq,beq,zeros(3,1))
y = -y % 换算到目标函数极大化
```

求得

$$x_1 = 4, x_2 = 1, x_3 = 9, z = 2.$$

(2) 求解的 Lingo 程序如下:

```
model:
sets:
col 1..3 /:c,x;
row 1..2 /:b;
links(row,col):a;
endsets
data:
c=3 -1 -1;
a=1 -2 1 4 -1 -2;
b=11 -3;
enddata
max=@sum(col:c*x);
@for(row(i):@sum(col(j):a(i,j)*x(j))<b(i));
-2*x(1)+x(3)=1;
end
```

1.2 分别用 Matlab 和 Lingo 求解下列规划问题:

$$\begin{aligned} \min z &= |x_1| + 2|x_2| + 3|x_3| + 4|x_4|, \\ \text{s. t. } &\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -\frac{1}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

解 先把模型做变量替换,化成线性规划模型,详细内容参见本章例 1.4。

(1) 求解的 Matlab 程序如下:

```
clc, clear
c=1:4; c=[c,c]';
aeq=[1 -1 -1 1; 1 -1 1 -3; 1 -1 -2 3];
beq=[0 1 -1/2];
aeq=[aeq, -aeq];
[uv, val]=linprog(c, [], [], aeq, beq, zeros(8,1))
x=uv(1:4) - uv(5:end)
```

求得

$$x_1 = 0.25, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = -0.25, z = 1.25.$$

(2) 使用 Lingo 软件求解时, Lingo 软件会自动线性化, 计算的 Lingo 程序如下:

```
model:
sets:
col/1..4/:c,x;
row/1..3/:b;
links(row,col):a;
endsets
data:
c=1 2 3 4;
a=1 -1 -1 1 1 -1 1 -3 1 -1 -2 3;
b=0 1 -0.5;
enddata
min=@sum(col:c*@abs(x));
@for(row(i):@sum(col(j):a(i,j)*x(j))=b(i));
@for(col:@free(x)); ! x 的取值可正可负;
end
```

1.3 某厂生产三种产品 I, II, III。每种产品要经过 A, B 两道工序加工。设该厂有两种规格的设备能完成 A 工序, 它们以 A_1, A_2 表示; 有三种规格的设备能完成 B 工序, 以 B_1, B_2, B_3 表示。产品 I 可在 A, B 任何一种规格设备上加工。产品 II 可在任何规格的 A 设备上加工, 但完成 B 工序时, 只能在 B_1 设备上加工; 产品 III 只能在 A_2 与 B_2 设备上加工。已知在各种机床设备的单件工时、原材料费、产品销售价格、各种设备有效台时以及满负荷操作时机床设备的费用如表 1.1 所列, 求安排最优的生产计

划, 使该厂利润最大。

表 1.1 生产的相关数据

设备	产 品			设备有效台时	满负荷时的 设备费用/元
	I	II	III		
A ₁	5	10		6000	300
A ₂	7	9	12	10000	321
B ₁	6	8		4000	250
B ₂	4		11	7000	783
B ₃	7			4000	200
原料费/(元/件)	0.25	0.35	0.50		
单 价/(元/件)	1.25	2.00	2.80		

解 对产品I来说, 设以 A₁, A₂ 完成 A 工序的产品分别为 x₁, x₂ 件, 转入 B 工序时, 以 B₁, B₂, B₃ 完成 B 工序的产品分别为 x₃, x₄, x₅ 件; 对产品II来说, 设以 A₁, A₂ 完成 A 工序的产品分别为 x₆, x₇ 件, 转入 B 工序时, 以 B₁ 完成 B 工序的产品为 x₈ 件; 对产品III来说, 设以 A₂ 完成 A 工序的产品为 x₉ 件, 则以 B₂ 完成 B 工序的产品也为 x₉ 件。由上述条件, 得

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4 + x_5,$$

$$x_6 + x_7 = x_8.$$

由题目所给的数据可建立如下线性规划模型:

$$\begin{aligned} \min z = & (1.25 - 0.25)(x_1 + x_2) + (2 - 0.35)x_8 + (2.8 - 0.5)x_9 \\ & - \frac{300}{6000}(5x_1 + 10x_6) - \frac{321}{10000}(7x_2 + 9x_7 + 12x_9) \\ & - \frac{250}{4000}(6x_3 + 8x_8) - \frac{783}{7000}(4x_4 + 11x_9) - \frac{200}{4000} \times 7x_5, \end{aligned}$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} 5x_1 + 10x_6 \leq 6000, \\ 7x_2 + 9x_7 + 12x_9 \leq 10000, \\ 6x_3 + 8x_8 \leq 4000, \\ 4x_4 + 11x_9 \leq 7000, \\ 7x_5 \leq 4000, \\ x_1 + x_2 = x_3 + x_4 + x_5, \\ x_6 + x_7 = x_8, \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 9. \end{cases}$$

求解的 Lingo 程序如下:

```
model:
sets:
product 1..3 /:a,b;
row 1..5 /:c,d,y; ! y 为中间变量;
num 1..9 /:x;
```



```

endsets
data:
a = 0.25 0.35 0.5;
b = 1.25 2 2.8;
c = 6000 10000 4000 7000 4000;
d = 300 321 250 783 200;
enddata
max = (b(1) - a(1)) * (x(1) + x(2)) + (b(2) - a(2)) * x(8) + (b(3) - a(3)) * x(9) -
@sum(row: d/c * y);
y(1) = 5 * x(1) + 10 * x(6); ! 写出中间变量之间的关系;
y(2) = 7 * x(2) + 9 * x(7) + 12 * x(9);
y(3) = 6 * x(3) + 8 * x(8);
y(4) = 4 * x(4) + 11 * x(9);
y(5) = 7 * x(5);
@for(row: y < c); ! 写出不等式约束;
x(1) + x(2) = x(3) + x(4) + x(5); ! 写出等式约束;
x(6) + x(7) = x(8);
end

```

求得最优解为

$$x_1 = 1200, x_2 = 230.0493, x_3 = 0, x_4 = 858.6207, \\ x_5 = 571.4286, x_6 = 0, x_7 = 500, x_8 = 500, x_9 = 324.1379.$$

最优值为 $z = 1146.567$ 元。

该题实际上应该为整数规划问题(Lingo 程序中加约束@for(num:@gin(x));)。对应整数规划的最优解为

$$x_1 = 1200, x_2 = 230, x_3 = 0, x_4 = 859, \\ x_5 = 571, x_6 = 0, x_7 = 500, x_8 = 500, x_9 = 324.$$

最优值为 $z = 1146.414$ 元。

1.4 一架货机有三个货舱:前舱、中舱和后舱。三个货舱所能装载的货物的最大重量和体积有限制如表 1.2 所列。并且为了飞机的平衡,三个货舱装载的货物重量必须与其最大的容许量成比例。

表 1.2 货舱数据

	前舱	中舱	后舱
重量限制/t	10	16	8
体积限制/m ³	6800	8700	5300

现有四类货物用该货机进行装运,货物的规格以及装运后获得的利润如表 1.3 所列。

表 1.3 货物规格及利润表

	重量/t	空间/(m ³ /t)	利润/(元/t)
货物 1	18	480	3100
货物 2	15	650	3800

	重量/t	空间/(m ³ /t)	利润/(元/t)
货物 3	23	580	3500
货物 4	12	390	2850

假设:

- (1) 每种货物可以无限细分;
- (2) 每种货物可以分布在一个或者多个货舱内;
- (3) 不同的货物可以放在同一个货舱内,并且可以保证不留空隙。

问应如何装运,使货机飞行利润最大?

解 用 $i=1,2,3,4$ 分别表示货物 1, 货物 2, 货物 3 和货物 4; $j=1,2,3$ 分别表示前舱, 中舱和后舱。设 x_{ij} ($i=1,2,3,4, j=1,2,3,4$) 表示第 i 种货物装在第 j 个货舱内的重量, w_j, v_j ($j=1,2,3$) 分别表示第 j 个舱的重量限制和体积限制, a_i, b_i, c_i ($i=1,2,3,4$) 分别表示可以运输的第 i 种货物的重量, 单位重量所占的空间和单位货物的利润, 则

(1) 目标函数为

$$z = c_1 \sum_{j=1}^3 x_{1j} + c_2 \sum_{j=1}^3 x_{2j} + c_3 \sum_{j=1}^3 x_{3j} + c_4 \sum_{j=1}^3 x_{4j} = \sum_{i=1}^4 c_i \sum_{j=1}^3 x_{ij}$$

(2) 约束条件。

① 四种货物的重量约束为

$$\sum_{j=1}^3 x_{ij} \leq a_i, i = 1, 2, 3, 4.$$

② 三个货舱的重量限制为

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} \leq w_j, j = 1, 2, 3.$$

③ 三个货舱的体积限制为

$$\sum_{i=1}^4 b_i x_{ij} \leq v_j, j = 1, 2, 3.$$

④ 三个货舱装入货物的平衡限制为

$$\frac{\sum_{i=1}^4 x_{i1}}{10} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i2}}{16} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i3}}{8}.$$

综上所述, 建立如下线性规划模型:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = \sum_{i=1}^4 c_i \sum_{j=1}^3 x_{ij}, \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} \sum_{j=1}^3 x_{ij} \leq a_i, i = 1, 2, 3, 4, \\ \sum_{i=1}^4 x_{ij} \leq w_j, j = 1, 2, 3, \\ \sum_{i=1}^4 b_i x_{ij} \leq v_j, j = 1, 2, 3, \\ \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i1}}{10} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i2}}{16} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i3}}{8}. \end{cases} \end{aligned}$$

求解上述线性规划模型时,尽量用 Lingo 软件,如果使用 Matlab 软件求解,需要做变量替换,把二维决策变量化成一维决策变量,很不方便。

编写如下 Matlab 程序:

```
clc,clear
c=[3100;3800;3500;2850];
c=c*ones(1,3);
c=c(:);
a1=zeros(4,12);
for i=1:4
    a1(i,i:4:12)=1;
end
b1=[18;15;23;12];
a2=zeros(3,12);
for i=1:3
    a2(i,4*i-3:4*i)=1;
end
b2=[10 16 8]';
bb=[480;650;580;390];
a3=zeros(3,12);
for j=1:3
    a3(j,4*j-3:4*j)=bb;
end
b3=[6800 8700 5300]';
a=[a1;a2;a3];b=[b1;b2;b3];
aeq=zeros(2,12);
aeq(1,1:4)=1/10;
aeq(1,5:8)=-1/16;
aeq(2,5:8)=1/16;
aeq(2,9:12)=-1/8;
beq=zeros(2,1);
[x,y]=linprog(-c,a,b,aeq,beq,zeros(12,1));
x=reshape(x,[4,3]);
x=sum(x'),y=-y
```

求得运输四种货物的吨数分别为 0t、15t、15.9474t、3.0526t,总利润为 1.2152×10^5 元。

求解的 Lingo 程序如下:

```
model:
sets:
wu/1..4/:a,b,c,y; ! y 为四种物资的量;
```

```

cang/1..3/:w,v;
link(wu,cang):x;
endsets
data:
a =18 15 23 12;
b =480 650 580 390;
c =3100 3800 3500 2850;
w =10 16 8;
v =6800 8700 5300;
enddata
max =@sum(wu(i):c(i) * @sum(cang(j):x(i,j)));
@for(wu(i):@sum(cang(j):x(i,j)) < a(i));
@for(cang(j):@sum(wu(i):x(i,j)) < w(j));
@for(cang(j):@sum(wu(i):b(i) * x(i,j)) < v(j));
@for(cang(j) |j#1e#2:@sum(wu(i):x(i,j)) /w(j) = @sum(wu(i):x(i,j + 1)) /w(j + 1));
@for(wu(i):y(i) = @sum(cang(j):x(i,j)));
end

```

补充习题

1.5 用 Lingo 编程,并将最终运算结果保存为文本文件。

$$\min 132x_{11} + 100x_{13} + 103x_{14} + 91x_{22} + 100x_{23} + 100x_{24} + 106x_{31} + 89x_{32} + 100x_{33} + 98x_{34},$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 62, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 83, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 39, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 91, \\ x_{ij} \geq 0, i, j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

解 求解的 Lingo 程序如下:

```

model:
sets:
row/1..3/;
col/1..4/:b;
link(row,col):c,x;
endsets
data:
b =62 83 39 91;
c =132 0 100 103

```

```

0 91 100 100
106 89 100 98;
@text('ex.txt') = @table(x); ! 把计算结果以表格形式输出到外部纯文本文件;
enddata
min = @sum(link;c * x);
@for(col(j):@sum(row(i):x(i,j)) = b(j));
end

```

1.6 某部门在今后五年内考虑给下列项目投资,已知:

项目 A,从第一年到第四年每年年初需要投资,并于次年末回收本利 115%;

项目 B,从第三年初需要投资,到第五年末能回收本利 125%,但规定最大投资额不超过 4 万元;

项目 C,第二年初需要投资,到第五年末能回收本利 140%,但规定最大投资额不超过 3 万元;

项目 D,五年内每年年初可购买公债,于当年末归还,并加利息 6%。

该部门现有资金 10 万元,问它应如何确定给这些项目每年的投资额,使到第五年末拥有的资金的本利总额为最大?

解 用 $j=1,2,3,4$ 分别表示项目 A,B,C,D,用 $x_{ij}(i=1,2,3,4,5)$ 分别表示第 i 年年初给项目 A,B,C,D 的投资额。根据给定的条件,对于项目 A 存在变量 $x_{11},x_{21},x_{31},x_{41}$;对于项目 B 存在变量 x_{32} ;对于项目 C 存在的变量 x_{23} ;对于项目 D 存在变量 $x_{14},x_{24},x_{34},x_{44},x_{54}$ 。

该部门每年应把资金全部投出去,手中不应当有剩余的呆滞资金。

第一年的资金分配为

$$x_{11} + x_{14} = 100000.$$

第二年初部门拥有的资金是项目 D 在第一年末回收的本利,于是第二年的投资分配为

$$x_{21} + x_{23} + x_{24} = 1.06x_{14}.$$

第三年初部门拥有的资金是项目 A 第一年投资及项目 D 第二年投资中回收的本利总和。于是第三年的资金分配为

$$x_{31} + x_{32} + x_{34} = 1.15x_{11} + 1.06x_{24}.$$

类似地,得

第四年的资金分配为

$$x_{41} + x_{44} = 1.15x_{21} + 1.06x_{34}.$$

第五年的资金分配为

$$x_{54} = 1.15x_{31} + 1.06x_{44}.$$

此外,项目 B,C 的投资额限制,即

$$x_{32} \leq 40000, x_{23} \leq 30000.$$

问题是要求在第五年末该部门手中拥有的资金额达到最大,目标函数可表示为

$$\max z = 1.15x_{41} + 1.40x_{23} + 1.25x_{32} + 1.06x_{54}.$$

综上所述,数学模型为

$$\max z = 1.15x_{41} + 1.40x_{23} + 1.25x_{32} + 1.06x_{54},$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x_{11} + x_{14} = 100000, \\ x_{21} + x_{23} + x_{24} = 1.06x_{14}, \\ x_{31} + x_{32} + x_{34} = 1.15x_{11} + 1.06x_{24}, \\ x_{41} + x_{44} = 1.15x_{21} + 1.06x_{34}, \\ x_{54} = 1.15x_{31} + 1.06x_{44}, \\ x_{32} \leq 40000, x_{23} \leq 30000, \\ x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5; j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

计算的 Lingo 程序如下:

```
model:
sets:
row/1..5/;
col/1..4/;
link(row,col):x;
endsets
max = 1.15 * x(4,1) + 1.4 * x(2,3) + 1.25 * x(3,2) + 1.06 * x(5,4);
x(1,1) + x(1,4) = 100000;
x(2,1) + x(2,3) + x(2,4) = 1.06 * x(1,4);
x(3,1) + x(3,2) + x(3,4) = 1.15 * x(1,1) + 1.06 * x(2,4);
x(4,1) + x(4,4) = 1.15 * x(2,1) + 1.06 * x(3,4);
x(5,4) = 1.15 * x(3,1) + 1.06 * x(4,4);
x(3,2) < 40000; x(2,3) < 30000;
end
```

1.7 食品厂用三种原料生产两种糖果,糖果的成分要求和销售价如表 1.4 所列。

表 1.4 糖果有关数据

	原料 A	原料 B	原料 C	价格/(元/kg)
高级奶糖	≥50%	≥25%	≤10%	24
水果糖	≤40%	≤40%	≥15%	15

各种原料的可供量和成本如表 1.5 所列。

表 1.5 各种原料数据

原料	可供量/kg	成本/(元/kg)
A	500	20
B	750	12
C	625	8

该厂根据订单至少需要生产 600kg 高级奶糖,800kg 水果糖,为求最大利润,试建立线性规划模型并求解。

解 用 $i = 1, 2$ 分别表示高级奶糖和水果糖,用 $j = 1, 2, 3$ 分别表示原料 A, B, C。设

$x_{ij} (i=1,2, j=1,2,3)$ 表示生产第 i 种糖用的第 j 种原料的量, a_i 表示第 i 种糖果的需求量, b_j 表示第 j 种原料的可供量。

总利润为销售总收入与原料总成本之差, 总利润为

$$z = 24(x_{11} + x_{12} + x_{13}) + 15(x_{21} + x_{22} + x_{23}) - 20(x_{11} + x_{21}) - 12(x_{12} + x_{22}) - 8(x_{13} + x_{23}) \\ = 4x_{11} + 12x_{12} + 16x_{13} - 5x_{21} + 3x_{22} + 7x_{23}.$$

因而建立如下线性规划模型:

$$\max z = 4x_{11} + 12x_{12} + 16x_{13} - 5x_{21} + 3x_{22} + 7x_{23},$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{j=1}^3 x_{ij} \geq a_i, i = 1, 2, \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} \leq b_j, j = 1, 2, 3, \\ x_{11} \geq 50\% (x_{11} + x_{12} + x_{13}), \\ x_{12} \geq 25\% (x_{11} + x_{12} + x_{13}), \\ x_{13} \leq 10\% (x_{11} + x_{12} + x_{13}), \\ x_{21} \leq 40\% (x_{21} + x_{22} + x_{23}), \\ x_{22} \leq 40\% (x_{21} + x_{22} + x_{23}), \\ x_{23} \geq 15\% (x_{21} + x_{22} + x_{23}), \\ x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

计算的 Lingo 程序如下:

```
model;
sets:
tang/1..2/:a;
liao/1..3/:b;
link(tang,liao):c,x;
endsets
data:
a=600,800;
b=600,750,625;
c=4,12,16,-5,3,7;
enddata
max=@sum(link:c*x);
@for(tang(i):@sum(liao(j):x(i,j))>a(i));
@for(liao(j):@sum(tang(i):x(i,j))<b(j));
x(1,1)>0.5*@sum(liao(j):x(1,j));
x(1,2)>0.25*@sum(liao(j):x(1,j));
x(1,3)<0.1*@sum(liao(j):x(1,j));
x(2,1)<0.4*@sum(liao(j):x(2,j));
x(2,2)<0.4*@sum(liao(j):x(2,j));
x(2,3)>0.15*@sum(liao(j):x(2,j));
end
```

1.8 求解下列线性规划问题(要求分别用 Matlab 和 Lingo 编程),其中的矩阵 $A = (a_{ij})_{100 \times 150}$ 放在 Matlab 数据文件 data.mat 中。

$$\begin{aligned} & \max v, \\ & \text{s. t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^{100} a_{ij}x_i \geq v, j = 1, 2, \dots, 150, \\ \sum_{i=1}^{100} x_i = 1, \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 100. \end{cases} \end{aligned}$$

解 (1) Matlab 程序如下:

```
clear,clc
load data
f=[zeros(100,1);-1];
a=[-A',ones(150,1)];b=zeros(150,1);
aeq=[ones(1,100) 0];beq=1;
lb=[zeros(100,1);-inf];ub=[ones(100,1);inf];
x=linprog(f,a,b,aeq,beq,lb,ub);
v=x(end)
```

(2) 用 Lingo 编程,必须把数据通过纯文本文件或 Excel 文件传递到 Lingo 程序中。

① mat 数据转化到 txt 文件数据,后由 Lingo 读取。在 Matlab 下将 mat 数据转换到 txt 数据的程序如下:

```
load data
fid=fopen('data1_1.txt','w');
fprintf(fid,'% 8.4f\n',A');
fclose(fid);
```

② mat 数据转化到 Excel 文件数据,后由 Lingo 读取。在 Matlab 下调用 xlswrite 命令,生成 Excel 文件。

```
load data
xlswrite('book1_1.xls',A);
```

然后打开 Excel 文件,定义域名(两种方式,选中所用数据,在 Excel 左上角输入框中输入域名,或者按照步骤插入→名称→定义,输入域名,建议与 Lingo 下需要赋值的变量同名)。

注:所有的数据文件和程序文件要放在同一个目录下。

数据构造好后,利用 Lingo 求解线性规划的程序如下:

```
model:
sets:
row/1..100/:x;
col/1..150/:b;
link(row,col):A;
endsets
data:
```



```

A=@file('data1_1.txt');
!A=@ole('book1_1.xls',a);! 如果域名与属性名相同时可以省略;
enddata
max = v;
@for(col(j):@sum(link(i,j):A(i,j) * x(i))>v);
@sum(row:x)=1;
@free(v);! 变量 v 的取值可正可负
end

```

1.9 捷运公司在下一年度 1~4 月的 4 个月内拟租用仓库堆放物资。各月份所需仓库面积如表 1.6 所列。仓库租借费用随合同期而定,期限越长,折扣越大。租借仓库的合同每月初都可办理,每份合同具体规定租用面积和期限。因此该公司可根据需要,在任何一个月初办理租借合同。每次办理时可签一份合同,也可签若干份租用面积和租借期限不同的合同,试确定该公司签订租借合同的最优决策,目的是使所付租借费用最小。

表 1.6 各月份租借数据

月份	1	2	3	4
所需仓库面积	15m ²	10 m ²	20 m ²	12 m ²
合同租借期限	1 个月	2 个月	3 个月	4 个月
合同期内的租费	2800 元	4500 元	6000 元	7300 元

解 设变量 x_{ij} 表示捷运公司在第 $i(i=1, \dots, 4)$ 个月初签订的租借期为 $j(j=1, \dots, 4)$ 个月的仓库面积(单位: m²) 的合同。因 5 月份起该公司不需要租借仓库,故 $x_{24}, x_{33}, x_{34}, x_{42}, x_{43}, x_{44}$ 均为零。该公司希望总的租借费用为最小,故有如下数学模型:

$$\begin{aligned}
(\text{目标函数}) \min z = & 2800(x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41}) + 4500(x_{12} + x_{22} + x_{32}) \\
& + 6000(x_{13} + x_{23}) + 7300x_{14},
\end{aligned}$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 15, \\ x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq 10, \\ x_{13} + x_{14} + x_{22} + x_{23} + x_{31} + x_{32} \geq 20, \\ x_{14} + x_{23} + x_{32} + x_{41} \geq 12, \\ x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, 4; j = 1, \dots, 4. \end{cases}$$

这个模型中的约束条件分别表示当月初签订的租借合同的面积加上该月前签订的未到期的合同的租借面积总和,应不少于该月所需的仓库面积。

利用 Lingo 软件,求得的最优解为 $x_{11} = 3, x_{31} = 8, x_{14} = 12$,其他变量取值均为零,最优值 $z^* = 118400$ 元。

计算的 Lingo 程序如下:

```

model:
sets:
num/1..4/:d,t,c;
link(num,num):x;
endsets

```