



21 世纪高等学校
经济管理类规划教材 高校系列

运筹学

◎ 陈华友 主编

◎ 周礼刚 刘金培 副主编

OPERATIONS
RESEARCH



中国工信出版集团



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS



21 世纪高等学校
经济管理类规划教材 高校系列

运筹学

◎ 陈华友 主编

◎ 周礼刚 刘金培 副主编

OPERATIONS
RESEARCH

人 民 邮 电 出 版 社

北 京

图书在版编目(CIP)数据

运筹学 / 陈华友主编. — 北京: 人民邮电出版社,
2015.8
21世纪高等学校经济管理类规划教材. 高校系列
ISBN 978-7-115-39379-1

I. ①运… II. ①陈… III. ①运筹学—高等学校—教材 IV. ①022

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第136403号

内 容 提 要

本书是安徽省省级精品课程“运筹学”的配套教材,是安徽省省级质量工程项目统计学特色专业和振兴计划重大教学改革研究项目的部分成果。本书的内容包括:线性规划、线性规划的对偶理论与灵敏度分析、整数规划、非线性规划、模糊线性规划、图与网络分析、存储论、决策论、博弈论、组合预测。本书力求通过运筹学理论上的系统性和新颖性及其良好的应用背景,阐述运筹学基本原理和方法,同时介绍求解运筹学模型的LINGO软件和Matlab软件。为了便于读者掌握书中的内容,每章都配有适量的习题。

本书可作为高等学校应用数学、统计学、运筹与控制、工商管理等专业的大本科生或研究生、MBA 研究生的教材,也可作为工程技术人员、管理干部和相关学者的参考书。

-
- ◆ 主 编 陈华友
 - 副 主 编 周礼刚 刘金培
 - 责任编辑 武恩玉
 - 执行编辑 刘向荣
 - 责任印制 沈 蓉 彭志环
 - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路11号
 - 邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn
 - 网址 <http://www.ptpress.com.cn>
 - 北京圣夫亚美印刷有限公司印刷
 - ◆ 开本: 787×1092 1/16
 - 印张: 17.5 2015年8月第1版
 - 字数: 403千字 2015年8月北京第1次印刷
-

定价: 39.00 元

读者服务热线: (010)81055256 印装质量热线: (010)81055316
反盗版热线: (010)81055315

前言 FOREWORD

运筹学是近几十年发展起来的一门新兴学科。它是用数学方法研究各种系统最优化问题的学科。应用运筹学的目的是通过求解系统最优化问题，从而为决策者制订合理的运用人力、物力、财力的最优方案。目前运筹学已广泛应用于工业、农业、交通运输、商业、国防、政府机关等各个领域和部门。

运筹学有四个方面的基本特征。一是运筹学使用数量分析方法，通过建立数学模型及其求解得到实际问题的最优决策方案。二是运筹学具有系统的整体性。其研究问题是从系统的观点出发，研究全局性的问题，寻求整体利益的优化协调方案。三是运筹学具有学科交叉的特性。其研究问题具有领域的多学科性、应用方法的多学科性、团队的多学科性等特点。四是运筹学具有理论和应用相结合的特性，它是一门应用性很强的学科。特别是随着社会主义市场经济的发展，运筹学在我国的管理实践中显得更加重要。

目前应用数学、概率统计、系统工程、工商管理、技术经济管理等专业的大学生和研究生均开设了运筹学的课程。我校的“运筹学”课程 2007 年被评为省级精品课程，本书的编写是在以往教材的基础上做了重新改编，主要表现在以下几个方面：

(1) 整合和重新编写了“线性规划”及“线性规划的对偶理论与灵敏度分析”章节的内容；

(2) 考虑到所研究系统的复杂性和模糊性，增加了模糊线性规划的内容（即本书第 5 章），以便大学生和研究生掌握在不确定环境下的优化决策方法；

(3) 由于篇幅的原因，删除了以往教材中关于“动态规划和排队论”的内容。

在编写过程中，我们注意了以下两个方面：一是力求理论上的系统性和新颖性；二是考虑到运筹学具有良好的应用背景，增加了一些 LINGO 软件和 Matlab 软件的编程介绍，尽量做到理论和应用的统一。

本书内容适合数学与应用数学专业的特点和要求，同时也兼顾工商管理、系统工程等专业要求，可作为高等学校应用数学、统计学、运筹与控制、系统工程等专业的本科生或工商管理专业研究生、MBA 研究生的教材，也可作为工程技术人员、管理干部和相关学者的参考书。

本书得到了 2014 年安徽省省级质量工程项目（统计学特色专业，2014tszy003）和省级振兴计划中的重大教学改革研究项目《国际视野下应用数学专业协同创新性人才培养模式的研

究和实践》的资助，我们在此表示衷心的感谢。

本书共分 10 章。陈华友编写第 0 章、第 4 章、第 5 章、第 9 章、第 10 章，周礼刚编写第 3 章、第 6 章、第 7 章、第 8 章，刘金培编写第 1 章、第 2 章。全书由陈华友负责统稿和定稿工作。尽管我们为提高本书的质量做了不少的努力，但是由于编者学识水平有限，书中难免存在缺点和错误，欢迎同行专家和读者不吝赐教，以便今后进一步修改和完善。

编 者

2015 年 6 月

于安徽大学磬苑校区

目 录 CONTENTS

第0章 绪论 / 1

§0.1 运筹学及其发展简史 / 1

§0.2 运筹学的主要分支 / 3

§0.3 运筹学的特点及分析问题的一般程序 / 5

0.3.1 运筹学的特点 / 5

0.3.2 运筹学分析问题的一般程序 / 6

第1章 线性规划 / 7

§1.1 线性规划问题的一般形式 / 7

1.1.1 线性规划问题建模举例 / 7

1.1.2 线性规划问题的数学模型 / 8

§1.2 解与性质 / 11

1.2.1 线性规划问题的图解法 / 11

1.2.2 线性规划问题的基本概念 / 13

1.2.3 线性规划问题解的性质 / 15

§1.3 单纯形法 / 18

1.3.1 单纯形表的矩阵结构 / 18

1.3.2 单纯形法的基本原理和步骤 / 21

§1.4 大 M 法与两阶段法 / 27

1.4.1 大 M 法 / 28

1.4.2 两阶段法 / 29

1.4.3 单纯形法小结 / 30

§1.5 线性规划的应用 / 31

1.5.1 下料问题 / 31

1.5.2 连续投资问题 / 31

1.5.3 物资运输问题 / 32

1.5.4 库存控制问题 / 33

§1.6 线性规划问题的LINGO实现 / 34

1.6.1 LINGO简介 / 34

1.6.2 应用案例分析 / 48

习题 / 52

第2章 线性规划的对偶理论与灵敏度分析 / 57

§2.1 线性规划的对偶问题 / 57

2.1.1 问题的提出 / 57

2.1.2 对偶问题的一般形式 / 58

§2.2 对偶问题的基本性质 / 62

§2.3 影子价格 / 64

§2.4 对偶单纯形法 / 67

2.4.1 基本思路 / 67

2.4.2 计算步骤 / 68

§2.5 灵敏度分析 / 71

2.5.1 目标函数系数的灵敏度分析 / 72

2.5.2 约束条件右端常数项的灵敏度分析 / 74

2.5.3 增加新变量的灵敏度分析 / 76

2.5.4 增加约束条件的灵敏度分析 / 77

§2.6 DEA模型及其LINGO实现 / 78

2.6.1 DEA模型—— C^2R / 79

2.6.2 DEA模型—— BC^2 / 84

习题 / 88

第3章 整数规划 / 92

§3.1 整数规划的数学模型 / 92

3.1.1 整数规划的数学模型的一般形式 / 92

3.1.2 整数线性规划的例子 / 92

3.1.3 整数线性规划的解的特点 / 94

§3.2 割平面方法 / 95

3.2.1 割平面法的基本思想 / 95

3.2.2 生成割平面条件的方法 / 95

3.2.3 割平面法的计算步骤 / 97

§3.3 分支定界方法 / 98

3.3.1 分支定界方法的基本思路 / 98

3.3.2 分支定界法求解整数规划问题的步骤 / 99

3.3.3 分支定界法的应用举例 / 100

§3.4 0-1规划 / 101

3.4.1 0-1变量及其应用 / 101

3.4.2 0-1规划的解法 / 102

§3.5 指派问题 / 103

3.5.1 指派问题的数学模型 / 103

3.5.2 指派问题的解法——匈牙利解法 / 103

3.5.3 标准指派问题的举例 / 104

3.5.4 非标准形式指派问题 / 106

§3.6 整数规划问题的LINGO实现 / 107

习题 / 107

第4章 非线性规划 / 110

§4.1 非线性规划的数学模型 / 110

4.1.1 非线性规划问题的数学模型 / 110

4.1.2 非线性规划的基本概念 / 112

4.1.3 海赛 (Hesse) 矩阵与二次型 / 113

§4.2 凸函数与凸规划 / 115

4.2.1 凸函数及其性质 / 115

4.2.2 凸规划及其性质 / 120

§4.3 可微非线性规划的最优性条件 / 121

4.3.1 无约束极值问题的最优性条件 / 121

4.3.2 等式约束极值问题的最优性条件 / 122

4.3.3 不等式约束极值问题的最优性条件 / 123

§4.4 应用LINGO、MATLAB软件求解非线性规划 / 127

4.4.1 应用LINGO软件求解非线性规划 / 127

4.4.2 应用MATLAB软件求解非线性规划 / 128

习题 / 129

第5章 模糊线性规划 / 131

§5.1 模糊集合 / 131

5.1.1 模糊集的基本概念 / 131

5.1.2 模糊集的运算法则 / 132

5.1.3 模糊数 / 132

5.1.4 区间数及其运算法则 / 133

§5.2 模糊决策的基本原理 / 133

§5.3 带模糊约束的模糊线性规划 / 134

5.3.1 模糊线性规划的对称模型 / 134

5.3.2 模糊线性规划的非对称模型 / 137

§5.4 带模糊系数的模糊线性规划 / 138

5.4.1 约束条件含有L-R模糊系数的模糊线性规划 / 138

5.4.2 目标函数含有L-R模糊系数的模糊线性规划 / 140

§5.5 区间线性规划 / 141

5.5.1 区间线性规划模型 / 141

5.5.2 区间线性规划模型的求解 / 141

5.5.3 基于区间数的证券组合投资模型的建立及其
求解 / 143

习题 / 145

第6章 图与网络分析 / 146

§6.1 图与网络的基本概念 / 146

6.1.1 图及其分类 / 147

6.1.2 顶点的次 / 148

6.1.3 子图 / 149

6.1.4 连通图 / 149

6.1.5 网络 / 151

6.1.6 图的矩阵表示 / 151

§6.2 树与最小生成树 / 152

6.2.1 树的概念和性质 / 153

6.2.2 图的生成树 / 154

6.2.3 最小树 / 156

§6.3 最短路问题 / 164

6.3.1 问题的提出 / 164

6.3.2 Dijkstra算法模型 / 165

6.3.3 逐次逼近算法模型 / 167

6.3.4 Floyd算法模型 / 169

6.3.5 规划模型 / 170

§6.4 网络最大流问题 / 172

6.4.1 可行流与增广链 / 172

6.4.2 最小截集 / 175

6.4.3 最大流问题求解算法 / 176

§6.5 最小费用最大流问题 / 180

6.5.1 最小费用最大流问题的数学模型 / 181

6.5.2 最小费用最大流问题的算法 / 181

习题 / 188

第7章 存储论 / 190

§7.1 存储问题的基本概念 / 190

§7.2 确定型存储模型 / 191

- 7.2.1 模型一 备货时间很短, 不允许缺货 / 191
- 7.2.2 模型二 生产需要一定的时间, 不允许缺货 / 192
- 7.2.3 模型三 备货时间很短, 允许缺货 / 194
- 7.2.4 模型四 生产需要一定的时间, 允许缺货 / 195
- 7.2.5 模型五 价格有折扣的存储问题 / 198

§7.3 随机型存储问题 / 199

- 7.3.1 需求为离散型随机变量的存储模型 / 199
- 7.3.2 需求为连续型随机变量的存储模型 / 200
- 7.3.3 需求为连续型随机变量的 (s, S) 存储策略 / 201

§7.4 其他类型的存储问题 / 202

习题 / 202

第8章 决策论 / 205

§8.1 决策问题的基本概念 / 205

- 8.1.1 决策的概念 / 205
- 8.1.2 决策的分类 / 205
- 8.1.3 决策的过程 / 206

§8.2 不确定型决策 / 207

§8.3 风险型决策 / 209

- 8.3.1 最大可能法 / 209
- 8.3.2 最大期望收益值准则 / 210
- 8.3.3 决策树法 / 210
- 8.3.4 具有样本情报的决策分析 (贝叶斯决策) / 211

§8.4 层次分析法 / 214

- 8.4.1 层次分析法的基本原理 / 214
- 8.4.2 层次分析法的步骤 / 220
- 8.4.3 单一准则下互反判断矩阵排序向量的实用算法 / 221
- 8.4.4 群决策排序向量简洁算法 / 223
- 8.4.5 实例分析 / 227

§8.5 多属性决策及有序加权平均算子在决策中的应用 / 229

- 8.5.1 多属性决策方法 / 229
- 8.5.2 OWA算子的概念及性质 / 231
- 8.5.3 基于OWA算子的多属性决策方法 / 233

习题 / 235

第9章 博弈论 / 237

§9.1 博弈论的基本概念 / 237

§9.2 矩阵博弈 / 238

9.2.1 数学模型 / 238

9.2.2 矩阵博弈的混合策略 / 240

9.2.3 矩阵博弈的基本定理 / 241

9.2.4 矩阵博弈的线性规划求解方法 / 244

§9.3 非合作博弈 / 245

9.3.1 非合作博弈模型及概念 / 245

9.3.2 二人有限非零和博弈的平衡点的计算 / 246

§9.4 合作博弈 / 248

习题 / 253

第10章 组合预测 / 255

§10.1 预测和组合预测的概念及分类 / 255

10.1.1 预测的概念及分类 / 255

10.1.2 组合预测的概念及分类 / 256

§10.2 非最优正权组合预测模型权系数的确定方法 / 257

10.2.1 几种常规的非最优正权组合预测模型权系数的 确定方法 / 257

10.2.2 非最优组合预测系数确定方法的应用举例 / 259

§10.3 以预测误差平方和达到最小的线性组合预测模型 / 260

10.3.1 最优线性组合预测模型的建立 / 260

10.3.2 最优线性组合预测模型的解的讨论 / 262

10.3.3 组合预测效果评价的指标体系 / 263

10.3.4 实例分析 / 263

§10.4 基于相关系数的最优组合预测模型 / 264

10.4.1 基于相关系数的最优组合预测模型 / 264

10.4.2 实例分析 / 266

习题 / 268

参考文献 / 269

第0章 绪论

§0.1 运筹学及其发展简史

运筹学在英国称为 Operational Research, 在美国称为 Operations Research, 缩写为 OR, 可直译为“运用研究”或“作业研究”, 我国科学家把它翻译成“运筹学”, 其中“运筹”两字出自于《史记 高祖本纪》: “夫运筹帷幄之中, 决胜于千里之外”。

运筹学有多种定义, 运筹学在《大英百科全书》中的释义为: “运筹学是一门应用于管理有组织系统的学科”, “运筹学为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具”。在《现代科学综述大辞典》中的定义如下: 运筹学是一门诞生于 20 世纪 30 年代的新兴学科, 运筹学是用数学方法研究各种系统最优化问题的学科, 应用运筹学解决问题的动机是为决策者提供科学决策的依据, 目的是求解系统最优化问题, 即制订合理地运用人力、物力、财力的最优方案。在我国《辞海》(1979 年版) 中有关运筹学条目的释义为: “运筹学主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达的有关应用、筹划与管理方面的问题, 它根据问题的要求, 通过数学的分析与运算, 做出综合性的合理安排, 以达到较经济、较有效地使用人力和物力”。

运筹学是应战争中准确计算和合理分配战场资源的实际需要而产生的。运筹学源于第二次世界大战初期的英国。原本是用于研究作战计划的, 后被一些生物学家、数学家、心理学家、天文学家以及其他方面的科学家所使用。

运筹学经历了一个从无到有、逐渐成熟的发展过程。按其在不同时期所表现出的特点, 可将其发展划分为如下阶段。

1. 萌芽时期

关于运筹学的思想自古有之。“田忌赛马”即为一个典型的运用博弈论思想解决问题的范例。欧拉早在 1736 年使用图论思想成功解决了哥尼斯堡七桥问题。现代运筹学思想则出现于一战期间。1916 年英国工程师 F.W. Lanchester 在《战斗中的飞机》一文中, 首先提出用常微分方程组描述敌对双方消灭过程, 定性地说明了集中兵力的原理。Erlang 在 20 世纪初期发展了排队论, 提出了一些著名的公式, 并将之应用于哥本哈根电话交换机的效率研究。英国人莫尔斯 (Morse) 建立的分析海军护航舰队损失的数学模型, 也是最早进行的运筹学工作。第一次世界大战前后所做出的努力、积累的经验和探索的结果为运筹学日后的发展奠定了基础, 但是这一时期运筹学的发展处于摸索之中, 理论思想尚在萌芽阶段, 未能获得较快发展。其原因主要包括: 研究人力不足, 数量微不足道, 研究工作的开展大多凭个人兴趣, 当时组建运筹学团队的客观条件尚不具备; 搜集途径与分析手段有限, 致使资料信息获取不足、利用率不高; 研究经费与物力严重匮乏, 运筹学问题通常比较复杂, 因此需要拥有强大

的财力、物力支持。

2. 兴起时期

1935—1938 年被视作运筹学基本概念酝酿期。1935 年,英国为防御德国战机袭击,在英国东海岸的奥福德纳斯(Orfordness)装备了雷达。使用中发现所传送的信号间常常相互矛盾。为此,1938 年在波德塞(Bowdsey),由 A.P. Rowe 负责组建了一个研究机构,其职责是让军事领导人学会用雷达定位敌方飞机。Rowe 和 R.W. Watt 爵士主持了最早的两个雷达研究,并将之命名为 Operational Research。波德塞被称为运筹学的诞生地。该研究机构的建立标志着现代运筹学的开端。

1939 年 9 月,英国空军为了延长雷达首次预警与敌机袭击之间的时间间隔,将波德塞运筹学小组领导人之一的 E.C. Williams 调至皇家空军作战指挥部的 new 工作组。之后,皇家空军轰炸指挥部、海岸指挥部和英军防空指挥部均建立了运筹学工作组。1940 年秋,由于德国战机对英国的夜间空袭,物理学家 P.M.S. Blackett 加入防空指挥部,组建了运筹工作组——著名的“Blackett 马戏团”,它是由 2 个生理学家、2 个物理学家、1 个军官、1 个前测量员组成,之后又有 1 个普通物理学家、2 个数学家加入和第 3 个生理学家加入。1941 年 12 月,Blackett 被咨询有无可能为海军建立运筹工作组。次年 1 月,他转到海军从事运筹学创建工作。防空指挥部的运筹学工作组遂成为英国运筹学工作组的核心。

运筹学在第二次世界大战中的兴起有其客观依据,一是战争产生了对运筹学的社会需求。战争中出现了大量需要研究的课题,如雷达预警、地雷战、反潜艇战、搜索、兵力部署、舰队运输、军队后勤保障等。它们在战争条件下具有时间紧迫性和实用性,亟须获得正确解答。二是军队拥有优越的人才条件。运筹学的多学科性特点,需要有各种专业人才就某一具体问题组成运筹学小组;定量化、模型化的特点决定它对人员的数学解答能力有较高要求。军队人力资源丰富,集中了各种各样的专家,而且都具备扎实的数学功底。三是战争中以国家力量组织研究,使运筹学拥有了发展必需的物质条件。

3. 蓬勃发展时期

第二次世界大战结束后,运筹学的研究中心从英国转移到了美国,从军事部门扩展到了管理部门,研究的范围也渐趋扩大。

运筹学的真正发展是在 20 世纪 50 和 60 年代,其标志是 1949 年线性规划理论的建立;然后,1951 年创立了非线性规划理论;1954 年建立了网络流理论;1955 年创立了随机规划以及 1958 年创立了整数规划理论。其他方面,如排队论,存储论和马氏决策理论也在同期得到了迅速的发展。与此同时,运筹学的应用也遍及经济和社会生活的各个部门与领域。

国际运筹学会联合会(IFORS)成立于 1959 年,现在已有 44 个成员国,包括世界各主要发达国家和有影响的发展中国家。3 年一次的世界范围的 IFORS 大会已举行了 10 余次。运筹学方面的期刊已超过百种。这些事实说明,运筹学作为一门独立的新兴科学,早已为国际社会所公认。

战后运筹学之所以能得到迅猛发展,原因在于以下几方面。

(1) 战后全球经济不景气,要求优化资源利用。战争给参战国造成了严重的创伤。如何走出战争阴影,早日恢复经济,是摆在各国政府和企业面前的一个不可避免的问题。在众多可供选择的技术、方法中,运筹学的效果显著,因此有机会在战后重建工作中一显身手。

(2) 国有化进程的展开和政府计划作用的不断强化,为运筹学提供了有利的生长土壤。西方国家在战后出现了大规模的国有化趋势,许多公共供应部门和产业,如煤炭、钢铁、电力、供水、航空、铁路、电信等,都实施了国有化。其目的在于发挥政府的作用进行规划,利用有利条件,迅速集中资源,恢复产业发展。之前,政府计划功能的实施不尽如人意,产生了许多短期行为。运筹学作为一个有力的计划工具被引入政府计划决策体系,便迅速、充分地展示出其魅力。

(3) 战后的经济环境比较稳定,主要为卖方市场。企业以提高产量、扩大规模为主要目标。这类问题反映在运筹学中,表现为目标函数单一、约束条件少且线性化,正好落入当时已获得较完善发展的线性规划所解决的范围之内。而1947年单纯形法的发明又进一步推动了运筹学(特别是线性规划)在工商业界的广泛应用。

(4) 二战中运筹学人才、实际应用经验与初步理论的积累为运筹学战后的飞速发展奠定了坚实基础。战争实践锻炼了一大批运筹学工作者他们的实践经验经整理归纳后形成初步理论。战争结束后,许多运筹学工作者转移到民用部门,使运筹学得以广为传播。

(5) 专业学会的建立、专业教育体系的构筑、学术期刊的出版发行促进了运筹学知识和经验的传播交流、理论研究的深入开展,使得运筹学的影响大规模地扩散。

(6) 企业规模的扩大,呼唤经验管理向科学管理的转变。规模扩大后的企业,组织结构复杂化,经营项目增多,经营地域扩大。如果仍依赖经验管理,只会导致效率低下。管理者便把目光投向当时已出现的理论成果,期望找到良方。运筹学成为统筹规划分析的理论。

(7) 计算机的商业化应用为解答运筹学难题提供了迅捷的途径。计算机出现前,问题的解答对运筹学学科理论与实际应用的发展都构成了严重的障碍。一些约束条件较多的问题,用人工计算异常困难,极其费时。而运用计算机程序,则使其解答变得简单、快捷,为运筹学的发展创造了有利的技术条件。

我国第一个运筹学小组是在钱学森、许国志教授的大力倡导下,于1956年在中国科学院力学研究所成立,并于1958年正式组建成运筹学研究室。同年,中国科学院数学研究所在华罗庚教授的领导下也开始从事运筹学的研究,并于1959年建立了运筹学研究室。从那时开始,运筹学在中国取得了蓬勃的发展。1960年中国科学院力学研究所与数学研究所的两个运筹室合并成一个运筹学研究室,建制在数学研究所。排队论、数学规划与图论成为当时主要的研究方向,其他还有交通运输、动态规划、质量控制、经济等研究方向,其中排队论的研究工作成果取得了长远的影响。1963年在中国科学技术大学的应用数学系开设了运筹学专业,这是运筹科学在中国大学中第一次设本科专业,其影响十分深远。现在,在全国各高校的管理、工商学院和工程类专业,运筹学已是必修的课程,在若干大学的理学院内还专设了运筹系。

§0.2 运筹学的主要分支

运筹学经过60多年的发展,已经形成相对完善的学科理论体系,包含有众多的分支,每

一个分支都有丰富的内容。本书涉及运筹学的主要分支,具体包括线性规划、整数规划、非线性规划、模糊规划、图与网络、存储论、决策论、博弈论、预测等。下面对运筹学的主要分支做简要介绍。

1. 线性规划

线性规划解决的主要问题是给定线性约束条件下,求目标函数的极大极小值问题。G.B.Danzig 等提出了求解线性规划问题的单纯形法,这为线性规划的理论及计算奠定了基础,同时对运筹学的发展起了重大的推动作用。许多工业、农业、商业、交通运输业等部门的实际问题都可以化成线性规划来解决,特别是电子计算机的出现和日益完善,含有成千上万个约束条件和变量的大规模的复杂实际问题可用电子计算机来求解。典型线性规划问题有生产计划问题、混合配料问题、下料问题、运输问题等。

2. 整数规划

在许多实际问题中,某些变量必须具有整数要求才有意义,因此整数规划是数学规划一个重要的分支。特别地,当线性规划的变量只能取整数 0 或 1 时,整数规划称为 0-1 整数规划,简称 0-1 规划。0-1 规划的一个典型应用是任务指派问题。

3. 非线性规划

如果规划问题的目标函数或约束方程为非线性函数,则规划问题称为非线性规划。非线性规划是线性规划的进一步发展和继续。许多如工程设计等实际问题中,其物理变量的表达式是非线性的。非线性规划扩大了数学规划的应用范围,是优化设计的有力工具。同时非线性规划提出了许多基本理论问题,数学中的凸分析、数值分析等也得到了发展。

4. 模糊规划

在客观世界中,由于所研究对象的复杂性和人类思维的模糊性,人们无法对研究对象进行精确描述。如市场供求关系的影响和变化,某种产品的单位利润在 25 元左右,显然这是一个模糊数。因此有必要研究模糊环境下系统的优化行为,建立相应的模糊规划模型。

5. 图与网络

图论是一个古老的但又十分活跃的分支,它是网络技术的基础。图论的创始人是数学家欧拉,他解决了著名的哥尼斯堡七桥问题。网络规划主要是研究解决生产组织、计划管理中诸如最小生成树、最短路径、最小费用流等问题。将复杂庞大的工程系统和管理问题用图描述,可以解决很多工程设计和决策的最优化问题。因而图论与网络受到数学、工程技术及经营管理等各方面越来越广泛的重视。

6. 存储论

存储论主要研究在满足一些约束条件下,建立最优的存储策略。存储是常见的社会现象,如为了保证企业生产的正常进行,需要存储一定数量的原材料和配件;商店为了确保销售,需要存储一定数量的商品,因此要确定什么时间进货以及每次进货量,使系统的总费用最小。存储论就是研究与解决存储问题的理论与方法。

7. 决策论

决策论是用数量方法寻找或选取最优决策方案的科学,它是运筹学的一个分支。在实际生活与生产中对同一个问题所面临的几种自然情况或状态,又有几种可选方案,就构成一个

决策。决策者根据某种决策准则比较各方案或策略，从中得出优先等级的排序结果。决策问题根据不同性质，通常可以分为确定型、风险型和不确定型三种类型。

8. 博弈论

博弈论也叫对策论。田忌赛马就是典型的博弈论问题。在人类社会，竞争几乎无处不在，对抗也时有发生。例如政治生活中的权力之争，经济生活中的商品之争，体育运动中的团队之争。一切带有竞争或对抗性质的现象都成为对策现象，它们是博弈论所研究的内容。博弈现象共性为参与竞争的各方具有不同的利益和目标，为了达到各自目标，各方必须充分考虑对方的各种可能的行动方案，争取获得对自己最有利的可能结果。博弈论就是研究在对策行为中如何找到最佳行动方案的数学理论和方法。作为运筹学的一个分支，博弈论的发展也只有几十年的历史。现在一般公认为数学家、计算机之父——冯·诺依曼系统地创建了这门学科。

9. 预测

预测是采用科学的判断和计量方法，对未来事件的可能变化情况做出事先推测的一种技术。科学预测方法要求根据社会经济现象的历史和现实，综合多方面的信息，运用定性和定量相结合的分析方法，揭示客观事物发展变化的规律，并指出事物之间的联系、未来发展的途径和结果等。

§0.3 运筹学的特点及分析问题的一般程序

0.3.1 运筹学的特点

根据运筹学学科的基本内涵，可以发现它有以下特点。

1. 使用数量分析方法

运筹学是一门以数学为主要研究工具，探索在有限资源条件下的最优方案选择的学科。随着生产与管理的规模日益庞大，各因素间的数量关系也更加复杂，用数学方法研究各种变量间的规律是运筹学的一大特点。

2. 具有系统的整体性

运筹学研究问题是从系统的观点出发，研究全局性的问题，研究生产管理的计划、组织、协调、监督和控制过程的优化问题，它把相互影响和制约的各个方面作为统一体，重视改善系统部分与整体间的关系，寻求整体利益的优化协调方案。

3. 具有学科交叉的特性

在运筹学起源的早期，运筹小组就是由有关的各种专家组成的，他们综合应用多种学科的知识，通过集体研究来解决实际问题。这种组织和特点一直在一些地方和一些部门以不同的形式保留下来。这种跨学科的协作形式，往往是研究和解决实际问题所必需的。因此学科交叉的特性体现在问题领域的多学科性、应用方法的多学科性、团队的多学科性上面。

4. 具有理论和应用结合特性

运筹学工作者十分注重本学科的理论与方法的研究成果在实际工作中的实施,这也是运筹学研究工作中的一个重要组成部分。运筹学的各个分支大都是以实际问题为背景逐渐发展起来的。如线性规划模型最初就是在研究生生产的组织和计划中出现的,后来G. B. Danzig 等进行了深入的研究使其形成了一套较完整的理论和方法,进而又开拓了线性规划的应用范围,并相继出现了一批职业的线性规划工作者。由于他们从事了大量的实践活动,反过来又进一步促进了线性规划求解算法的研究,从而又出现了椭球法、内点法等新的解线性规划的方法。这些算法又在实际中得以应用而产生效益。

0.3.2 运筹学分析问题的一般程序

运筹学在研究解决实际问题时的一般程序如下所述。

1. 分析和表述问题,明确目标

这是解决问题的首要步骤,因为运筹学所解决的问题一般都是生产管理过程中的具体问题,涉及的因素很多,事情发展的后果难以预计,所以要通过调查研究,理清问题的实质、影响因素、约束条件以及可能导致的后果。明确目标是解决问题的关键。

2. 建立模型

模型是对客观世界的事物、现象、过程和系统做简化的描述,是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表达。建立模型就是把要解决的问题的参数、变量和目标等之间的关系用模型表示,如形象模型、数学模型、模拟模型等。为了易于定量解决问题,运筹学中的模型多半是数学模型。由于实际问题的复杂性,因此很难总结出一套规范的方法来建立模型。所以建立模型是一项创造性的劳动,要依靠运筹学工作者发挥其聪明才智并利用其经验来完成。

3. 求解模型

建立模型之后,对它求解才能得到所要求问题的解答。根据问题的要求,问题的解分为最优解、满意解。现有的各种运筹学中的模型已经研究出多种解法,近年来出现的启发式算法为复杂的运筹学模型提供了有力的工具。运筹学模型由于运算量一般都很大,通常需要用计算机计算,所以运筹学能广泛应用与计算机的发展密切相关。

4. 结果分析

因模型中有许多实际因素需要考虑进去,模型解是否有效,需要做灵敏度分析,对解出的结果要从其他方面进行评价。如果模型解符合实际情况,再进行方案实施。只有这样,研究成果才有意义。