

萬有文庫

第二集七百七種

王雲五主編

數理精蘊

(十)

清聖祖敕編

商務印書館發行

萬有文庫

第二集七百種

總編 葛 香

王 雲 五

商務印書館發行

數理精蘊下編卷三十二

末部二

借根方比例

開諸乘方法

借根方比例法中。開各乘方爲最要。其算線部借根。算面部借平方。算體部借立方以及多乘方。雖各按其類。然有法屬線類而仍須諸乘方算者。故諸乘方之法宜審也。蓋諸乘方之形體不同。開法之難易迥別。總以廉法之多少而分。平方之廉最少。故最易。立方之廉較多。故較難。自三乘以至多乘。其廉愈多。則其法愈難。今自平方以至九乘方。俱專立一法。在平方立方所省不多。而三乘方以後。則甚爲簡捷。至於諸乘方中。亦有可以用平方立方之法代開者。如三乘方與平方自乘之數等。故可以平方兩次開之。五乘方與平方自乘再乘之數等。亦與立方自乘之數等。故可以平方開之。繼以立方開之。七乘方與平方兩次自乘之數等。故可以平方三次開之。八乘方與立方自乘再乘之數等。故可以立方兩次開之。九乘方與四乘方自乘之數等。故可以平方開之。繼以四乘方開之。惟四乘方及六乘方與平方立方之數。皆不相合。故不可以平方立方之法代開也。又諸乘方次商之數最難定。今自立方至九乘方。俱爲立根數兩位之表。若根數兩位者。以積數檢表。卽得。更爲便捷。至於十乘方以後。並可以此法御之。但其數繁衍。

而無所用。茲故不載焉。

平方

設如有平方積一萬五千一百二十九尺開平方。問每一根之數幾何。

法列方積一萬五千一百二十九尺。自末位起算。每方積二位定方根一位。故隔一位作記。乃於九尺上

定單位。一百尺上定十位。一萬尺上定百位。其一萬尺爲初商積。與一百

自乘之數相合。卽定初商爲一百尺。書於方積一萬尺之上。而以初商一

百尺自乘之一萬尺。書於初商積之下。相減恰盡。爰以方根第二位積五

千一百尺。續書於後。爲次商廉隅之共積。而以初商之一百尺倍之。得二

百尺。爲次商廉法以除次商積。足二十倍。卽定次商爲二十尺。書於方積一百尺之上。合初商共一百二

十尺。自乘得一萬四千四百尺。與原積相減。餘七百尺。爰以方根第三位積二十九尺。續書於後。共七百

二十九尺。爲三商廉隅之共積。而以初商次商之一百二十尺倍之。得二百四十尺。爲三商廉法以除三

商積。足三倍。卽定三商爲三尺。書於方積九尺之上。合初商次商共一百二十三尺。自乘得一萬五千一

百二十九尺。與原積相減恰盡。是開得一百二十三尺。爲平方每一根之數也。此法止用廉法除餘積。得

次商。卽併初商數。自乘得數。復與原積相減。與常法不同。然自三乘方以至多乘方。則廉法條例甚繁。難

於布算。用此法甚爲省便。在平方立方不覺其省。平方止省小隅一層。立方止省長廉小隅二層。而在多乘方

所省實多。蓋各設一例以備體也。

一	二	三
一	一五	二九
一	一	一
〇	五	一
一	四	四
〇〇	七	二九
一五	一	二九
〇〇〇〇	〇	〇

立方

設如有立方積四千一百零六萬三千六百二十五尺開立方問每一根之數幾何

法列方積四千一百零六萬三千六百二十五尺自末位起算每方積三位定方根一位故隔二位作記乃於五尺上定單位三千尺上定十位一百萬尺上定百位其四千一百萬尺爲初商積與三百自乘再乘之數相準卽定初商爲三百尺書於方積一百萬尺之上而以三百尺自乘再乘之二千七百萬尺書於初商積之下相減餘一千四百萬尺爰以方根第二位餘積六萬三千尺續書於後共一千四百零六萬三千尺爲次商廉隅之共積而以初商之三百尺自乘得九萬尺三因之得二十七萬尺爲次商廉法以除次商積足四十四倍卽定次商爲四十尺書於方積三千尺之上合初商共三百四十尺自乘再乘得三千九百三十萬四千尺與原積相減餘一百七十五萬九千尺爰以方邊第三位餘積六百二十五尺續書於後共一百七十五萬九千六百二十五尺爲三商廉隅之共積而以初商次商之三百四十尺自乘得一十一萬五千六百尺三因之得三十四萬六千八百尺爲三商廉法以除三商積足五倍卽定三商爲五尺書於方積五尺之上合初商次商共三百四十五尺自乘再乘得四千一百零六萬三千六百二十五尺與原積相減恰盡是開得三百四十五尺爲立方每一根之數也

又用表開法列積四千一百零六萬三千六百二十五尺自末位起算隔二位作記定位同前乃截方根

三	四	五
四二七	一〇六三六二五	一〇六三六二五
一四〇六三	一四〇六三	一四〇六三
三九三〇四	三九三〇四	三九三〇四
〇一七五九六二五	〇一七五九六二五	〇一七五九六二五
四一〇六三六二五	四一〇六三六二五	四一〇六三六二五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇

第二位以前積四一〇六三爲初商次商之積。於表中取比此數相近略小之數。爲三九三〇四。即初商次商自乘再乘之數。其所對初商根爲三。次商根爲四。即將三四書於初商次商之位。而以三九三〇四書於初商次商積之下。相減餘一七五九。乃以三九三〇四格內三商廉法三四六除餘積一七五九。足五倍。即定三商爲五。書於三商之位。合初商次商共三百四十五。自乘再乘得四千一百零六萬三千六百二十五尺。與原積相減恰盡。即定立方根爲三百四十五尺也。

三乘方

設如有三乘方積一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。開三乘方。問每一根之數幾何。

法列方積一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。自末位起算。每方積四位。定方根一位。故隔三位作記。乃於一尺上定單位七萬尺。上定十位。三億尺。上定百位。其一千零三十三億尺爲初商積。與五百乘三次之數相準。即定初商爲五百尺。書於方積三億尺之上。而以五百尺乘三次之六百二十五億尺。書於初商積之下。相減餘四百零八億尺。爰以方根第二位積五千五百一十七萬尺續書於後。共四百零八億五千五百一十七萬尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之五百尺乘二

五	六	七
一〇三三五五	一七七一	二一
六二五		
〇四〇八五五	一七	
九八三四四	九六	
〇〇五〇一〇	二一七	二一
一〇三三五五	一七七一	二一
〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇

三	四	五
四一〇六	三六二五	
三九三〇	四	
〇一七五九		
四一〇六	三六二五	
〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇	

次得一億二千五百萬尺。四因之得五億尺。爲次商。廉法以除次商積。足八十倍。因定次商爲八十尺。合初商共五百八十尺。乘三次得一千一百三十一億六千四百九十六萬尺。大於原積。是次商不可商八也。乃改商七爲七十尺。合初商共五百七十尺。乘三次得一千零五十五億六千零一萬尺。仍大於原積。是次商不可商七也。又改商六爲六十尺。合初商共五百六十尺。乘三次得九百八十三億四千四百九十六萬尺。小於原積。可減也。乃定次商爲六十尺。書於方積七萬尺之上。而以五百六十尺乘三次之九百八十三億四千四百九十六尺。與原積相減。餘五十億一千零二十一萬尺。爰以方根第三位積七千一百二十一尺續書於後。共五十億一千零二十一萬七千一百二十一尺。爲三商。廉隅之共積。而以初商次商之五百六十尺乘二次得一億七千五百六十一萬六千尺。四因之得七億零二百四十六萬四千尺。爲三商。廉法以除三商積。足七倍。卽定三商爲七尺。書於方積一尺之上。合初商次商共五百六十七尺。乘三次得一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。與原積相減。恰盡。是開得五百六十七尺。爲三乘方每一根之數也。蓋三乘方之本法。有四自乘再乘廉。六自乘廉。四長廉。一小隅。旣得初商。乃以初商自乘再乘四因之。得四自乘再乘廉爲法。除餘積得次商。以初商自乘與次商相乘。六因之。爲六自乘廉。以次商自乘與初商相乘。四因之。爲四長廉。以次商自乘再乘爲一小隅。合四自乘再乘廉。六自乘廉。四長廉。一小隅。以次商乘之。爲次商廉隅之共積。今此法得次商之後。合初商乘三次。卽得應減之積也。

又法。用開平方方法兩次開之。初以原積一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺開平

方得三十二萬一千四百八十九尺。次以三十二萬一千四百八十九尺復開平方得五百六十七尺。卽三乘方每一根之數也。

又用表開法列積一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。自末位起算隔三位作記定位同前。乃截方根第二位以前積一〇三三五五一七爲初商次商之積。於表中取此數相近略小之數爲九八三四四九六。卽初商次商乘三次之數。其所對初商根爲五次商根。

爲六。卽將五六書於初商次商之位。而以九八三四四九六書於初商次商積之下。相減餘五〇一〇二一。乃以九八三四四九六格內三商廉法七〇二四六除餘積五〇一〇二一。足七倍。卽定三商爲七。書於三商之位。合初商次商共五百六十七。乘三次得一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。與原積相減恰盡。卽定三乘方根爲五百六十七尺也。

四乘方

設如有四乘方積二百六十二兆零三十五億四千九百九十七萬八千一百二十五尺。開四乘方。問每一根之數幾何。

法列方積二百六十二兆零三十五億四千九百九十七萬八千一百二十五尺。自末位起算。每方積五

三	二	一	四	八	九
一〇	三三	五五	一七	七	一二
			五	六	七
			三二	一四	八九

五	六	七
一〇	三三	五五
九	八三	四四
〇〇	五〇	一〇
一〇	三三	五五
〇〇	〇〇	〇〇

位。定方根一位。故隔四位作記。乃於五尺上定單位。九十萬尺上定十位。空百億尺上定百位。其二百六十二兆尺爲初商積。與七百乘四次之數相準。卽定初商爲七百尺。書於方積空百億尺之上。而以七百尺乘四次之一百六十八兆零七百億尺。書於初商積之下。相減餘九十三兆九千三百億尺。爰以方根第二位餘積三十五億四千九百九十萬尺。續書於後。共九十三兆九千三百三十五億四千九百九十萬尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之七百尺。乘三次得二千四百零一億尺。五因之。得一兆二千零五億尺。爲次商廉法以除次商積。足七十倍。因定次商爲七十尺。合初商共七百七十尺。乘四次得二百七十兆六千七百八十四億一千

五百七十萬尺。大於原積。是次商不可商七也。乃改商六爲六十尺。合初商共七百六十尺。乘四次得二百五十三兆五千五百二十五億三千七百六十萬尺。小於原積可減也。乃定次商爲六十尺。書於方積九十萬尺之上。而以七百六十尺乘四次之二百五十三兆五千五百二十五億三千七百六十萬尺。與原積相減。餘八兆四千五百一十億一千二百三十萬尺。爰以方根第三十餘積七萬八千一百二十五尺。續書於後。共八兆四千五百一十億一千二百三十七萬八千一百二十五尺。爲三商廉隅之共積。而以初商次商之七百六十尺。乘三次得三千三百三十六億二千一百七十六萬尺。五因之。得一兆六千六百八十一億零八百八十萬尺。爲三商廉法以除三商積。足五倍。卽定三商爲五尺。書於方積五尺之

七	六	五
二六二〇〇三五四九九七八一二五	一六八〇七	〇九三九三三五四九九
二五三五五二五三七六	〇〇八四五一〇一二三七七八一二五	二六二〇〇三五四九九七八一二五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇		

與原積相減。餘二京六千零九十六兆二千九百六十億九千六百萬尺。爰以方根第三位積三十九萬零六百二十五尺續書於後。共二京六千零九十六兆二千九百六十億九千六百三十九萬零六百二十五尺。爲三商廉隅之共積。而以初商次商之九百七十尺乘四次得八百五十八兆七千三百四十億二千五百七十萬尺。六因之得五千一百五十二兆四千零四十一億五千四百二十萬尺。爲三商廉法以除三商積。足五倍。卽定三商爲五尺。書於方積五尺之上。合初商次商共九百七十五尺。乘五次得八十五京九千零六十八兆三千零一十億二千五百三十九萬零六百二十五尺。與原積相減恰盡。是開得九百七十五尺爲五乘方每一根之數也。蓋五乘方之本法。有六四乘廉。十五三乘廉。二十自乘再乘廉。十五自乘廉。六長廉。一小隅。旣得初商。乃以初商乘四次。六因之得六四乘廉爲法。除餘積得次商。以初商乘三次與次商相乘。十五乘之爲十五三乘廉。以初商自乘再乘次商自乘兩數相乘。二十乘之爲二十自乘再乘廉。以初商自乘次商自乘再乘兩數相乘。十五乘之爲十五自乘廉。以次商乘三次與初商相乘。六因之爲六長廉。以次商乘四次爲一小隅。合六四乘廉。十五三乘廉。二十自乘再乘廉。十五自乘廉。六長廉。一小隅。以次商乘之爲次商廉隅之共積。今此法得次商之後。合初商乘五次。卽得應減之積也。

又法。用開平方開立方開之。初以原積八十五京九千零六十八兆三千零

九	二	六	八	五	九	三	七	五
八	五	九	〇	六	八	三	〇	一
〇	二	五	三	九	〇	六	二	五
九	七	五						
九	七	五						
九	二	六	八	五	九	三	七	五

一十億二千五百三十九萬零六百二十五尺開平方得九億二千六百八十五萬九千三百七十五尺。又以九億二千六百八十五萬九千三百七十五尺開立方得九百七十五尺。即五乘方每一根之數也。又用表開法列積八十五京九千零六十八兆三千零一十億二千五百三十九萬零六百二十五尺。自末位起算隔五位作記定位同前。乃截方根第二位以前積八五九〇六八三〇一〇二五爲初商次商之積於表中取比此數相近略小之數爲八三二九七二〇〇四九二九。即初商次商乘五次之數。其所對初商根爲九次商根爲七。即將九七書於初商次商之位。而以八三二九七二〇〇四九二九書於初商次商積之下。相減餘二六〇九六二九六〇九六。乃以八三二九七二〇〇四九二九格內三商廉法五一五二四〇四一五四除餘積二六〇九六二九六〇九六。足五倍。即定三商爲五。書於三商之位。合初商次商共九百七十五。乘五次得八十五京九千零六十八兆三千零一十億二千五百三十九萬零六百二十五尺。與原積相減恰盡。即定五乘方根爲九百七十五尺也。

六乘方

設如有六乘方積三垓二千五百八十九京四千五百九十九兆二千五百二十三億九千五百九十萬零九百二十八尺開六乘方。問每一根之數幾何。

九	七	五
八五九〇六八三〇一〇二五三九〇六二五	八三二九七二〇〇四九二九	〇二六〇九六二九六〇九六
八五九〇六八三〇一〇二五三九〇六二五	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

[illegible]

前乃截方根第二位以前積三二五八九四九九二五二三九爲初商次商之積於表中取此數相近略小之數爲三二〇五七七〇八八二八一二五即初商次商乘六次之數其所對初商根爲八次商根爲五即將八五書於初商次商之位而以三二〇五七七〇八八二八一二五書於初商次商積之下相減餘五三一七五一〇九七一四乃以三二〇五七七〇八八二八一二五格內三商廉法二六四〇四六六〇九三七除餘積五三一七五一〇九七一四足二倍即定三商爲二書於三商之位合初商次商共八百五十二尺乘六次得三垓二千五百八十九京四千五百九十九兆二千五百二十三億九千五百九十萬零九百二十八尺與原積相減恰盡即定六乘方根爲八百五十二尺也

七乘方

設如有七乘方積六百三十八垓五千一百三十二京零二百三十三兆九千三百八十三億九千零一十九萬三千一百二十一尺開七乘方問每一根之數幾何

法列方積六百三十八垓五千一百三十二京零二百三十三兆九千三百八十三億九千零一十九萬三千一百二十一尺自末位起算每方積八位定方根一位故隔七位作記乃於一尺上定單位三億尺上定十位二京尺上定百位其六百三十八垓五千一百三十二京尺爲初商積與七百乘七次之數相準即定初商爲七百尺書於方積二京尺之上而以七百尺乘七次之五百七十六垓四千八百零一京尺書於初商積之下相減餘六十二垓零三百三十一京尺爰以方根第二位積二百三十三兆九千三百八十三億尺續書於後共六十二垓零三百三十一京零二百三十三兆九千三百八十三億尺爲次