

21
Century

21世纪高等院校电气信息类系列教材

Electrical Information •
Science and Technology

信号与系统

主编 许波

参编 和卫星 毛彦欣



附赠电子教案

[http:// www.cmpedu.com](http://www.cmpedu.com)



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21 世纪高等院校电气信息类系列教材

信号与系统

主编 许 波

参编 和卫星 毛彦欣



机械工业出版社

本书系统地介绍了信号与系统的基本概念、基本理论和基本分析方法。全书共8章,内容包括:信号与系统的基本概念;连续时间系统的时域分析;连续时间信号的频域分析;连续时间系统的频域分析;连续时间信号与系统的复频域分析;离散时间信号与系统的时域分析;离散时间信号与系统的 z 域分析;系统的状态变量分析等。

本书采用数学概念与物理概念并重的处理方式,阐述了连续时间信号和离散时间信号通过线性时不变系统的时域分析与变换域分析,引入MATLAB软件作为信号与系统分析的工具,来实现原理、方法与应用三方面的结合。书中配有大量的例题和习题,并在每章末附有部分参考答案,以利于读者对基本内容的理解和自学。

本书可作为高等院校电子信息工程、通信工程、自动化、电子信息科学与技术、生物医学工程、计算机科学与技术等专业“信号与系统”课程的教材,也可供从事相关专业的科技工作人员参考。

本书配有电子教案,需要的读者可登录 www.cmpedu.com 免费注册,审核通过后下载,或联系编辑索取(QQ: 308596956, 电话: 010-88379753)。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/许波主编. —北京:机械工业出版社, 2015. 8

21世纪高等院校电气信息类系列教材

ISBN 978-7-111-51173-1

I. ①信… II. ①许… III. ①信号系统—高等学校—教材

IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第187515号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:时静 责任编辑:时静 韩静

责任校对:张晓蓉 责任印制:李洋

北京宝昌彩色印刷有限公司印刷

2015年8月第1版·第1次印刷

184mm×260mm·26印张·643千字

0001—3000册

标准书号:ISBN 978-7-111-51173-1

定价:59.80元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:(010)88379833

机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:(010)88379649

机工官博:weibo.com/cmp1952

教育服务网:www.cmpedu.com

封面无防伪标均为盗版

金书网:www.golden-book.com

出版说明

随着科学技术的不断进步，整个国家自动化水平和信息化水平的长足发展，社会对电气信息类人才的需求日益迫切、要求也更加严格。在教育部颁布的“普通高等学校本科专业目录”中，电气信息类（Electrical and Information Science and Technology）包括电气工程及其自动化、自动化、电子信息工程、通信工程、计算机科学与技术、电子科学与技术、生物医学工程等子专业。这些子专业的人才培养对社会需求、经济发展都有着非常重要的意义。

在电气信息类专业及学科迅速发展的同时，也给高等教育工作带来了许多新课题和新任务。在此情况下，只有将新知识、新技术、新领域逐渐融合到教学、实践环节中去，才能培养出优秀的科技人才。为了配合高等院校教学的需要，机械工业出版社组织了这套“21世纪高等院校电气信息类系列教材”。

本套教材是在对电气信息类专业教育情况和教材情况调研与分析的基础上组织编写的，期间，与高等院校相关课程的主讲教师进行了广泛的交流和探讨，旨在构建体系完善、内容全面新颖、适合教学的专业教材。

本套教材涵盖多层次专业课程，定位准确，注重理论与实践、教学与教辅的结合，在语言描述上力求准确、清晰，适合各高等院校电气信息类专业学生使用。

机械工业出版社

前 言

“信号与系统”课程是高等工科院校电子信息工程、通信工程、自动化、电子信息科学与技术、生物医学工程、计算机科学与技术等专业的一门重要的技术基础课程。该课程的应用领域非常广泛，几乎遍及电类及非电类的各个工程技术学科。随着信息科学与技术的迅速发展，新的信号处理和分析技术不断涌现。由于信号是信息的载体，系统是信息处理的手段，因此，作为研究信号与系统基本理论和方法的“信号与系统”课程，必须与信息科学技术的发展趋势相一致。为此，编者在结合了多年的教学改革与实践成果，并参阅国内外最新优秀教材的基础上，编写了本书。

本书是根据高等工科院校“信号与系统课程教学基本要求”，并贯彻工科专业基础课教材立足于“加强基础，精选内容；结合实际，逐步更新；突出重点，利于教学”的指导思想而精心编排的。在内容结构上，采用先“信号分析”，后“系统分析”；先“连续信号与系统分析”，后“离散信号与系统分析”；先“时域分析”，后“变换域分析”。这样的安排，既体现了两者之间在理论分析上相对独立、内容上相互并行的特点，又遵循了先易后难、循序渐进的教学原则。

本书主要讨论确定性信号的特性和线性时不变系统的基本理论和基本分析方法，建立信号分析与系统分析之间的逻辑关系，明确时域分析与变换域分析的相互关系和各自的适用范畴。在时域分析中，着重于基本信号的数学定义和性质、信号的变换与运算以及系统的描述与时域特性等的讲述；在变换域分析中，突出了傅里叶变换、拉普拉斯变换和 Z 变换的数学概念、基本性质和工程应用背景等，淡化了其数学运算和技巧以及建立信号频谱与系统函数的概念。

在辅助教学工具上，本书引入了具有强大计算功能的 MATLAB 软件。在各章中通过例题的方式，借助 MATLAB 这种现代计算工具加深读者对基本概念、基本原理和基本方法的理解和应用，实现了经典理论与现代计算技术相结合，从而为更有效地学习和理解新知识提供了有效的方法。

本书内容丰富，论述清楚，系统性和实践性较强。结构上注重重点突出、难点分散，强调数学概念与物理概念并重，力求实现原理、方法与应用三方面的结合。本书还精心选编了大量的例题和习题，并配备了部分参考答案，使之与正文有机结合，有利于培养学生分析问题和解决问题的能力。

考虑到大学本科阶段的教学特点，我们在编写本书时注意了教材的教学适用性，在总体结构上力求简明，章节内容安排上既考虑了课程体系的连贯性，又保持了一定的独立性，以适应不同的教学要求和教学计划，便于对本书内容进行裁剪。

参加本书编写工作的有：许波（第3、4、6章）、和卫星（第5、7、8章）、毛彦欣（第1、2章和每章中有关 MATLAB 的内容）。本书由许波任主编，负责全书内容的选定和统稿。

在本书编写的过程中，得到了江苏大学电气信息工程学院的支持与指导，陈晓平教授、赵德安教授、周新云副教授给予了热情帮助和支持。同时，本书的出版得到了江苏省高校优势学科建设工程项目（PAPD）的资助。在此一并表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，敬请读者批评指正。

编者

目 录

出版说明

前言

| | |
|-----------------------------|----|
| 第 1 章 信号与系统的基本概念 | 1 |
| 1.1 信号的描述与分类 | 1 |
| 1.1.1 信号的描述 | 1 |
| 1.1.2 信号分类 | 2 |
| 1.2 基本的连续时间信号 | 6 |
| 1.2.1 正弦信号与指数信号 | 6 |
| 1.2.2 抽样信号 | 7 |
| 1.2.3 阶跃信号与冲激信号 | 8 |
| 1.3 信号的运算与变换 | 13 |
| 1.3.1 信号的基本运算 | 13 |
| 1.3.2 自变量变换引起的信号变换 | 15 |
| 1.3.3 信号的分解 | 17 |
| 1.4 系统的描述与分类 | 19 |
| 1.4.1 系统的数学模型 | 20 |
| 1.4.2 系统的模拟 | 21 |
| 1.4.3 系统的分类 | 22 |
| 1.5 线性时不变系统的基本性质 | 24 |
| 1.5.1 齐次性与叠加性 | 24 |
| 1.5.2 时不变性 | 24 |
| 1.5.3 微分与积分特性 | 25 |
| 1.5.4 因果性 | 26 |
| 1.5.5 稳定性 | 26 |
| 1.5.6 可逆性 | 26 |
| 1.5.7 记忆性与无记忆性 | 26 |
| 1.6 连续时不变系统分析方法 | 27 |
| 1.7 信号运算与变换及系统判断的 MATLAB 实现 | 27 |
| 习题 1 | 34 |
| 习题 1 部分参考答案 | 38 |
| 第 2 章 连续时间系统的时域分析 | 40 |
| 2.1 连续时间系统的数学模型 | 40 |

| | | |
|--------------|-----------------------|-----------|
| 2.2 | 连续时间系统的响应 | 41 |
| 2.2.1 | 微分方程的经典解 | 41 |
| 2.2.2 | 零输入响应与零状态响应 | 44 |
| 2.3 | 冲激响应与阶跃响应 | 46 |
| 2.3.1 | 冲激响应 | 46 |
| 2.3.2 | 阶跃响应 | 49 |
| 2.4 | 卷积 | 50 |
| 2.4.1 | 卷积的定义 | 50 |
| 2.4.2 | 卷积的求解 | 50 |
| 2.5 | 卷积的性质 | 52 |
| 2.5.1 | 卷积的代数运算 | 52 |
| 2.5.2 | 卷积的微分与积分 | 54 |
| 2.5.3 | 与冲激函数的卷积 | 55 |
| 2.5.4 | 卷积的时移性质 | 56 |
| 2.6 | 连续时间系统时域分析的 MATLAB 实现 | 60 |
| 习题 2 | | 64 |
| 习题 2 部分参考答案 | | 67 |
| 第 3 章 | 连续时间信号的频域分析 | 69 |
| 3.1 | 信号的正交分解 | 69 |
| 3.1.1 | 矢量的正交分解 | 69 |
| 3.1.2 | 正交函数与正交函数集 | 70 |
| 3.1.3 | 信号的正交分解方法 | 71 |
| 3.2 | 周期信号的傅里叶级数分解 | 72 |
| 3.2.1 | 三角形式的傅里叶级数 | 72 |
| 3.2.2 | 指数形式的傅里叶级数 | 74 |
| 3.2.3 | 函数的对称性与傅里叶系数的关系 | 76 |
| 3.3 | 周期信号的频谱 | 79 |
| 3.3.1 | 周期信号的频谱定义 | 79 |
| 3.3.2 | 周期矩形脉冲信号的频谱 | 81 |
| 3.4 | 非周期信号的频谱 | 84 |
| 3.4.1 | 傅里叶变换 | 84 |
| 3.4.2 | 典型非周期信号的频谱 | 86 |
| 3.5 | 傅里叶变换的性质 | 91 |
| 3.5.1 | 线性性质 | 91 |
| 3.5.2 | 时移性质 | 92 |
| 3.5.3 | 频移性质 | 93 |
| 3.5.4 | 尺度变换性质 | 95 |
| 3.5.5 | 对称性质 | 95 |
| 3.5.6 | 奇偶虚实性质 | 98 |

| | | |
|--------------|-----------------------|------------|
| 3.5.7 | 时域微分性质 | 99 |
| 3.5.8 | 时域积分性质 | 99 |
| 3.5.9 | 频域微分性质 | 102 |
| 3.5.10 | 频域积分性质 | 103 |
| 3.5.11 | 时域卷积定理 | 103 |
| 3.5.12 | 频域卷积定理 | 105 |
| 3.6 | 周期信号的傅里叶变换 | 106 |
| 3.6.1 | 正、余弦信号的傅里叶变换 | 106 |
| 3.6.2 | 一般周期信号的傅里叶变换 | 107 |
| 3.7 | 帕塞瓦尔定理与功率谱、能量谱 | 110 |
| 3.7.1 | 帕塞瓦尔定理 | 110 |
| 3.7.2 | 功率谱与能量谱 | 112 |
| 3.8 | 连续时间信号频域分析的 MATLAB 实现 | 113 |
| | 习题 3 | 119 |
| | 习题 3 部分参考答案 | 126 |
| 第 4 章 | 连续时间系统的频域分析 | 128 |
| 4.1 | 系统响应的频域分析 | 128 |
| 4.1.1 | 频域系统函数 | 128 |
| 4.1.2 | 周期信号激励下系统响应的频域分析 | 130 |
| 4.1.3 | 非周期信号激励下系统响应的频域分析 | 133 |
| 4.2 | 无失真传输 | 136 |
| 4.3 | 理想低通滤波器与系统的物理可实现性 | 138 |
| 4.3.1 | 理想低通滤波器及其冲激响应 | 139 |
| 4.3.2 | 理想低通滤波器的阶跃响应 | 140 |
| 4.3.3 | 系统的物理可实现性 | 142 |
| 4.4 | 希尔伯特变换 | 143 |
| 4.4.1 | 系统函数的约束特性与希尔伯特变换 | 143 |
| 4.4.2 | 希尔伯特滤波器 | 144 |
| 4.5 | 调制与解调 | 145 |
| 4.5.1 | 调制与解调的基本概念 | 145 |
| 4.5.2 | 抑制载波的双边带幅度调制与解调 | 146 |
| 4.5.3 | 幅度调制与解调 | 148 |
| 4.5.4 | 单边带调制与残留边带调制 | 150 |
| 4.6 | 抽样定理 | 151 |
| 4.6.1 | 信号的时域抽样 | 151 |
| 4.6.2 | 时域抽样定理 | 154 |
| 4.6.3 | 理想内插恢复 | 156 |
| 4.6.4 | 实际内插恢复 | 157 |
| 4.6.5 | 频域抽样定理 | 159 |

| | | |
|--------------|---------------------------|------------|
| 4.7 | 频分复用与时分复用 | 159 |
| 4.7.1 | 频分复用 | 159 |
| 4.7.2 | 时分复用 | 160 |
| 4.8 | 连续时间系统频域分析的 MATLAB 实现 | 161 |
| | 习题 4 | 168 |
| | 习题 4 部分参考答案 | 174 |
| 第 5 章 | 连续时间信号与系统的复频域分析 | 176 |
| 5.1 | 拉普拉斯变换 | 176 |
| 5.1.1 | 从傅里叶变换到拉普拉斯变换 | 176 |
| 5.1.2 | 拉普拉斯变换的收敛域 | 178 |
| 5.1.3 | 常见信号的拉普拉斯变换 | 180 |
| 5.2 | 拉普拉斯变换的性质 | 181 |
| 5.2.1 | 线性性质 | 182 |
| 5.2.2 | 时移性质 | 183 |
| 5.2.3 | 复频移性质 | 186 |
| 5.2.4 | 尺度变换性质 | 187 |
| 5.2.5 | 时域微分性质 | 188 |
| 5.2.6 | 时域积分性质 | 189 |
| 5.2.7 | 复频域微分性质 | 192 |
| 5.2.8 | 复频域积分性质 | 192 |
| 5.2.9 | 初值定理 | 193 |
| 5.2.10 | 终值定理 | 194 |
| 5.2.11 | 时域卷积定理 | 195 |
| 5.2.12 | 复频域卷积定理 | 197 |
| 5.3 | 拉普拉斯反变换 | 198 |
| 5.4 | 连续时间系统的复频域分析 | 205 |
| 5.4.1 | 微分方程的复频域求解 | 205 |
| 5.4.2 | 电路的复频域模型与求解 | 207 |
| 5.5 | 系统函数与系统特性 | 211 |
| 5.5.1 | 系统函数 | 212 |
| 5.5.2 | 系统函数的零点与极点 | 214 |
| 5.5.3 | 系统函数的零、极点分布与时域响应特性的关系 | 216 |
| 5.5.4 | 系统函数的零、极点分布与频域响应特性的关系 | 219 |
| 5.5.5 | 系统函数的极点分布与系统稳定性的关系 | 222 |
| 5.6 | 线性系统的模拟 | 223 |
| 5.6.1 | 基本运算器 | 223 |
| 5.6.2 | 系统模拟的直接形式 | 223 |
| 5.6.3 | 系统模拟的组合形式 | 226 |
| 5.7 | 连续时间信号与系统复频域分析的 MATLAB 实现 | 230 |
| | 习题 5 | 236 |

| | |
|--|------------|
| 习题 5 部分参考答案 | 244 |
| 第 6 章 离散时间信号与系统的时域分析 | 249 |
| 6.1 离散时间信号基础 | 249 |
| 6.1.1 离散时间信号的数学描述 | 249 |
| 6.1.2 常见离散时间信号 | 250 |
| 6.1.3 离散时间信号的基本运算 | 253 |
| 6.2 离散时间系统 | 257 |
| 6.2.1 线性时不变离散时间系统 | 257 |
| 6.2.2 离散时间系统的数学模型 | 258 |
| 6.2.3 离散时间系统的时域模拟 | 260 |
| 6.3 离散时间系统的时域响应 | 262 |
| 6.3.1 迭代法求解差分方程 | 262 |
| 6.3.2 经典法求解差分方程 | 262 |
| 6.3.3 零输入响应与零状态响应 | 265 |
| 6.4 单位序列响应与单位阶跃响应 | 267 |
| 6.4.1 单位序列响应 | 267 |
| 6.4.2 单位阶跃响应 | 269 |
| 6.5 卷积和 | 270 |
| 6.5.1 卷积和的定义 | 270 |
| 6.5.2 卷积和的求解 | 271 |
| 6.5.3 卷积和的性质 | 275 |
| 6.6 离散时间信号与系统时域分析的 MATLAB 实现 | 276 |
| 习题 6 | 282 |
| 习题 6 部分参考答案 | 287 |
| 第 7 章 离散时间信号与系统的 z 域分析 | 290 |
| 7.1 Z 变换 | 290 |
| 7.1.1 Z 变换的定义 | 290 |
| 7.1.2 Z 变换的收敛域 | 291 |
| 7.1.3 常见序列的 Z 变换 | 293 |
| 7.2 Z 变换的性质 | 295 |
| 7.2.1 线性性质 | 295 |
| 7.2.2 移位性质 | 296 |
| 7.2.3 z 域尺度变换性质 | 297 |
| 7.2.4 z 域微分性质 | 298 |
| 7.2.5 z 域积分性质 | 299 |
| 7.2.6 时域折叠性质 | 300 |
| 7.2.7 初值定理 | 301 |
| 7.2.8 终值定理 | 301 |
| 7.2.9 时域卷积定理 | 302 |
| 7.2.10 z 域卷积定理 | 304 |

| | | |
|--------------|------------------------------------|------------|
| 7.3 | Z 反变换 | 305 |
| 7.3.1 | 幂级数展开法 | 305 |
| 7.3.2 | 部分分式展开法 | 307 |
| 7.3.3 | 围线积分法 | 310 |
| 7.4 | Z 变换与拉普拉斯变换的关系 | 313 |
| 7.5 | 差分方程的 Z 变换求解 | 315 |
| 7.6 | 系统函数与系统特性 | 318 |
| 7.6.1 | 系统函数 | 318 |
| 7.6.2 | 系统函数的零点与极点 | 319 |
| 7.6.3 | 系统函数的零、极点分布与时域响应特性的关系 | 320 |
| 7.6.4 | 系统函数与系统的因果、稳定性的关系 | 322 |
| 7.7 | 离散时间系统的频率响应 | 324 |
| 7.7.1 | 频率响应 | 324 |
| 7.7.2 | 系统函数零、极点分布与频率响应特性的关系 | 325 |
| 7.8 | 离散时间系统的 z 域模拟 | 328 |
| 7.8.1 | 基本运算器 | 328 |
| 7.8.2 | 系统模拟的直接形式 | 328 |
| 7.8.3 | 系统模拟的组合形式 | 331 |
| 7.9 | 离散时间信号与系统 z 域分析的 MATLAB 实现 | 333 |
| | 习题 7 | 336 |
| | 习题 7 部分参考答案 | 341 |
| 第 8 章 | 系统的状态变量分析 | 345 |
| 8.1 | 状态方程 | 345 |
| 8.1.1 | 状态变量和状态方程 | 345 |
| 8.1.2 | 状态方程的一般形式 | 347 |
| 8.2 | 状态方程的建立 | 349 |
| 8.2.1 | 连续系统状态方程的建立 | 349 |
| 8.2.2 | 离散系统状态方程的建立 | 361 |
| 8.3 | 状态方程的求解 | 365 |
| 8.3.1 | 连续系统状态方程的求解 | 365 |
| 8.3.2 | 离散系统状态方程的求解 | 371 |
| 8.4 | 系统的可控制性与可观测性 | 377 |
| 8.4.1 | 状态矢量的线性变换 | 377 |
| 8.4.2 | 系统的可控制性 | 382 |
| 8.4.3 | 系统的可观测性 | 384 |
| 8.4.4 | 系统的可控性和可观性与系统函数的关系 | 385 |
| 8.5 | 系统的状态变量分析的 MATLAB 实现 | 388 |
| | 习题 8 | 391 |
| | 习题 8 部分参考答案 | 397 |
| | 参考文献 | 403 |

第1章 信号与系统的基本概念

人们在日常生活和生产实践中,总是要不断地以各种方式发出消息和接收消息,从古代利用烽火台的火光、击鼓鸣金的声音来传送警报或传达命令,或利用信鸽、旗语、驿站等传送消息;到现代的人们手持通信机,以个人相应的电话号码呼叫或被呼叫,进行语音、图像、数据等各种信号的传输等。那么,消息究竟是什么呢?通俗地说,消息是指人们得到的原来所不知道的知识。

消息是各种各样、丰富多彩的,它们具体的物理形态也千差万别。例如,语音消息(话音或音乐)是以声压的形式表示的;视觉消息是以亮度和色彩的形式表示的;文字和数据消息是以字符串的形式表示的。由于消息一般不方便直接传输,故需要转换形式或需要某种物理量作为载体。通常,人们把消息的具体表现形式或者传载体称为信号。例如,通过声、光、电等的变化形式来表示和传送消息,即形成了声信号、光信号和电信号。由此可见,信号是消息的表现形式或传载体,消息是信号的具体内容。

“系统”这一术语在众多领域得到了广泛使用,例如,通信系统、控制系统、计算机系统、网络系统、运输系统、生态系统、神经系统、机械系统、经济系统等。所谓系统,是指若干个相互依赖、相互独立的单元组合而成的具有特定功能的整体。系统可以小到一个电阻或一个细胞,也可以大到一个复杂电路、整个人体,乃至整个宇宙,它们可以是自然系统,也可以是人工系统。

本章将首先介绍信号的描述与分类、常见的基本连续时间信号以及信号的运算和变换;接着,介绍系统的描述与分类、线性时不变系统的基本性质;最后,简要介绍连续线性时不变系统的分析方法。

1.1 信号的描述与分类

1.1.1 信号的描述

在数学上,信号可以表示为一个或多个独立变量的函数,一般包含了某个或多个现象的消息。用不同的函数描述信号就意味着它们包含了不同的消息。描述信号最基本的方法是写出它的数学表达式,该表达式是一个时间的函数,依据该函数绘出的图像称为信号的波形。例如,图 1.1a 所示为一个正弦信号的波形,其表达式为

$$f(t) = K\sin(\omega t + \theta) \quad (1.1)$$

式中, K 、 ω 和 θ 分别表示正弦信号的幅度、角频率和初始相位。自变量 t 的定义区间一般需要在表达式中加以注明,如果表达式中不注明 t 的定义区间,则默认为信号表达式在自变量 t 的无限区间上都成立。如果自变量 t 在不同的区间上服从不同的变化规律,则该信号可以用分段函数来表示,例如,图 1.1b 所示的矩形脉冲信号可表示为

$$f(t) = \begin{cases} 2 & -1 < t < 2 \\ 0 & t < -1, t > 2 \end{cases} \quad (1.2)$$

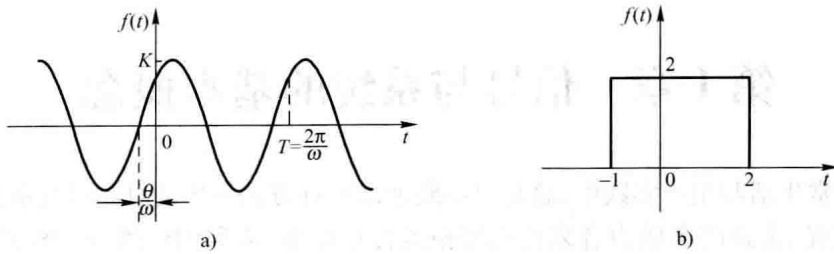


图 1.1 信号的波形
a) 正弦信号 b) 矩形脉冲信号

为了方便讨论,本书中将“信号”与“函数”两个名词术语通用。除了用数学表达式和波形描述信号以外,随着问题的深入,还需要引用频谱分析、各种变换等方式来对信号进行描述和研究。

1.1.2 信号的分类

按照信号不同的物理属性、用途和数学特征,对信号有多种不同的分类方法。例如,按其物理属性,可分为声信号、光信号和电信号等;按照不同的用途,可分为雷达信号、电视信号和通信信号等;按照数学特征,又有奇信号和偶信号之分,等等,这里就不一一列举了。在信号与系统分析中常用的分类方法如下。

1. 确定性信号与随机信号

按照信号变化服从的规律来分,可以把信号分为确定性信号与随机信号。

如果信号可以被表示为某一确定的时间函数,即对于某一指定时刻 t ,有一确定的函数值与之对应,这类信号称为确定性信号。例如,我们熟知的正弦信号、余弦信号等就是确定性信号。

如果不能用某一确定的时间函数来描述的信号,称为随机信号。也就是说,对于每一个自变量的取值,函数值具有某种不确定性或不可预知性。通常,信号在传输过程中,不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响,这些干扰和噪声都具有随机性。对随机信号由于不能给出确定的时间函数,故一般采用统计规律方法对其进行研究。本书只讨论确定性信号及其通过系统的基本概念和基本分析方法,对于随机信号的分析是后续课程的任务。

2. 连续时间信号与离散时间信号

按照自变量的变化或取值方式,可以将信号分为连续时间信号与离散时间信号两大类。如果信号的自变量是连续取值的,即信号在自变量的某个连续范围内都有定义,则该信号是连续时间信号,简称连续信号,如图 1.2 所示。但要注意,自变量的取值连续,并不是在所有区间上都连续,自变量的取值可以允许存在有限个间断点,如图 1.2b 所示的脉冲信号,在 $t = 3$ 时函数值 $f(t)$ 发生了跳变,但它是一种连续信号。应当指出,连续信号的函数值可以是连续的,也可以是离散的。对时间和函数值取值都连续的信号又称为模拟信号。

如果信号的自变量只在某些离散的时刻取值(这些离散点在时间轴上可以是均匀分布,也可以不均匀分布),在其他时刻没有定义,则该信号是离散时间信号,简称离散信号。离散信号的自变量常用整数 k 表示,如图 1.3 所示。离散信号的函数值取值可以连续,也可以离散。如果离散时间信号的值只能取某些规定的数值,则又称为数字信号,如图 1.3b 所示,函数值 $f(k)$ 只能取 0 或 1 两个数值,因此它是数字信号。

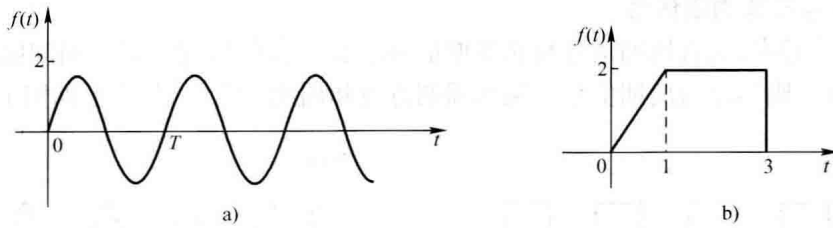


图 1.2 连续时间信号

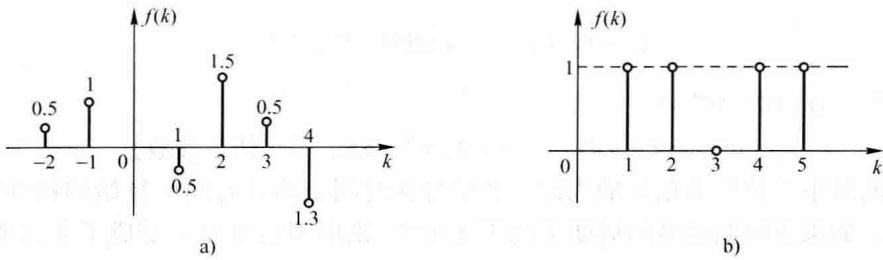


图 1.3 离散时间信号

在生产实际中,如银行发布的存款利率、按年度或月份统计的人口数量等都是典型的离散时间信号。另外,离散时间信号还可以是连续时间信号的抽样值,如图 1.4 所示, $f_s(t)$ 是在 $t = kT_s$ 各点的 $f(t)$ 值,称 $f_s(t)$ 为 $f(t)$ 的抽样信号,其中, T_s 为抽样周期, $1/T_s$ 为抽样频率。一般将 $f_s(t) = f(kT_s)$ 简记为 $f(k)$,称为序列,其中 k 为整数,表示函数值的序号。

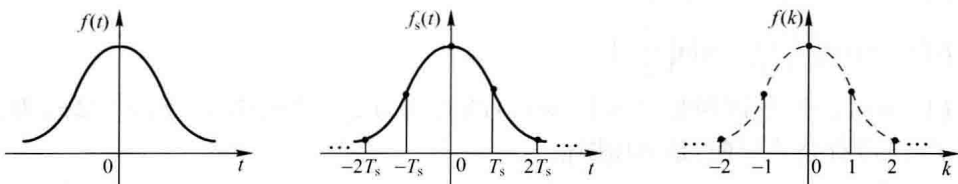


图 1.4 连续时间信号与抽样信号

例 1.1 如图 1.5 所示,判断下列信号是否为连续时间信号或离散时间信号,如果是离散时间信号,是否为数字信号。

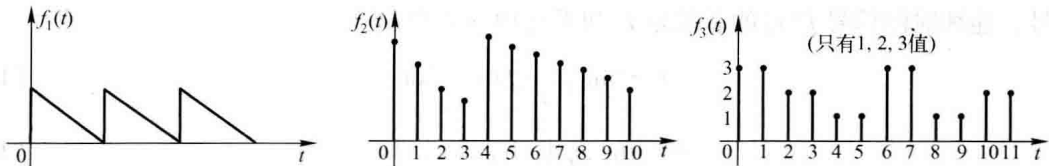


图 1.5 例 1.1 中的信号波形图

解 判断某信号是连续信号还是离散信号,关键看时间变量 t 是否连续。很明显,信号 $f_1(t)$ 的时间 t 取值连续,因此为连续时间信号。 $f_2(t)$ 和 $f_3(t)$ 的时间取值是离散的,因此属于离散时间信号,其中 $f_3(t)$ 的函数值只有 1、2、3 三个值,函数值取值也是离散的,因此 $f_3(t)$ 是数字信号。

3. 周期信号与非周期信号

在确定性信号中,又有周期信号与非周期信号之分。若信号按一定时间间隔周而复始地重复着某一规律,则称之为周期信号。例如周期方波和周期三角波,其波形如图 1.6 所示。

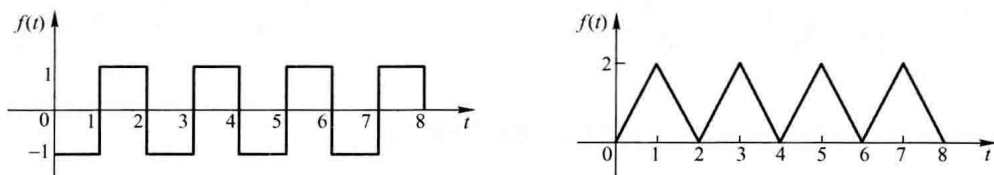


图 1.6 周期方波和周期三角波信号

对于周期的连续时间信号

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ (任意整数)} \quad (1.3)$$

满足此关系的最小 T 值称为信号的周期。若信号在时间上不具有周而复始的特性,则称之为非周期信号。如果令周期信号的周期 T 趋于无穷大,则周期信号就演变成了非周期信号。实际上,真正的周期信号是不存在的,所谓周期信号是指在相当长的时间内按某一规律重复变化的信号。

这里要注意两个周期信号相加之后构成的复合信号的周期性。假设 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 都是周期信号,且周期分别为 T_1 、 T_2 ,当且仅当 T_1/T_2 为有理数时, $f_1(t) + f_2(t)$ 才是周期的,且周期是 T_1 、 T_2 的最小公倍数;当 T_1/T_2 为无理数时, $f_1(t) + f_2(t)$ 是非周期的。

例 1.2 判断下列信号的周期性。

(1) $f_1(t) = \cos(2\pi t) + 3\sin(t)$

(2) $f_2(t) = \cos\left(\frac{2}{3}t\right) + 3\sin\left(\frac{1}{2}t\right)$

解 (1) $\cos(2\pi t)$ 的周期为 $T_1 = 1$, $\sin(t)$ 的周期为 $T_2 = 2\pi$,则 $T_1/T_2 = 1/2\pi$,为无理数,因此信号 $f_1(t)$ 没有公共周期,是非周期信号。

(2) $\cos\left(\frac{2}{3}t\right)$ 的周期为 $T_1 = 3\pi$, $\sin\left(\frac{1}{2}t\right)$ 的周期为 $T_2 = 4\pi$,则 $T_1/T_2 = 3/4$,为有理数,因此信号 $f_2(t)$ 是周期信号,且周期为 12π 。

4. 能量信号与功率信号

按照信号的总能量 E 和平均功率 P 划分,可以将信号分为能量信号、功率信号和非功非能信号。连续时间信号 $f(t)$ 的总能量 E 和平均功率 P 分别为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1.4)$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1.5)$$

如果信号 $f(t)$ 的总能量 E 有限,此时平均功率 P 为零,则称信号 $f(t)$ 为能量信号;如果信号 $f(t)$ 的总能量 E 无限,平均功率 P 有限,则称信号 $f(t)$ 为功率信号;如果信号 $f(t)$ 的总能量 E 和平均功率 P 均无限,则称信号为非功非能信号。

对于周期为 T 的周期信号,信号的平均功率是它每个周期上的平均功率,即

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt \quad (1.6)$$

一般地,周期信号的能量随着时间的增加可以趋于无限,但平均功率可以是有限的,所以,无限时间上的周期信号是功率信号。而非周期信号按照其能量与平均功率可以分为能量信号、功率信号和非功非能信号三种。

例 1.3 判断下列信号是否为能量信号或功率信号。

$$(1) f_1(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$(2) f_2(t) = e^{-2|t|}$$

$$(3) f_3(t) = e^{-2t}$$

$$(4) f_4(t) = e^{j\omega_0 t}$$

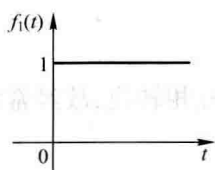
解

(1) 信号 $f_1(t)$ 波形如图 1.7a 所示,由式(1.4)和式(1.5)可求得信号的总能量和平均功率分别为

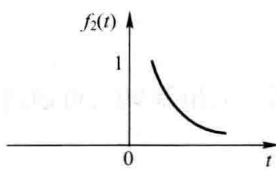
$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f_1(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T dt = \lim_{T \rightarrow \infty} T \rightarrow \infty$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f_1(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^T dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} T = \frac{1}{2}$$

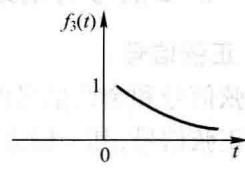
可见,信号的能量无限,平均功率有限,因此信号 $f_1(t)$ 为功率信号。



a)



b)



c)

图 1.7 例 1.3 中信号波形图

(2) 信号 $f_2(t)$ 波形如图 1.7b 所示,同理可求得信号的总能量和平均功率分别为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f_2(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^0 e^{4t} dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T e^{-4t} dt = 2 \int_0^{\infty} e^{-4t} dt = \frac{1}{2}$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f_2(t)|^2 dt = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^T e^{-4t} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1 - e^{-4T}}{4T} \rightarrow 0$$

信号的能量有限,平均功率为零,因此信号 $f_2(t)$ 为能量信号。

(3) 信号 $f_3(t)$ 波形如图 1.7c 所示,同理可求得信号的总能量和平均功率分别为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f_3(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T e^{-4t} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{4} \right) e^{-4t} \Big|_{-T}^T = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{e^{4T} - e^{-4T}}{4} \rightarrow \infty$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f_3(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T e^{-4t} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{e^{4T} - e^{-4T}}{8T} \rightarrow \infty$$

信号的能量和平均功率均无限,因此信号 $f_3(t)$ 为非功非能信号。

(4) 同理可求得信号 $f_4(t)$ 的总能量和平均功率分别为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f_4(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \rightarrow \infty$$