

高等学校教材

大学物理学(下)

宋小龙 葛永华 庄良 许士跃 等 编

高等教育出版社

高等

大学物理学 (下)

D a x u e W u l i x u e

宋小龙 葛永华 庄良 许士跃 等 编

高等教育出版社·北京

内容提要

本书根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科大学物理课程教学基本要求》(2010 年版),按照目前本课程教学的实际情况,在编者长期教学所积累的教学经验的基础上编写而成。本书旨在帮助学生在掌握基础物理理论及其应用的同时,能充分体会物理学分析问题、研究问题和解决问题的方法,能深刻领会物理学中的科学思维和创新精神,为以后进一步的学习、研究打下扎实的基础。

本书共 19 章内容,分为上、中、下三册。上册包含力学、振动和波动部分,中册包含电磁学部分,下册则包含热学、波动光学和近代物理部分。

本书可作为高等学校理工科各专业的大学物理课程的教材,也可供大专院校、成人高校的相关专业师生使用,对于自学大学物理课程的读者也是一本很好的阅读教材。

图书在版编目 (C I P) 数据

大学物理学. 下 / 宋小龙等编. -- 北京 : 高等教育出版社, 2015. 8

ISBN 978 - 7 - 04 - 043252 - 7

I. ①大… II. ①宋… III. ①物理学 - 高等学校 - 教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 171816 号

策划编辑 高聚平	责任编辑 高聚平	封面设计 赵 阳	版式设计 杜微言
插图绘制 杜晓丹	责任校对 杨凤玲	责任印制 刘思涵	

出版发行 高等教育出版社	咨询电话 400 - 810 - 0598
社 址 北京市西城区德外大街 4 号	网 址 http://www.hep.edu.cn
邮政编码 100120	http://www.hep.com.cn
印 刷 北京明月印务有限责任公司	网上订购 http://www.landaco.com
开 本 787 mm × 1092 mm 1/16	http://www.landaco.com.cn
印 张 12.5	版 次 2015 年 8 月第 1 版
字 数 310 千字	印 次 2015 年 8 月第 1 次印刷
购书热线 010 - 58581118	定 价 22.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 43252 - 00

第十四章 气体动理论	1	16-2 双缝干涉	85
14-1 热力学系统的状态	2	16-3 薄膜干涉	88
14-2 热力学第零定律与温度	4	16-4 单缝衍射	97
14-3 理想气体物态方程	6	16-5 光栅衍射	104
14-4 理想气体的压强和温度	9	16-6 X射线的衍射	109
14-5 能量均分定理 理想气体内能	13	16-7 光的偏振现象	110
14-6 麦克斯韦速率分布律	17	16-8 反射和折射时的偏振现象	113
14-7 玻耳兹曼分布律	23	16-9 双折射现象	115
14-8 气体分子的平均自由程和碰撞 频率	25	提要	120
14-9 气体内的输运过程	27	思考题	123
14-10 实际气体和范德瓦耳斯方程	30	习题	124
提要	35	第十七章 狭义相对论	130
思考题	37	17-1 伽利略变换 力学的相对性原理	130
习题	38	17-2 狭义相对论的两条基本假设 洛伦兹变换	132
第十五章 热力学基础	41	17-3 狭义相对论的时空观	136
15-1 热力学第一定律	41	17-4 狭义相对论力学	140
15-2 热力学第一定律对理想气体准静态 过程的应用	46	17-5 相对论能量	141
15-3 理想气体的绝热过程	49	17-6 电磁场的相对性	144
15-4 循环过程和卡诺循环 卡诺 定理	55	提要	146
15-5 热力学第二定律	62	思考题	148
15-6 熵和熵增加原理	65	习题	148
15-7 热力学第二定律的统计意义	70	第十八章 波和粒子	150
提要	73	18-1 黑体辐射 普朗克量子假设	150
思考题	75	18-2 光电效应	152
习题	76	18-3 康普顿效应	156
第十六章 波动光学	80	18-4 德布罗意波 实物粒子的波粒 二象性	159
16-1 光的相干性	81	18-5 不确定关系	161
		提要	162
		思考题	164

习题	164	19-6 量子力学中的氢原子问题	183
第十九章 量子理论基础	166	19-7 电子的自旋 原子的电子壳层 结构	187
19-1 氢原子的玻尔理论	166	提要	190
19-2 波函数 薛定谔方程	173	思考题	192
19-3 一维无限深势阱中的粒子	177	习题	192
19-4 一维势垒 隧道效应	179	附录 常用物理常量表	194
19-5 谐振子	181		

第十四章 气体动理论

在自然界中，所有宏观物质的状态、性质及其变化等，都与温度有关，热胀冷缩、汽化液化、结晶升华等，这些与温度有关的物理性质的变化，统称为**热现象** (heat phenomena)。热现象的本质在于物质的**热运动** (thermal motion)，这是有别于物质的机械运动以及其他运动形式的一种基本的、重要的运动形式。热学就是研究物质的热性质和热运动规律的理论，是物理学的一个重要的分支学科。

热学的研究对象是由大量微观粒子（分子、原子等）所组成的宏观物体，热学研究中称之为**热力学系统**，而构成热力学系统的微观粒子又处于永不停息的无规则运动中，这种运动因与温度有关而称为热运动。热运动的特点是：**大量粒子中个别粒子的运动都是不规则的、随机的**，但系统总体在一定的宏观条件下却遵循着确定的规律。正是热运动的这种特点，使得热学理论在研究发展的过程中形成了宏观和微观两种不同的描述方法，建立起宏观与微观两个不同的理论体系。

宏观描述方法形成的热学理论称为**热力学** (thermodynamics)，它基于对热现象大量的直接观察和实验测量所总结出的普适的基本定律，应用数学方法，通过严密推演，得出有关物质各种宏观性质之间的关系、宏观物理过程进行的方向和限度等结论。热力学所得到的结论由于其基于大量实验事实，因而具有高度的可靠性与普遍性。但由于不涉及物质的微观结构，因此它无法进一步给出宏观热现象深层次的原因。

微观描述方法形成的热学理论称为**统计物理学** (statistical physics)，它基于物质的微观结构，通过建立微观模型，运用统计方法，把宏观性质看作由微观热运动的统计平均值所决定，由此找出微观量与宏观量之间的关系。统计物理学使得热力学理论获得微观层次上的解释，使热力学理论具有更深刻的意义。但微观描述方法在数学上常遇到很大的困难，由此而作出简化假设后所得到的结果与实验不能完全相符。

热力学与统计物理学分别从两个不同的角度去研究物质的热运动，尽管两者具有不同的特点并各自具有局限性，但它们彼此密切联系，相辅相成，使热学成为联系微观世界与宏观世界的桥梁。

本书用两章的篇幅分别介绍热学的两种理论。由于气体动理论是统计物理学的一个组成部分，统计物理学的基本研究方法在其中也有较完整的体现，我们将其作为微观理论的代表加以介绍；而宏观理论则重点介绍基本的热力学定律。读者可在此基础上学习更为深入的热学理论课程。

以气体为研究对象，以物质结构的分子热运动为基本出发点构建的微观理论，称为**气体动理论** (kinetic theory of gases)。

气体动理论对个别分子的运动应用力学规律，对大量分子的集体行为应用统计平均的方法，认为系统的宏观性质是大量微观粒子热运动的统计平均效果，宏观量是相应的微观量的统计平均值。

本章重点讨论平衡态理想气体的压强和温度及其微观本质,讨论平衡态下理想气体所遵循的统计规律——能量均分定理和麦克斯韦速率分布律,进一步理解气体分子热运动的微观性质。

14-1 热力学系统的状态

一、热力学系统

热学中把所研究的对象称为**热力学系统** (thermodynamic system) [简称系统 (system)],是由大量微观粒子所组成的宏观物体,而把系统以外、与系统间发生相互作用的部分称为**外界** (surroundings) (或环境)。一般地,系统与外界之间总会存在某些相互作用,从而相互影响。通常根据系统与外界的关系可以将系统分成不同的类型:

(1) **开放系统** (open system): 与外界能进行物质及能量交换的系统。例如:一杯敞开盖子的水;

(2) **封闭系统** (closed system): 与外界仅有能量交换而无物质交换的系统。例如:封闭在乒乓球内的气体;

(3) **孤立系统** (isolated system): 与外界既无能量也无质量交换的系统。例如:封闭在理想保温瓶中的物质。

显然,孤立系统是个理想的极限概念。本课程内容主要讨论封闭系统。

二、物态参量

为确定热力学系统的状态而引入的物理量称为系统的**物态参量** (state parameter)。与力学研究不同,在热学中,我们一般不关心系统整体的宏观机械运动状态,而把研究的注意力转向系统内部。组成系统的大量微观粒子处于永不停息的无规则运动中,每个粒子都具有质量、速度、动量和能量等,这些物理量统称为**微观量** (microscopic quantity)。在热学实验中一般不能直接对微观量进行观察和测量。因此,把系统所表现的各种宏观性质,统称为系统的宏观状态。描述系统宏观性质的物态参量称为**宏观量** (macroscopic quantity)。系统的各种宏观性质之间并非完全是独立的。通常选择若干个独立变化的、可以观测的宏观物理量作为系统的物态参量。常用的有四类:

几何参量:如气体的体积、液体的表面曲率、固体中的各种应变等;

力学参量:如气体的压强、液体的表面张力、固体中的各种应力等;

化学参量:如混合气体中各组分的浓度、物质的量等;

电磁参量:对于处于电磁场中的系统,还要给出电场强度、磁场强度,电极化强度、磁化强度等。

在一个具体问题中如何选用物态参量,需视具体情况而定。对于本课程中主要讨论的化学成分单一的气体系统,在给定其总质量和摩尔质量后,用体积和压强两个参量就可确定其状态。

体积 V 的国际单位制单位为立方米 (m^3)。应注意,气体的体积是指气体分子活动所能达

到的空间，而容器的容积则为气体活动空间与分子本身体积之和，两者是有区别的。在不计分子大小的情况下，通常就是容器的容积。

压强 p 的单位为 $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ ，称为帕斯卡，简称帕，记为 Pa， $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ 。Pa 是国际单位制单位，习惯上还使用一些非国际单位制单位，常见的有“标准大气压”（atm）、“巴”（bar）、“毫米汞柱”（mmHg）或“托”（torr）等，其间的换算关系为

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}, 1 \text{ atm} \approx 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}, 1 \text{ mmHg} = 1 \text{ torr} = 133.3 \text{ Pa}$$

化学物态参量中基本的是物质的量。通常用摩尔为单位，记为 mol。1 mol 物质包含的物质单元的数目对任何物质都为一个常量，称为阿伏伽德罗常量（Avogadro constant），记为 N_A ，则

$$1 N_A \approx 6.022\,136\,7 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

1 mol 物质的质量称为该物质的摩尔质量，通常可用 M 表示。

注意到上述四类物态参量都不是热学所特有的，都不能直接表示系统的冷热程度。热学中还需引入温度（temperature）这一热学参量来表征系统的热学性质。温度概念的科学定义，是建立在实验定律——热力学第零定律（热平衡定律）基础上的。

三、平衡态

热力学系统的状态和性质由物态参量描述。但在有些情况下，热力学系统并没有确定的物态参量。例如，一封闭容器被活动挡板分成 A、B 两部分，A 部贮有一定量气体，B 部为真空。如图 14-1（a）所示。在把挡板抽去，A 部气体向 B 部自由膨胀的过程中，容器中各处气体密度是不均匀的，并有气体的流动，容器中任一处的压强都在随时间变化，因此，该热力学系统没有确定的压强，其状态和性质都不确定。这种状态常被称为非平衡态（nonequilibrium state）。

一般地，一个热力学系统在不受外界影响的条件下，系统各部分的宏观性质不随时间变化的状态，称为平衡态（equilibrium state）。相应地，不满足上述条件的系统状态即为非平衡态。处于非平衡态下的热力学系统就没有确定的状态参量。上述封闭容器内的气体，在经过足够长的时间后，容器内各处气体的状态将由不均匀达到各处均匀一致，如图 14-1（b）所示。此后，如果没有外界影响，则该一定量气体的宏观性质不再发生任何变化，称该系统处于平衡态。

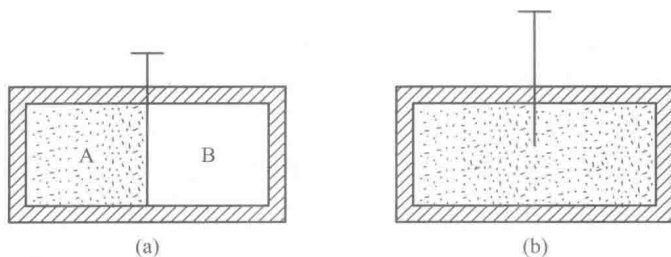


图 14-1 平衡态

又如，使冷热程度不同的两个物体相互接触，热的物体会变冷，冷的物体会变热，经过足够长时间后，两物体将达到冷热程度均匀一致的状态。如果没有外界影响，物体系统将保持这一状态，不再发生宏观变化，称这两个物体的系统处于平衡态。

若系统受到外界的影响但保持了宏观性质不随时间变化,则称之为稳定态,并非平衡态。稳定态与平衡态的区别,在于是否存在外界影响。

深入的研究表明,经过适当的时间,偏离平衡态不太远的系统——近平衡系统总可以达到平衡态。热力学系统由其初始的非平衡态达到平衡态所经历的时间称为系统的弛豫时间(relaxation time)。不同的热力学系统有不同的弛豫时间,即使是在同一系统中,不同的物理量趋于平衡的弛豫时间也不一样。

平衡态下,不随时间变化的是所有能观测到的系统的宏观性质,微观上,组成系统的大量微观粒子仍处于不停的无规则运动中,只是这种热运动的平均效果不随时间而变。因此,这种平衡蕴含着运动,称为“热动平衡”(thermodynamic-equilibrium)。

对于实际的热力学系统,绝对不受外界影响是不可能的,故平衡态为一理想的概念。只要系统的弛豫时间远小于过程进行的特征时间,平衡态就可以较好地实现。

热力学系统的状态和宏观性质由系统的几何、力学、电磁学、化学和热学物态参量表示。由于几何参量及电磁参量通常由外界限定,所以在考虑热力学系统自身宏观性质时,通常仅考虑力学、化学和热学物态参量。平衡态要求系统的宏观性质不随时间发生变化,就是要求这些物态参量确定不变,并且在所考虑的区域内各处之间达到平衡。力学参量不变说明系统各部分之间受力平衡,则系统内各部分没有宏观运动,也就是系统内部及系统与外界之间没有粒子流、没有物质交换,这种状态称为力学平衡状态。化学物态参量不变时,就要求系统中各处浓度相同,没有物质流动,化学反应、相变也都达到平衡,这种状态称为化学平衡状态。热学物态参量(温度)不变时,说明系统中各处冷热程度相同,从而没有能量流动,这种状态称为热平衡。总之,热力学平衡态要求热力学系统同时处于力学平衡、热平衡和化学平衡,其宏观表征分别为压强均匀、无宏观粒子流动、温度处处相同、浓度相同、化学反应达到平衡、无物质流动、无化学成分变化、无物相变化。

14-2 热力学第零定律与温度

一、热力学第零定律

假设有两个系统通过导热壁相互接触后达到一个共同的平衡态,我们称这两个系统处于热平衡状态,或者说它们达到了热平衡(thermal equilibrium)。

设想取三个热力学系统 A、B、C,置于一与外界绝热的容器内。将系统 A、B 用绝热壁隔开,而使它们通过导热壁与处于确定状态的系统 C 接触,如图 14-2 (a) 所示。经过足够长时间后, A 和 B 分别都和 C 达到热平衡。这时,如果将绝热壁与导热壁互换,如图 14-2 (b) 所示。则观察不到 A、B 的状态发生任何变化,这表明 A 与 B 已处于热平衡。

上述实验可概括为热平衡定律:在与外界影响隔绝的条件下,如果两个系统分别与第三个处于确定状态下的系统处于热平衡,则这两个系统彼此也必定处于热平衡。

热平衡定律由福勒(R. H. Fowler)于 20 世纪 30 年代提出,在此之前,热力学第一、第二定律都已确立,为了想说明在逻辑上它应在那两条定律之前,故将其称为热力学第零定律(zeroth law of thermodynamics)。

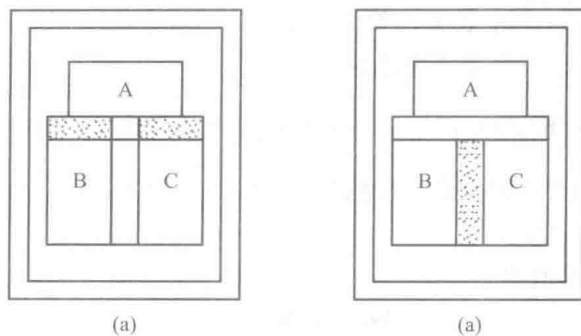


图 14-2 热平衡定律

热力学第零定律揭示了一切互为热平衡的系统之间必定存在一个共同的宏观性质，我们把这一表征系统热平衡的宏观性质的物理量定义为温度，一切互为热平衡的系统具有相同的温度。深入一步说，每一个热力学系统都有一特别的状态函数，当几个系统互为热平衡时，它们各自的这一状态函数就取相同的值，该状态函数就被定义为温度（temperature）。

热力学第零定律不仅给出了温度的宏观定义，而且指出了测量温度的依据和方法。由于互为热平衡的物体具有相同的温度，在判别两个物体温度是否相同时，我们不一定非要让两物体直接热接触，而可借助一“标准”的物体分别与这两个物体热接触就行了，这个“标准”的物体就是温度计。

二、温标

为定量地确定温度的数值，还必须给出温度的数值表示法——温标（thermometric scale）。温标可以分为经验温标、理论温标和国际温标三类。

凡是以在经验上某一物质特性随温度的变化为依据建立的温标，叫做经验温标。通常可供选择的测温物质及其物理属性有：液体的体积、一定量定容气体的压强、一定量定压气体的体积、纯铂丝的电阻、黑体辐射的发射率等等。

在热力学第二定律基础上引入的一种温标叫做热力学温标（thermodynamic scale），它不依赖于任何测温物质及其属性，是理想化的理论温标，又称“绝对温标（absolute temperature scale）”，也是国际单位制（SI）中采用的温标。历史上首先由开尔文（Lord Kelvin）引入，所以也叫“开尔文温标”，用 T 表示，国际单位制单位为“开尔文（Kelvin）”，简称“开”，符号记作 K。

为使国际间的温度计量归于统一，以便各国都能较方便地进行精确的温度计量，国际间制定出一种国际温标（international temperature scale，简称为 ITS）。国际温标的基本内容主要是定义测温固定点、规定在不同待测温段使用的测温标准器以及给出为确定不同固定点之间的温度的内插公式等。国际实用温标是国际间协议性的温标，保证了国际间的温度标准在相当精确的范围内一致。目前使用的是 1990 年国际温标（ITS—90）。

生活和技术中常用摄氏温标（Celsius thermometric scale），它所确定的温度叫摄氏温度，用 t 表示，单位记作 $^{\circ}\text{C}$ 。

在英、美等英语国家的商业及生活中还常用华氏温标（Fahrenheit thermometric scale），它

所确定的温度叫华氏温度, 用 t_F 表示, 单位记作 $^{\circ}\text{F}$.

摄氏温度、华氏温度、热力学温度之间有关系:

$$t/^{\circ}\text{C} = T/\text{K} - 273.15 \quad t_F/^{\circ}\text{F} = 32 + \frac{9}{5}t/^{\circ}\text{C} \quad T/\text{K} = t/^{\circ}\text{C} + 273.15 \quad (14-1)$$

当代科学实验室里能产生的最高温度约为 10^8 K , 最低温度约为 10^{-11} K , 上下跨越了大约 20 个数量级, 跨度范围非常大.

表 14.1 列出了一些典型的温度值.

表 14.1 典型的温度值

宇宙大爆炸后的 10^{-43} 秒	10^{32} K
氢弹爆炸中心	10^8 K
太阳中心和表面	$1.5 \times 10^7 \text{ K}$ 、 $6 \times 10^3 \text{ K}$
地球中心和表面	$4 \times 10^3 \text{ K}$ 、 288 K
钨的熔点	$3.6 \times 10^3 \text{ K}$
月球向阳面和背阴面	$4 \times 10^2 \text{ K}$ 、 90 K
通常所说的室温 ($20 \sim 30^{\circ}\text{C}$)	300 K
水的三相点	273.16 K
高温超导临界温度 (1988 年)	125 K
最早发现超导 Hg 临界温度 (1911 年)	4.15 K
宇宙背景辐射	2.7 K
迄今最低纪录: 核自旋冷却法 激光冷却法	$2 \times 10^{-10} \text{ K}$ $2.4 \times 10^{-11} \text{ K}$

14-3 理想气体物态方程

描述平衡态下热力学系统各物态参量之间函数关系的方程, 称为该系统的物态方程 (equation of state). 物态方程中都显含有温度 T . 在宏观上, 可以在实验定律基础上结合温标的定义来建立.

根据实验结果, 对于一定质量的气体, 当压强不太大 (和大气压相比), 温度不太低 (和室温相比) 时, 物态参量 p 、 V 、 T 之间有下列关系式:

$$\frac{pV}{T} = C \quad (14-2)$$

式中常量 C 随气体种类及气体的质量而定. 上式当 T 为常量时给出玻意耳定律 (Boyle law), 当 p 为常量时给出盖吕萨克定律 (Gay-Lussac law), 当 V 为常量时给出查理定律 (Charles law). 因此, 上式概括了三个气体实验定律. 应该指出, 上述三条定律都有其局限性和近似性. 温度越高 (与室温相比), 压强越低 (与大气压相比), 各种气体越是精确地服从这三个实验

定律. 因此, 为了使推理和计算更为简单, 我们抽象、概括出**理想气体** (ideal gas) 这一概念, 即在任何情况下, 绝对遵守上述三条实验定律的气体称为理想气体. 一般气体在温度不太低, 压强不太大时, 都可近似的看作理想气体.

阿伏伽德罗定律 (Avogadro law) 指出, 在相同的温度和压强下, 摩尔数相等的各种气体所占的体积相同. 我们把气体在温度 $T_0 = 273.15 \text{ K}$, $p_0 = 1 \text{ atm}$ 下的状态称为**标准状态** (standard state), 其相应的体积为 V_0 . 实验指出, 1 mol 的任何气体在标准状态下所占有的体积都近似为 22.4 升 , 我们称该体积为**摩尔体积** (molar volume), 用符号 V_m 表示, 即 $V_m = 22.4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$. 平衡态时, 我们设某一种气体的质量为 m , 每摩尔气体的质量 (称为摩尔质量) 为 M , 在标准状态下, 该气体占有的体积为 $V_0 = \frac{m}{M} V_m$, 则 (14-2) 式中的常量 C

$$C = \frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_0}{T_0} \frac{m}{M} V_m \quad (14-3)$$

由于 $\frac{p_0 V_m}{T_0}$ 是与气体种类无关的常量, 用 R 表示此常量, 通常称为**摩尔气体常量** (universal gas constant), 则

$$R = \frac{p_0 V_m}{T_0} = \frac{1.013 \times 10^5 \times 22.4 \times 10^{-3}}{273.15} \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad (14-4)$$

如果 p_0 用 atm 作单位, V_m 用 $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$ 作单位, 则

$$R = \frac{p_0 V_m}{T_0} = \frac{1 \times 22.4}{273.15} \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 0.082 \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad (14-5)$$

将

$$C = \frac{p_0}{T_0} \frac{m}{M} V_m = \frac{m}{M} R$$

代入 (14-2) 式, 得

$$\frac{pV}{T} = \frac{m}{M} R$$

即

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (14-6)$$

上式称为**理想气体物态方程** (equation of state for ideal gases). 它表明理想气体的三个物态参量 p 、 V 、 T 之间的关系.

式中: m 为气体质量, M 为气体的摩尔质量, R 为摩尔气体常量. p 为气体压强, V 为气体体积, T 为热力学温度. 在国际单位制中, p 、 V 、 T 分别用帕斯卡、立方米和绝对温度 K 作为单位. 能严格满足理想气体物态方程的气体被称为理想气体, 这也是从宏观上对理想气体作出的定义.

若设气体分子的质量为 m_0 , 一定量气体的总分子数为 N , $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ 为阿伏伽德罗常量. 则气体质量 $m = m_0 N$, 气体的摩尔质量 $M = m_0 N_A$, 上述状态方程可改写为

$$p = \frac{m}{M} \frac{RT}{V} = \frac{m_0 N}{m_0 V} \frac{R}{N_A} T = nkT \quad (14-7)$$

其中, $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ (14-8)

k 称为玻耳兹曼常量 (Boltzmann constant), $n = \frac{N}{V}$ 为单位体积内的分子数, 即分子数密度 (number density of molecule).

这是理想气体物态方程的另外一种常用的形式. 它指出, 理想气体的压强与分子数密度和热力学温度的乘积成正比. 在一定温度和压强下, 可用于计算分子的数密度 n , 也可以较方便地讨论一些实际问题.

例 14-1 两容器容积相同, 装有相同质量的氮气和氧气, 用一内壁光滑的水平玻璃管相通, 玻璃管正中间有一小滴水银, 如图 14-3 所示. 问:

- (1) 如果两容器内气体的温度相同, 水银滴能否平衡?
- (2) 如果将氧气的温度保持为 $t_1 = 30^\circ\text{C}$, 氮气的温度保持为 $t_2 = 0^\circ\text{C}$, 水银滴将向哪一边移动?
- (3) 要使水银滴不动, 并维持两边温度差为 30°C , 则氮气的温度应是多少?

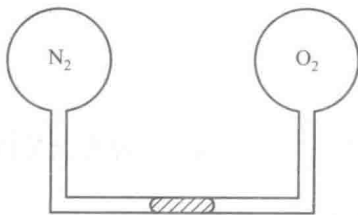


图 14-3

解 (1) 水银滴是否能在正中间保持平衡取决于左右两侧的气体压强是否相等, 根据理想气体物态方程, 有

$$p_{N_2} V_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} RT_{N_2}, \quad p_{O_2} V_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} RT_{O_2}$$

假设水银滴位于正中间, 应有 $V_{N_2} = V_{O_2}$; 又由于两种气体的质量、温度均相等, 则气体的压强之比为

$$\frac{p_{N_2}}{p_{O_2}} = \frac{M_{O_2}}{M_{N_2}} = \frac{32}{28} > 1$$

因此, 水银滴在两种气体温度相等时不能在正中间保持平衡.

(2) 设两种气体达到力学平衡后, 温度为 t_1 的氧气的体积为 V_1 , 温度为 t_2 的氮气的体积为 V_2 , 则由理想气体状态方程及力学平衡条件 $p_1 = p_2$, 有

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{M_{N_2} T_1}{M_{O_2} T_2} = \frac{28 \times (273 + 30)}{32 \times 273} = 0.97$$

即 $V_1 < V_2$, 表明水银滴向氧气一边移动了.

(3) 设氮气的温度为 T , 按题目要求, 此时氧气的温度应为 $T + 30 \text{ K}$, 同时两种气体的体积和压强也应相等, 则可得如下关系式

$$\begin{aligned} M_{N_2} T_{O_2} &= M_{O_2} T_{N_2} \\ 28 \times (T + 30 \text{ K}) &= 32 \times T \\ T &= \frac{28 \times 30}{32 - 28} \text{ K} = 210 \text{ K} \end{aligned}$$

即可知氧气的温度为 210 K .

例 14-2 一容器内贮有气体, 温度为 27°C . 问: (1) 压强为 $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 时, 在 1 m^3 中有多少个分子; (2) 在高真空时, 压强为 $1.33 \times 10^{-5} \text{ Pa}$, 在 1 m^3 中有多少个分子?

解 按公式

$$p = nkT$$

$$(1) \quad n = \frac{p}{kT} = \frac{1.013 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} \text{ m}^{-3} = 2.45 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$(2) \quad n = \frac{p}{kT} = \frac{1.33 \times 10^{-5}}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} \text{ m}^{-3} = 3.21 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$$

14-4 理想气体的压强和温度

从微观上讨论分子运动性质与规律时,通常以物质结构的分子假说为出发点,建立起一定的微观模型.

一、理想气体的微观模型

严格遵守理想气体物态方程的气体是理想气体,这是理想气体的宏观模型.气体动理论假设理想气体的微观模型是:

1. 理想气体的分子模型

(1) 分子本身的大小与分子间的距离相比较,可以忽略不计.

实验表明,在标准状态下,分子间平均距离的数量级为 10^{-9} m ,而分子的线度(直径)的数量级为 10^{-10} m ,可知在一般情况下,实际气体分子本身的线度,要比分子之间的平均距离小得多,因此,分子的大小可以忽略不计,分子可以看作质点.

(2) 除了分子碰撞瞬间外,可以认为分子之间及分子与容器壁之间均无相互作用力.

实验表明,分子力作用范围的数量级为 10^{-10} m ,它远小于分子间的平均距离,所以除碰撞的瞬间外,分子间的作用力可以忽略不计.

(3) 分子间的相互碰撞以及分子与容器壁之间的碰撞可以视为完全弹性碰撞.

若假设分子间的碰撞或分子与器壁间的碰撞不是完全弹性的,分子的动能将因碰撞而减小,每碰撞一次就减小一次,这样,经过一段时间,所有分子的动能都将变为零,分子的运动便完全停止了,这是与实验事实不相符的.所以应该假设分子与分子之间以及分子与器壁之间的碰撞是完全弹性碰撞.即碰撞前后气体分子的动量守恒,动能也守恒.

综上所述,理想气体分子的微观模型是:遵从经典力学规律自由地运动着的弹性质点群.

2. 平衡状态气体的统计假设(又称分子混沌性假设)

气体处于平衡态时,分子密度处处相等,各方向上的压强亦相等.因此,对处于平衡态时理想气体分子的热运动,还可作如下统计假设(statistical hypothesis).

(1) 当忽略重力影响时,平衡态气体分子均匀地分布于容器中,即分子数密度 $n = \frac{N}{V} = \frac{\Delta N}{\Delta V}$ 处处相等.

(2) 在平衡态下,向各个方向运动的分子数目是相等的,因此,分子速度在各个方向上的分量的各种平均值都是相等的.例如,设 v_x, v_y, v_z 是分子速度的三个分量,根据平衡态的统计假设,应有下式成立

$$\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} \quad (14-9)$$

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \quad (14-10)$$

因为 $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$, 所以有

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \quad (14-11)$$

其中,

$$\begin{aligned} \overline{v_x} &= \frac{\sum_{i=1}^N v_{ix}}{N}, \quad \overline{v_y} = \frac{\sum_{i=1}^N v_{iy}}{N}, \quad \overline{v_z} = \frac{\sum_{i=1}^N v_{iz}}{N}; \\ \overline{v_x^2} &= \frac{\sum_{i=1}^N v_{ix}^2}{N}, \quad \overline{v_y^2} = \frac{\sum_{i=1}^N v_{iy}^2}{N}, \quad \overline{v_z^2} = \frac{\sum_{i=1}^N v_{iz}^2}{N}. \end{aligned}$$

应当指出: 这种统计假设是对大量分子而言的, 是大量分子的统计平均值, 气体分子数目愈多, 准确度就愈高. 一般情况下, 这个物理条件是可以满足的, 因为在标准状态下 1 m^3 气体中就约有 10^{25} 个分子, 因此即使在宏观上非常小的体积中, 微观上看来还是包含着大量分子的.

二、理想气体的压强公式

气体的压强等于气体作用在容器器壁单位面积上的压力. 根据力学定律, 该力等于单位时间内分子动量的增量. 当容器中的某个分子带有一定的动量与器壁发生碰撞时, 就会对器壁施加一个短暂的作用力, 碰撞前后分子动量的变化不同, 形成的冲力也不同. 此外, 尽管单个分子对器壁的冲力有大有小, 而且是不连续的, 但是容器中气体分子的数量是巨大的, 正是这些大量的分子与器壁的相互作用在宏观上形成了一个持续稳定的均匀压力, 犹如密集的雨点打在伞上而使我们感受到一个持续向下的压力一样. 所以, 气体的压强是大量气体分子对器壁不断碰撞的结果. 压强这一物理量只具有统计意义, 个别分子、少量分子碰撞在器壁上, 谈不上压强, 只有大量分子碰撞器壁时, 在宏观上才能产生均匀稳定的压强.

现在来具体讨论一下理想气体作用在器壁上的压强表达式.

为讨论方便起见, 设容器为长方形, 边长分别为 l_1, l_2, l_3 , 体积为 $V = l_1 l_2 l_3$, 其中装有 N 个同类理想气体分子, 每个分子的质量为 m_0 . 建立直角坐标系 $Oxyz$, 并设与 Ox 轴垂直的两个器壁表面分别为 A_1 与 A_2 , 如图 14-4 所示. 平衡态下, 容器壁上各处的压强相同, 所以我们只要计算 A_1 面上的压强就可以了.

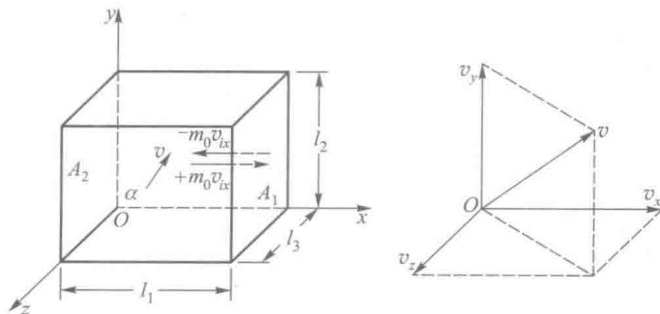


图 14-4 理想气体的压强

先考察单个气体分子在一次碰撞中对 A_1 面的作用.

设第 i 个分子的速度为 $\mathbf{v}_i$, 在直角坐标系中的三个分量分别为 v_{ix} , v_{iy} , v_{iz} , 与 A_1 面碰撞起作用的是 v_{ix} 分量. 当该分子以速度 v_{ix} 与器壁 A_1 面发生碰撞时, 因为碰撞是完全弹性的, 所以该分子以速度 $-v_{ix}$ 被弹回. 根据动量定理, 该分子与 A_1 面碰撞一次受到器壁的冲量为其动量的增量,

$$I_i = -m_0 v_{ix} - m_0 v_{ix} = -2m_0 v_{ix}$$

则该分子施加给 A_1 面的冲量为 $2m_0 v_{ix}$, 沿 x 轴正方向.

再考虑单个气体分子在单位时间内对 A_1 面的作用.

第 i 个分子从 A_1 面弹向 A_2 面, 经 A_2 面碰撞后再回到 A_1 面. 显然, 该分子在两个器壁之间往返一次通过的距离为 $2l_1$, 因弹性碰撞, 碰撞后的速率仍为 v_{ix} , 所以与 A_1 面连续两次碰撞的时间间隔为 $\Delta t_i = \frac{2l_1}{v_{ix}}$, 因此, 在单位时间内该分子与 A_1 面的碰撞次数为 $\frac{v_{ix}}{2l_1}$. 单位时间内该分子施加给 A_1 面的冲量为

$$2m_0 v_{ix} \frac{v_{ix}}{2l_1} = \frac{m_0 v_{ix}^2}{l_1}$$

然后考虑容器中大量分子对 A_1 面的作用.

根据动量定理, A_1 面所受平均冲力 $\bar{F}$ 的大小应等于单位时间内容器中所有分子给予 A_1 面冲量的总和, 即

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^N \frac{m_0 v_{ix}^2}{l_1} = \frac{m_0}{l_1} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2$$

最后, 按压强的定义可得到 A_1 面受到的压强为

$$\begin{aligned} p &= \frac{\bar{F}}{l_2 l_3} = \frac{m}{l_2 l_3 l_1} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2 = \frac{N}{V} \cdot m_0 \sum_{i=1}^N \frac{v_{ix}^2}{N} \\ &= \frac{N}{V} \cdot m_0 \left(\frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots + v_{ix}^2 + \cdots + v_{Nx}^2}{N} \right) = nm_0 \overline{v_x^2} \end{aligned}$$

式中 $n = \frac{N}{V}$ 为分子数密度, $\overline{v_x^2}$ 为括号中 N 个分子沿 x 方向速度分量平方的平均值. 根据统计假设 (14-11) 式

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

上式可写为

$$p = \frac{1}{3} nm_0 \overline{v^2} \quad (14-12)$$

若以 $\bar{\varepsilon}_{\text{kl}}$ 表示气体分子的平均平动动能, 即

$$\bar{\varepsilon}_{\text{kl}} = \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2}$$

则 (14-12) 式又可写为

$$p = \frac{2}{3} n \left(\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} \right) = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_{ki} \quad (14-13)$$

(14-12) 式和 (14-13) 式就是理想气体的压强公式。

压强公式表明, 理想气体压强的大小取决于分子数密度 n 和分子的平均平动动能 $\bar{\varepsilon}_{ki}$ 。在压强公式的推导过程中可以看到, 在对单个分子的运动处理时我们仍认定它遵守经典力学定律, 而对大量分子的运动行为特征, 我们运用统计平均的方法, 最终把宏观物理量压强 p 与大量分子运动的微观物理量的统计平均值 $\overline{v^2}$ 和 $\bar{\varepsilon}_{ki}$ 联系了起来, 因而压强描述了大量分子的集体行为, 具有统计意义。(14-13) 式是气体动理论的一个基本公式, 它表明了宏观量气体的压强 p 与微观量分子的平均平动动能 $\bar{\varepsilon}_{ki}$ 的关系。

三、理想气体温度的微观实质

根据理想气体的压强公式和物态方程, 我们可以导出气体的温度与分子平均平动动能的关系, 从而进一步阐明温度这一概念的微观实质。

将理想气体压强公式 (14-13) 式与理想气体状态方程的另一形式 (14-6) 式相比较, 消去压强 p , 得

$$\bar{\varepsilon}_{ki} = \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT, \quad T = \frac{2}{3} \frac{\bar{\varepsilon}_{ki}}{k} \quad (14-14)$$

上式给出了在平衡态下理想气体分子的微观量平均值 $\bar{\varepsilon}_{ki}$ 与宏观量温度 T 之间的定量关系, 称为**理想气体的能量公式** (或称**温度公式**), 它和压强公式一样, 也是气体动理论的基本公式之一。(14-14) 式揭示了温度的统计意义和微观实质: 即气体的**绝对温度**是分子平均平动动能的量度; 而分子平均平动动能的大小又是分子热运动剧烈程度的反映。所以, **温度是气体内分子热运动剧烈程度的标志**。这一结论适用于任何物体。(14-14) 式还表明温度和压强一样, 具有统计意义, 离开了“大量分子”和“统计平均”, 仅就个别分子而言, 温度是没有意义的。

从能量公式中我们可以得到气体分子速率平方的开方根, 称为**方均根速率** (root-mean-square speed), 用符号 v_{rms} 表示

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (14-15)$$

这是大量气体分子速率平方的平均值的开方根, 是一个平均值。在相同的温度下, 任何理想气体分子的平均平动动能均相同, 但是若分子质量不同, 则方均根速率将不同。

另外, 据 (14-14) 式推断, 当 $T=0\text{ K}$ 时, $\bar{\varepsilon}_{ki}=0$, 分子的热运动将停止。实际上, 分子的热运动是永不停息的, 所以, 热力学温度的零度, 只能接近而不能达到, 所以, 我们称之为**绝对零度** (absolute zero temperature)。近代量子理论指出, 即使在绝对零度, 组成固体点阵的粒子也还具有某种振动能量, 称为零能点。至于气体, 在温度尚未达到绝对零度前就已经变为液体或固体了, 所以, (14-14) 式也就不能应用了。

例 14-3 容器内贮有氧气, 其压强为 $1.013\ 25 \times 10^5\text{ Pa}$, 温度为 $0\text{ }^\circ\text{C}$, 求: (1) 单位体积内的分子数; (2) 氧气的质量密度; (3) 氧分子的质量; (4) 氧气分子的方均根速率; (5) 分子的平均平动动能; (6) 若容器是一个边长为 0.30 m 的正方体, 当一个分子下降的高度等于容器的边长时, 其重力势能改变多少? 并将其重力势能的改变与其平均平动动能相比较。