

数字长“记性”，

数学确实好玩·谈祥柏数学小品汇

数学趣味在数中！



谈祥柏 著



YOU "JIXING"
DE SHUZI

有“记性”的数字



时代出版传媒股份有限公司
安徽教育出版社

时代出版传媒股份有限公司
安徽教育出版社

数学确实好玩·谈祥柏数学小品汇

谈祥柏 著

有“记性”的数字



ARTIME
时代出版

时代出版传媒股份有限公司
安徽教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

有“记性”的数字 / 谈祥柏著. —合肥: 安徽教育出版社, 2013. 6

(数学确实好玩: 谈祥柏数学小品汇)

ISBN 978-7-5336-7567-7

I. ①有… II. ①谈… III. ①数学—普及读物 IV. ①01—49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 123525 号

书名: 有“记性”的数字

作者: 谈祥柏

出版人: 郑可

策划编辑: 杨多文

责任编辑: 刘义平

内文插图: 吴宗民

责任印制: 何惠菊

装帧设计: 袁泉

出版发行: 时代出版传媒股份有限公司 <http://www.press-mart.com>

安徽教育出版社 <http://www.ahep.com.cn>

(合肥市繁华大道西路 398 号, 邮编: 230601)

营销部电话: (0551) 63683008, 63683011, 63683015

排版: 安徽创艺彩色制版有限责任公司

印刷: 合肥创新印务有限公司 电话: (0551) 64456946

(如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷厂商联系调换)

开本: 650×960 1/16

印张: 14

字数: 170 千字

版次: 2013 年 7 月第 1 版

2013 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5336-7567-7

定价: 28.00 元

版权所有, 侵权必究

目录

1	丁丁东东的算式
4	有趣的回文数
7	他该住在哪里
9	无字天书
12	绕口令
14	苦尽甘来
16	女才子巧算灯盏
18	哪位女神最美丽
21	抓住尾巴的证法
23	争先恐后做好事
25	什么是“继子立”问题
30	求婚者的智慧
32	充满“禅机”的数字
36	猜中和猜不中
39	灯谜与数学
43	用逆变换猜谜
45	劝舅舅戒酒
47	擒贼先擒王
49	气走来宾
51	九级宝塔
54	不说话的报告
56	大数记法主要来自中国
59	方格子计算器
65	寺里有多少和尚?

67	上古的数学
82	何时开始金额大写
84	从孔融让梨说起
86	幻方的高、新、精、巧
89	象飞马跳, 大行其道
92	素数幻方
94	李约瑟的发现
96	偏心幻方
98	比富兰克林还要富兰克林
100	西班牙地牢
102	文学家制造的幻方
103	百花齐放的魔圆
106	锯齿幻方
109	反幻方
111	占星术的故事
118	数学挂历
121	失敬了, 画家
123	红梅赞的幻方
125	古莲开花
129	天书读法
131	窃符救赵
134	石匠暗号
137	唐诗的“特异功能”
139	麻雀语和燕子语





141	纱布和粮食
143	莎翁的捉刀人
146	九阿哥的密信
148	徽州老板的发明
150	密码的破译
158	联络暗号
160	从包龙图到现代破案技术
166	人与条形码
169	记忆力
173	扑克牌游戏中的数学
183	十大中草药
185	数字录像
189	神奇的缺8数
195	八阵图的“灵应”
199	中心开花,六六大顺
204	来去自由
206	末等本事 头等待遇
208	天造地设的数字串
216	后 记

丁丁东东的算式



杭州的有名风景点九溪十八涧，林木葱茏，泉水淙淙。曾有许多文人墨客，在此留下了不少抒情写景的佳句。清末大文豪俞曲园先生，写过一首脍炙人口的五言绝诗，其中一节是这样写的：

重重叠叠山，

曲曲环环路。

丁丁东东泉，

高高下下树。

这首诗经书法家恭楷书写，至今还挂在杭州西泠印社吴昌硕先生纪念馆里。可有趣的是，当我们吟过这首诗后，如果再改写成下面的竖式加法形式，那它仍然是成立的。

$$\begin{array}{r} \text{重} \\ + \text{重叠} \\ \hline \text{叠山} \end{array}, \quad \begin{array}{r} \text{曲} \\ + \text{曲环} \\ \hline \text{环路} \end{array}, \quad \begin{array}{r} \text{丁} \\ + \text{丁东} \\ \hline \text{东泉} \end{array}, \quad \begin{array}{r} \text{高} \\ + \text{高下} \\ \hline \text{下树} \end{array}。$$

以上一共有四个加法等式，每个汉字都代表了一个阿拉伯数字。要求在同一个式子中，凡相同的汉字表示相同的数字，不同的汉字表示不同的数字。那么请想一想，能否通过简单的分析方法，求出这四个等式的答案呢？

可以看出，这四个加法算式，都可以用一个统一的模式来表示，即：

$$\begin{array}{r} A \\ + AB \\ \hline BC \end{array}。$$

按照十进位表示法，二位数 AB ，实际上就是 $10A+B$ 的意思，譬如 98 就是 $9 \times 10 + 8$ ，于是上面的竖式便可写成：

$$A + 10A + B = 10B + C。$$

移项整理后，我们得到下面简单的不定方程，即：

$$11A = 9B + C。$$

这里的 A 与 B 必须是不同的数字，故 $A \neq B$ ，经过试验可知，本问题只可能有四组解答，即：

$$A=5, B=6, C=1;$$

$$A=6, B=7, C=3;$$

$$A=7, B=8, C=5;$$

$$A=8, B=9, C=7。$$

于是原来的四句五言诗，便对应着下列四个算术等式：

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 56 \\ \hline 61 \end{array}, \begin{array}{r} 6 \\ + 67 \\ \hline 73 \end{array}, \begin{array}{r} 7 \\ + 78 \\ \hline 85 \end{array}, \begin{array}{r} 8 \\ + 89 \\ \hline 97 \end{array}.$$

• • • 3

有趣的回文数



数学与文艺之间存在着不少共同点。现在,就让我们来做一点“求同存异”的探索。不妨举一件青少年读者深感兴趣的事情作为例子。现在社会上出现一些“追星族”,主要是一些十六七岁的少男少女,他们追逐港台歌星简直到了如醉如痴的地步。新加坡以前也曾出现过类似现象,有心人为此写了一副别开生面的回文对联:

佛山香贡香山佛,
星岛港迎港岛星。^①

① 新加坡的别名叫星岛,就像是上海也可称为“申城”一样。

后来,有关方面加强廉政建设,注意青少年的科学文明教育,对那些“大牌歌星”们,要他们照章纳税,不给丝毫“优惠”。于是这种不良风气很快消失了。

“星岛港迎港岛星”,全句由七个汉字组成,从左到右地顺读同从右到左地反读,结果竟然完全一样,实在是妙不可言,奥妙无穷。从中也足以体现中国文字所特有的风格与奇趣,它是古代文学家所创造的,称为回文。与此类似,数学里也有“回文数”,其特征是:从左到右读与从右到左读完全一样,例如 88,1001 等等。

两个相同位数的回文数,如果各位相加时能够“就地消化”,不发生进位情况,那么其和仍是一个回文数。同理,在两个回文数相减时(规定得用较大的一数减去较小的一数),如果不需要从上一位“借”,则其差也仍然是一个回文数。例如:

$$\begin{array}{r} 56365 \\ + 12621 \\ \hline 68986 \end{array}, \quad \begin{array}{r} 5775 \\ - 2222 \\ \hline 3553 \end{array}.$$

有趣的是,某些回文数在相加时即使要发生“进位”,但其和数却依然是个回文数,例如:

$$\begin{array}{r} 3333 \\ + 8888 \\ \hline 12221 \end{array}, \quad \begin{array}{r} 7777 \\ + 4444 \\ \hline 12221 \end{array}.$$

这样的回文数模式是 $aaa\cdots a$ (共 n 个 a) 与 $bbb\cdots b$ (共 n 个 b), 而且 a 与 b 应满足关系式 $a+b=11$, 以及 $1 < a, b < 10$ 。

假如你遇到一个不是回文数的普通数,怎样才能使它“变”成回文数呢? 办法很简单,只要把这个数加上它的逆序数就行了,这称为一次“操作”,把这种“操作”反复地进行下去,到头来你就可以“八九不离十”地得出一个回文数。比如: $7299+9927=17226$; $17226+62271=79497$, 看上去 7299 这个四位数够复杂的,但它仅经过两步“操作”,就变成了回文数

79497。

已经是回文数的数,经过上述操作之后,仍然可以再次变为回文数,例如: $1001+1001=2002$ 。不仅如此,将它连翻几次都这样,最后变到8008。

回文数有许多神奇的性质:第一点是数的共生性,通俗一点讲就好像是一对“双胞胎”。例如23与32便是如此。从23出发,只需经一步操作,即可变成回文数55;反之,从32出发,也只要经一步操作,同样可以变成55。

第二点,从一个数变到回文数所需的步骤是不可预测的,这种“不可知性”也许就是回文数最大的魅力所在。例如我们从195出发,只需经过四步操作,即可得出回文数;而从197出发,那就必需经过七步操作,才能得出回文数。于是人们猜想:如果从196出发,所需的步数大概也总是在四步到七步之间吧!岂知,自然界真会捉弄人!196却是个最顽劣不堪的数字,人们把上述操作做了又做,直到数字越来越大,简直从计算机上“溢”出去了,却还是得不到回文数。国外确实已有人算了成千上万步,得到的数字冗长而令人厌倦,但都不是回文数。尽管如此,人们至今依然无法证明196永远不能成为回文数!

个人电脑进入家庭以后,已使数学起了一场根本性的革命,使它成为一种实验科学,而不是索然乏味,只有少数人才能啃得动的科学。无数的猜想正在从地平线上探头探脑地出现,计算机正在使“凡夫俗子”变得更加聪明起来。

他该住在哪里

话说阿布扎比是民族学院的一位学生。说来也巧，他有十二个不同年龄的同学，偏偏生肖刚好是鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪，12样生肖样样都有，既不重复，也无遗漏。这么一来，自然就可以用子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥，来代表这12个人了。

学院的宿舍区里，有一条河滨马路，修得笔直。这12个人的宿舍全都在那里，而且因为他们的年龄、籍贯和习俗都不一样，领导为了照顾他们，分配他们每人各住在一幢楼的一间宿舍里。他们的住处像一字长蛇阵那样摆开，如图分布在一条直线上。

阿布扎比同这12人的关系都很好，课余之暇，他打算经常到他们的住处串串门，谈谈心。要是他到这12人的住处的次数一样多，请问，他的宿舍应当选在哪里，他到各家去串门时，所走的路最少？

这个题目有些特别。12个宿舍在图上是没给出距离数的。这就是说，距离可大可小，随便怎么画都行。解决这个问题，可以先看最外面的两家子和亥。要是只这两家，那么，在马路上的什么地方，到这两家的距离的和最小呢？当然是子和亥中间的直线上任何一点（包括子和亥在内），到这两家的距离的和最小。子亥这一段，在数学上名叫“区间”。

再看紧挨在它里面的一个区间丑戌。很明显，在丑戌这个区间内的任何一点（包括丑和戌在内），到这两家的距离的和最小。

现在，你大概已经察觉到：因为在丑戌区间内的任何一点，必然也位于子亥区间内；所以，丑戌区间的点，到子、丑、戌、亥四家的距离的和，都

是最小的了。

下一步该怎么办呢？想来你的心里已经亮堂了：再看位于丑戌区间里面的寅和酉，然后照此推理。

经过这样“层层剥笋”，直到最里面的一个区间巳午，于是，你就可以下结论说：在巳午区间的任何一点（包括巳和午在内），都是符合题目条件的。阿布扎比不妨直接搬进巳或者午的宿舍去住。

要是你以后再碰到这样的问题，不管人家是多是少，距离是大是小，道路是直是曲，都不需要作任何计算，就能断言：

一、当人家数是个偶数时，那可以搬到最中间的两家中的一家去住。

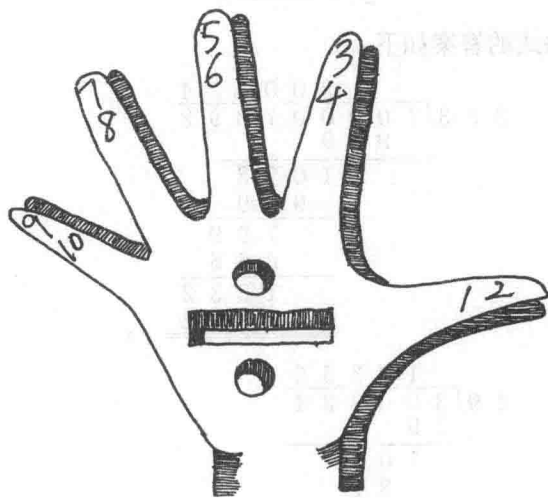
二、当人家数是个奇数时，这时必有一家的位置处在中心，那就只能搬进这家去住了。

要是你问：这 12 个朋友不是住在一条线上，而是住在一条大道的一些分支上，阿布扎比又该住进哪个宿舍呢？

一般说来，解决这样的问题要困难得多。要是允许他在大道旁选个地点盖房子，这个问题又变得容易起来，你能找到答案吗？



无字天书



下面两个除法算式,字迹已经完全不能辨别,只知道每个“ $\times$ ”记号,表示 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 中的一个,并且第一式的商数就是第二式的被除数。

[illegible]

一个是1的话,则相减结果,这两位上起码要有个1。

4. 由于第一式第三行的第一位数是1,因而被除数的第四位数字一定是0,于是第二行的三位数必为999。此外,由于第三行减第四行的差是二位数,因此第三行的第二位数字必为0。

5. 第一式的除数不能是111或999。若是111的话,则商数第一位数将是9,而由第一式的第七、八行看出,商数的末位数字将要比9还大,这显然是不可能的。若除数是999,则由第一式的第五和第六行看出它也不可能。故除数只能是333,于是商数的第一和第四位数字是3。

6. 在第二式中,先填上3003这些已解出的数字。由于第三行是三位数,第四行是二位数,因此可以肯定第二式第三行的第一位数字必定是1,由此可知第二式的除数必为29,商数的第一位为1,第二位为0。

7. 3003和29既已知道,于是即能求出商的第三位数是3。

8. 根据上述分析的情况,可以推知第一式商数的第五位数字只能是2或1。设它是1,则由第二式推出,这将要除不尽了,因此它只能是2。然后再利用第二式可知第一式的商数为300324,至此其余的数字即容易推出。