

| 全国中小学有效教学指导丛书 |

丛书主编：赵亚夫

初中数学有效教学

庞彦福 / 主 编

CHUZHONG
SHUXUE
YOUXIAO
JIAOXUE



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

《义务教育数学课程标准（2022年版）》

课标解读·教师版

初中数学有效教学

教育部《义务教育数学课程标准（2022年版）》课标解读·教师版

教育部《义务教育数学课程标准（2022年版）》课标解读·教师版

教育部《义务教育数学课程标准（2022年版）》课标解读·教师版

| 全国中小学有效教学指导丛书 |

丛书主编：赵亚夫

初中数学有效教学

庞彦福 / 主 编 钱云祥 孙学东 / 副主编

CHUZHONG
SHUXUE
YOUXIAO
JIAOXUE



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学有效教学/庞彦福主编. —北京: 北京师范大学出版社, 2015. 5

(全国中小学有效教学指导丛书)

ISBN 978-7-303-18821-5

I. ①初… II. ①庞… III. ①中学数学课—课堂教学—教学研究—初中 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 072305 号

营销中心电话 010-58802181 58805532

北师大出版社高等教育分社网 <http://gaojiao.bnup.com>

电子信箱 gaojiao@bnupg.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com

北京新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印刷: 北京中印联印务有限公司

经销: 全国新华书店

开本: 170 mm×230 mm

印张: 12.5

字数: 186 千字

版次: 2015 年 5 月第 1 版

印次: 2015 年 5 月第 1 次印刷

定 价: 26.00 元

策划编辑: 李 志 责任编辑: 刘文平 马力敏

美术编辑: 焦 丽 装帧设计: 焦 丽

责任校对: 王 婉 责任印制: 陈 涛

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58800825

全国中小学有效教学指导丛书

编 委 会

主 任 赵亚夫

编 委 (按姓氏笔画排序)

丁邦平	马 宁	王笃勤	王较过	王海燕
毛振明	石义堂	卢慕稚	白秀英	刘 慧
刘加霞	孙素英	李 磊	李良胤	李英杰
李金云	李高峰	李家清	吴成军	吴俊杰
张 娜	张汉林	杨俐嘉	岳中峰	庞彦福
郑 莉	胡 玲	赵亚夫	徐赐成	陶旭泉
黄燕宁	康维铎	谢作如	雷 鸣	

初中数学有效教学

编 委 会

主 编 庞彦福

副主编 钱云祥 孙学东

编 委 (按姓氏笔画排序)

孙学东 何 勇 张杭嫣 庞彦福

姜鸿雁 钟玖珍 钱云祥 詹 慧

戴倍琪

总 序

在很久以前，有一所为了应付新世界的变化，以造就英雄为教育目的的动物学校。教学目标便是克服所有动物与生俱来的缺点。为此，学校设置了跑、跳、爬、飞、游泳等课程，期望把每一种动物都培养成全能型动物。学校的办学理念是：大家都是英雄！谁也没有弱点！因此，每个进学校的动物都必须修完全部课程。

鸭子是游泳能手，飞行水平也就刚刚及格，跑的能力极差。于是，它必须拼命地加课以强化跑的技能，直到它把脚都跑烂了，跑的成绩仍长进不大。不过，学校认为，这个成绩还可以接受。但是，鸭子愈加担心，因为它可能再也没有什么可以骄傲的强项。

兔子是另一个类型。它跑得极快，可不会游泳。老师要它拼命地练习游泳，由于过度训练，最终导致它精神崩溃。

松鼠爬得飞快，却没有飞行的本领。老师不让它爬到树上，而是飞上树。在飞行课上，它一再受挫，使自己最后的一点自信也丧失了。同样的老师，还超负荷地训练了马，让马专注于爬行。结果，马在爬行课上勉强得了个C的成绩。然而，由于过度训练爬行，马最擅长的跑，成绩却是个D。

鹰是个问题学生。在爬行课上，它最终打败了所有对手立于大树的顶端。但是，取得这样的成绩，并不是老师教的——尽管老师总是对它严加管教，它却始终坚持自己的方法，才保持了骄人的成绩。

草原鼠没有上这所学校，因为学校没有打洞的课程。结果是，它们依然能够把自己的后代个个训练成专门打洞的能手。再后来，还创办了自己的私立学校。^①

显而易见，动物学校是失败的。究其主要原因：一是它的教育目的和理念是空想的，以致教学无效；二是它的教学目标是学生不可能做到的，即便

^① Fred Stopsky, Sharon Shockley Lee, Roy Tamashiro. *Social Studies in a Global Society*. Delmar Publishers Inc., 1994. 3

有低效的例子，也是耗费了太多的教育成本，本质上依然是无效教学。

要彻底告别动物学校，深挖学科教学内涵，提高教学质量，需要推进和实现有效教学。从操作的角度简单表述有效教学，可以用“简洁、多样、生成、意义”八字概括。“简洁”是指教学目标简单明了，该引导学生做什么、做到什么程度一目了然；教学设计结构明朗、层次清晰，怎样引导学生去做、做了或可发生的结果一目了然。“多样”是指营造开放的学习环境，引导学生多角度、多方面地进行探究活动。“生成”是指多样化的学习活动，理应促成学生的独立思考和自我建构，既然有效的教学活动的出发点和落脚点都在学生身上，教学活动本身就是引发学生提出问题和解决问题的过程。“意义”是指教学生成的结果是有意义的，即学生的进步或发展能够显见于他们的表现，既包括时下的外在行动，也包括潜在的内化过程。

我们强调把握有效教学的核心标准和操作规程，希望一线教师在实践中自我创新。为此，在编写体例方面，采用更适宜培训和自修的学习板块，帮助教师们对有效教学有更为整体的认识，以便自觉地去超越固有的教学观念，把教学中蕴含的行动智慧与力量还给学生。在编写方法方面，由问题切入、案例指引、策略运用、教学建议构成具体内容，以便教师们更容易从操作的层面理解有效教学。我们期望这套丛书，能够让教师们一看就懂、一用就灵。

我们对丛书编写强调“一个意图”和“三个视点”。

“一个意图”是为教师们“减负”提供一条途径。当然，“减负”不是不要学习，而是减去不必要的学习负担，包括各种有形的和无形的压力 and 无效工作，其目的是提高教学质量。为此，这套丛书力图做到：（1）精选问题和案例，尽可能减少教师们在探索有效教学过程中的困难，强化有效教学的核心观念；（2）纠正过度备课、过度使用资源和活动的现象，尽可能帮助教师们找到简便易行、效率高、效益好的办法进行教学；（3）理论结合实践，尽可能通过小文本读物呈现丰富且实用的内容，使之成为有学习价值的“备案图书”。

“三个视点”是“速成”“速立”“速用”。“速成”，即让教师们能够很快掌握有效教学原理；“速立”，即让教师们能够运用有效教学原理，进行有效的教学设计，做一个有效教师；“速用”，即让教师们能够运用各种有效的学习指导技能，完成学生的有效学习。

赵亚夫

2015年3月

目 录

CONTENTS

第一章 教学应该追求怎样的课堂	1
引言：为什么要“磨课”	1
一、是否需要教学模式	5
二、用什么标准来衡量课	8
三、有效教学的若干特征	10
四、怎样教可以更有效	18
五、教学要为学生谋取长效利益	24
第二章 以“学习目标”的达成为核心设计教学	32
引言：以“学习目标”为核心设计教学是有效课堂的前提	32
一、基于课程标准设定学习目标	33
二、先于教学活动设计课堂评价	39
三、设计恰当的学习活动	48
四、定量叙写学习目标以促进学习目标在学生层面上的具体落实	56
五、教师成为研究者：有效教学设计的视角	65
第三章 从注重课前预设到关注课堂生成	72
引言：让学生主动参与教学是课堂活动的核心	72
一、精心预设是有效教学的保证	74
二、教学生成是有效学习的呈现	78
三、重视课堂生成并不等于可以肆意发挥	82
四、教师专业素养是课堂生成的有效支撑	85

五、在对话中体现教学的内涵	89
第四章 从注重技能方法到关注思维发展	94
引言：做到知识方法与思维能力并重	94
一、做数学的过程中为发展思维提供基础	98
二、要善于为学生积累经验	102
三、数学的本质是思维	110
四、不断发展合情推理的能力	117
五、在数学思想的“浸润”中理解数学知识	124
第五章 从注重教学方法到关注学习策略	132
引言：有效的学才能更会学	132
一、教学的本质是促进学生发展	133
二、要善于倾听和观察	137
三、让行动充满智慧	142
四、课后反思要反思什么	149
五、学习要掌握策略	156
第六章 为了更好地促进教学	162
引言：教学要追求实效	162
一、概念的形成与定理探究	164
二、注重知识间的关联性	169
三、个别指导能够使每个学生都得到发展	172
四、强化问题意识关注学习方式	173
五、从立意方面关注数学教学	177
六、为学而教追求高效课堂	181
参考文献	190

第一章

教学应该追求怎样的课堂

引言：为什么要“磨课”

古人云“凡事预则立，不预则废”，教学亦是如此。课堂教学需要课前充分准备才可能取得良好的教学效果。随着教育教学改革的不断深入，对课堂教学的效率越来越重视。各级各类的公开课、评优课、展示课等，也都是为了在有限的时间内，追求课堂教学价值的最大化。作为教师，也都想把每一节课上得出彩，上出自己的风格，上成同行公认的精品课。

【案例 1】刘老师要去市里参加优质课评比，这几天一直忙准备。她想如何根据课程标准来进行教学的设计，如何充分考虑本阶段学生数学学习的特点？如何设计能够符合学生的认知规律和心理特征？怎样才有利于激发学生的学习兴趣，引发学生的数学思考？怎样能够充分考虑数学本身的特点，体现数学的实质？如何在呈现作为知识与技能的数学结果的同时，重视学生已有的经验？如何创设问题情境，树立学生的问题意识？为了上好这次评优课，她进行了几次“磨课”。下面是刘老师的一次“试教”中的片段，内容是江苏科学技术出版社出版的《义务教育教科书·数学》（以下简称“苏科版课标教科书”）八年级上册的“平面直角坐标系(1)”。

.....

教师：同学们已经知道了平面上的点与有序实数对是一一对应的，而且能够结合平面直角坐标系（如图 1-1），做到数形结合，这是很好的习惯。请问：

(2, 3)与(3, 2)表示的是不是同一个点?

学生 1: 是两个不同的点。

教师: (3, 4)与(4, 3)呢?

学生 2: 也不是一个点。

教师: 下面老师给出一个难一点儿的题目考考大家。

PPT 呈现题目: 已知点 A 在第三象限, 它的横坐标与纵坐标之积为 8, 那么点 A 的位置是唯一确定的吗? 如果唯一确定, 求出点 A 的坐标; 如果不唯一确定, 请写出两个符合上述条件的点的坐标。

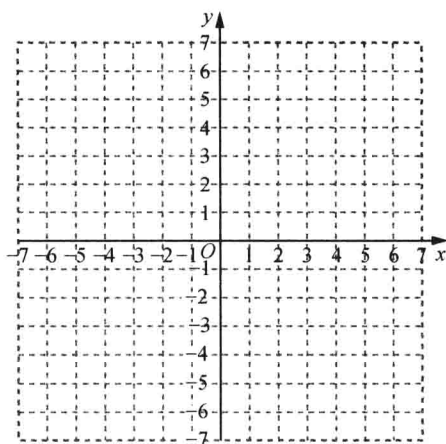


图 1-1

学生 3: 有两个, 是(2, 4)与(-2, -4)。

学生 4: 因为条件中说了是第三象限内的点, 所以, 这个点的坐标是唯一的, 即(-2, -4)。

学生 5: 答案还是不唯一, 这个点还可以是(-4, -2)。

学生 6: 我又找出两个, 它们是(-1, -8)与(-8, -1)。

教师充分肯定了同学们的表现之后, 就快速进入到下一个题目的研究之中了。

.....

【案例剖析】学校数学教研组与年级备课组对于准备参加评优课、公开课、展示课等的教师, 往往会通过听课、评课的形式进行“磨课”。这种教学研讨的形式集中了所有组内成员的智慧 and 学识, 把要上的课“打磨”成精品课, 这种教学研究的形式很好而且容易做。回到刘老师课堂教学中, 有的教师用“课很顺”“课不顺”等关键词来进行评价。譬如刚才的片段, 听课的教师感觉到比较顺, 好像一滑就过去了, 而在后来的环节中又感觉到很不顺, 进展缓慢。就刘老师的这个教学片段来说, 是存在“问题”的, 首先, 教师的提问过于局限性, 课堂探究既不敢放开, 也没能放开, 这样就容易形成思维定势。在教师提问“是不是同一个点”的问题时, 为什么只是“(2, 3)与(3, 2)”或“(3, 4)与(4, 3)”之类的横坐标、纵坐标都是正整数的点呢? 而且还都是第一象限的点。四个象限或坐标轴上的点都可以列举呀, 横坐标、纵坐标是整数、是正

数、是负数、是分数都可以，就是列举无理数也是可以的，按照刘老师的提问不出现习惯性思维(也就是思维定势)才怪呢。其次，要正确对待课堂上的“顺”与“不顺”。对于进展很顺利的课堂，要分析顺利的原因是什么？是因为提问的都是优秀学生还是设问的“思维量”或设问的“思维度”不够。如果绝大多数的学生没有参与到教与学的过程中，这样的“顺利”能是真正的“顺”吗？如果课堂实施过程中出现了“不顺”或“很不顺”，也要剖析其中的原因是什么？是教师的设计有问题还是什么原因？如果是不了解学生产生了“不顺”，就是没有找准教学的“逻辑起点”。教学中应该关注学生解决问题的过程，要看学生是怎样想的、怎样做的。出现问题，要找原因，要看困惑的原因是什么？课堂上不能因为“顺”而快，不能因为“慢”而停，要探寻“快”与“慢”的真正原因，做到快与慢的和谐统一。再次，关于点A的位置问题，本来是很好的开放性问题，如果处理得好，应该是课堂上的亮点，可是执教者没有把握好，使得学生的思维根本就没有放开。在这种情况下，教师要适时引导，为什么只找出 $(-2, -4)$ ， $(-4, -2)$ 及 $(-1, -8)$ 与 $(-8, -1)$ 就结束了呢？为什么不引导学生找点的坐标为分数的呢？就是出现带根号的无理数也是完全可以的呀！从这个层面上讲，学生思维定势的产生与出现是与教师课堂上的引导分不开的。学生优秀未必是教师教出来的，但是，学生的“笨”可能是教师“教”的。

课要不断的磨，通过打磨，洗去没用的东西，洗去非本质的东西，磨出精彩来。“磨课”的目的是为了让每位教师都必须站上讲台面对学生及听课教师的检阅。《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称“《课标(实验稿)》”)“提倡多种教学形式”。修改后的《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称“《课标(2011年版)》”)倡导数学教学“应根据具体的教学内容”“从学生实际出发”“创设有助于学生自主学习的问题情境”，让学生获得“基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验”，不断提高学生“发现问题和提出问题的能力、分析问题和解决问题的能力”。我们到底为什么要“磨课”？是追求所谓环节完整的躯壳，还是追求朴实有效的内涵？答案显然应该是后者。课堂教学中遭遇冷场，也是常见的。我们不能因为课堂的冷场就认定这不是一节好课或对这节课全盘否定。但是，我们教师也应该从中寻找和发现问题，客观分析一下自己的教学设计是否存在无效环节，换位思考一下设计是否合理、是否基于学生的认知储备，全面反思一下是否存在进一步优化的空间。只有

在日常教学中树立精益求精的精品课堂意识，我们的课堂才会不断走向成熟与完善。

【案例 2】在“多项式”这节课的教学中，教师出示了这样一道题：

若正整数 m, n 满足 $m > n$ ，则代数式 $2x^m - 3y^n + (-1)^{2(m+n)}$ 是()。

A. m 次三项式

B. n 次三项式

C. $2(m+n)$ 次三项式

D. m 次二项式

当同学们独立审题之后，有了如下一段对话。

学生 1：我认为应该选“C”。(班级中还有不少学生随声附和)

教师：同意这一观点的请举手示意一下。(差不多有超过一半的学生举起了手。)请说说你选“C”的理由。

学生 1：因为 m, n 都是正整数，所以三个指数 $m, n, 2(m+n)$ 中， $2(m+n)$ 最大，所以这个多项式的次数为 $2(m+n)$ ，又因为共有三项，所以这是 $2(m+n)$ 次三项式。

教师：其他同学有不同意见吗？

学生 2：老师，肯定是选“C”。你看，“D”选项肯定是错的，因为这是一个三项式。此外，“B”选项也肯定是错的，因为题目有 $m > n$ 这一条件。而“A”和“C”比较之后，显然 $2(m+n) > m$ 。

教师：同意此观点的请举手。

(这时，班级中大多数学生都举起了手，而刚才第一个给出答案的学生 1 却没有举手。于是，教师又请学生 1 发表意见)

学生 1：我感觉应该选“A”。

教师：你刚才说选“C”，现在改变看法了。能向同学们阐述一下你的理由吗？

学生 1：我觉得答案就是“A”，理由我一时说不出。

教师：其他人的观点呢？

学生 3：我们只要对照“多项式的次数”的定义——多项式中，次数最高的项的次数，就是这个多项式的次数。而单项式的次数，则是指单项式中所有字母的指数的和。显然，最后一项的底数 -1 不是字母，只是一个数。所以就算它的指数再高，它也只是常数项。所以选“A”。

其他学生也纷纷表示理解，同意选“A”。

【案例剖析】案例中的教学片段，充满了理性与激情。在这节课上，可以看得出教学非常民主。从发言情况看，学生能够大胆地发表自己的观点，哪怕是凭感觉得到的答案。而教师在对话中，则准确地坚持自己的定位：组织者、引导者与合作者。通过教师的穿针引线，学生的争辩思考，最终正确答案是在学生经历了思维碰撞之后的水到渠成。课堂上，面对易错题，面对课堂上即时生成的学生的错误解答，教师并不急于表明立场与观点，灌输正确答案，而是根据学生的思维动向，巧妙地组织了课堂对话。这样，既避免了教师的一言堂现象，也避免了因学生能力欠缺而导致问题不了了之甚至将错就错的情况，更锻炼了学生课堂思考与表达的能力，提高了学生学习的积极性和主动性，进而提高学习效率。

我们需要怎样的课堂？案例2也许已经给出了答案。数学思维，是数学课堂的灵魂。数学课，应该充满理性。在民主的氛围中，充分发挥学生的主动性、积极性和创造性。好的课堂，可以没有课件，可以没有掌声，但是不能缺失学生的主体体现，不能缺失学生思维的有效参与。

一、是否需要教学模式

不少学校要求教师上课套用“××模式”或按照规定的教学流程进行操作，不少教师上课也很习惯套用“××模式”或按照一定的教学流程来设计自己的课堂教学并在课堂上实施这样的操作流程。

【案例3】在一次学校的公开课教学中，校长及学校主要领导都参加了听课评课活动。执教者王老师上课的内容是“因式分解”（第1课时），上课之初的环节中，有如下一段教学片段。

教师出示教学活动，请同学们计算：

$$(1) m(a+b+c) = \quad (2) (a+b)(a-b) =$$

$$(3) (a-3)^2 = \quad (4) (x-3)(2x-5) =$$

教师（巡视后）：老师看到同学们做得都很好，如果把以上整式乘法计算的算式左、右两边互换，得到一种重要的代数式变形，大家知道这种变形是什么吗？

学生：……

教师出示教学活动，请同学们看教科书第××页，理解因式分解的概念，找一找其中的关键词。

学生1：多项式化成几个整式的积的形式。

学生2：学生1说的是定义，关键词应该是：多项式、积、整式。

教师：能说说对因式分解与整式乘法的理解吗？

学生3：整式乘法是一种运算，左边是几个整式相乘，右边是计算的结果，是多项式或单项式。因式分解是一种恒等变形，与整式乘法恰好是相反的，左边是多项式，右边是几个整式相乘。

教师：大家说得很好，从整式乘法及因式分解的定义来看，我们发现因式分解是一种恒等变形，它与整式乘法是互逆的，因式分解的左边是多项式，右边是变形的结果，是几个整式乘积的形式，当然右边乘积中的整式可以是多项式也可以是单项式。

教师出示教学活动，下列等式中，从左到右的变形哪些是因式分解？

教师补充要求：先独立思考，然后四人小组讨论，如果认为不是的，请在关键处圈圈画画，做好标记。

$$(1) 4x^2 + 4x + 1 = 4x(x+1) + 1 \quad (2) 4x^2 + 4x + 1 = x \left(4x + 4 + \frac{1}{x} \right)$$

$$(3) 4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2 \quad (4) 4x^2 + 4x + 1 = 4 \left(x + \frac{1}{2} \right)^2$$

$$(5) (a+b)(a-2b) = a^2 - ab - 2b^2 \quad (6) a^2 + ab - 2b^2 = (a-b)(a+2b)$$

$$(7) 24a^3b^2c = 2a^3 \times 3b^2 \times 4c \quad (8) a^2 = (a+b)(a-b) + b^2$$

.....

在评课、议课的活动中，校长让教师说一说王老师的教学中的这个片段是哪一种“教学模式”。有的教师说是“先学后教”模式，有的教师说是“自学辅导”模式.....

【案例剖析】中学数学教学模式主要有：(1)“讲授模式”。特点：传统模式突出教师主导作用，有利于学生在较短的时间内系统地学习基础知识和基本技能。基本程序：复习讲授—理解记忆—练习巩固—检查反馈。凯洛夫五环节教学也属于这个模式。凯洛夫五环节教学：组织教学、复习提问、教授新课、巩固练习、布置作业，或组织上课、检查复习、教授新教材、巩固新教材、布置作业。其实，凯洛夫五环节教学的理论依据是马克思主义认识论原理，并借鉴历史上的教学理论，譬如乌申斯基的教学理论，乌申斯基的教学

思路是：诱导学习动机→感知、理解新教材→巩固知识→运用知识→检查知识。(2)“发现模式”。其理论依据是美国布鲁纳的教学理论。特点：注重知识的形成过程，体现学生的主体地位及研究问题的方法，有利于培养学生的探究精神和创造性。基本程序：创设情境—分析研究—猜想归纳—验证反思。需要注意的是，教学进度一般较慢，基础薄弱的学生接受较为困难。(3)“自学模式”。特点：有利于培养学生自学能力和良好的学习习惯。基本程序：布置提纲—自学教材—讨论交流—巩固练习—自评反馈。(4)“掌握模式”。其理论依据主要是美国布卢姆的教学理论。特点：注重反馈和评价，目标教学属于该类。基本程序：目标定向—实施教学—形成性检测—反馈矫正—平行性检测。这种教学模式有利于加强基础，防止分化，基础薄弱的学生适应性更强。(5)“讲解—传授模式”。特点：教师系统讲解为主，适当启发提问。基本程序：教师：“复习引导—讲解新课—巩固练习—课堂小结”，学生：“回答问题—听课记录—听讲例题—听讲”(或“做练习—回答提问—模仿练习—听讲”)。(6)“自学—辅导模式”。特点：自学、探索、研究、启发思考。基本程序：提出自学要求—开展自学—讨论启发—练习运用—及时评价—系统总结。(7)“引导—发现模式”。特点：有利于发现问题、解决问题，防止灌输。基本程序：问题—假设—推理—验证。(8)“活动—参与模式”。特点：有利于掌握数学知识的发生、形成过程和数学建模方法，形成用数学的意识解决问题的能力。基本形式：①数学达成，②数学实验，③测量，④模型制作，⑤数学游戏，⑥问题解决。

当然，不少教学模式或方法是由基本模式交叉或变形组合而成的。譬如“结构教学模式”；“程序教学模式”(中国科学院心理研究所卢仲衡自学辅导教学法就是这种教学模式的发展)；湖北大学黎世法的“异步教学方式”和“异步教学理论”；陕西师范大学张雄飞“诱思探究”教学(比如衡水中学的“探索—研究—运用”教学模式就是来源于“诱思探究”教学法)；北京大學附属中学张思明“导学探索、自主解决”五环节教学法；江苏南通李庾南“自学、议论、引导”教学法以及洋思中学“先学后教，当堂训练”教学模式和杜郎口中学“三三六”模式等都是根据基本模式变化或改进而得。

万事开头难，新办的学校可以用某种有效的教学模式来凝聚人心，使刚开始的“无序”快速步入“有序”，使一所新学校能够有序、有效地运转起来。