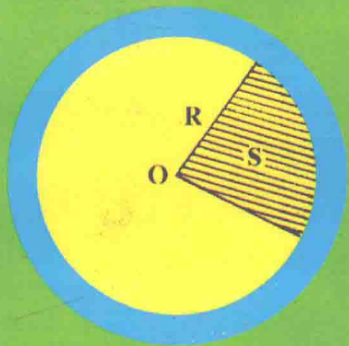


北京市海淀区
马海波 崔建一
主编

新题型

新思路

李云等编著



12

c O S x
 π

初三数学



海洋出版社

新题型 新思路

初三数学

北京市海淀区 马海波 崔建一 主编

刘继荣等 编著

海洋出版社

1998年·北京

图书在版编目(CIP)数据

新题型新思路：初三数学/刘继荣等 编著. —北京：
海洋出版社，1998. 1

ISBN 7-5027-4350-2

I. 新… II. 刘… III. 数学课—初中—习题
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 21737 号

海洋出版社 出版发行

(北京市海淀区大慧寺路 8 号 100081)

北京媛明印刷厂印刷 新华书店发行所经销

1998 年 1 月第 1 版 1998 年 1 月北京第 1 次印刷

开本：787×1092 1/32 印张：9.5

字数：220 千字 印数：1—8000 册

定价：10.50 元

海洋版图书印、装错误可随时退换

编写说明

为了帮助学生系统地复习初、高中各年级的各科知识,为了便于教师及家长辅导或指导学生复习,我们根据国家教委颁发的《全日制中学教学大纲》的要求和新教材的内容,组织有丰富教学经验的教师编写了这套《新题型 新思路》丛书。本丛书共有二十八个分册(初一至高三年级语文六册、数学六册、英语六册;初二至高三年级物理五册;初三至高三年级化学四册;高中历史一册)。

本丛书系统地介绍了各科基础知识,全面地归纳了各类题型、突出地点明了知识的重点、难点,认真地分析了解题思路,规范地给出了解题格式,科学地配备了相应练习。

本丛书在内容安排上,既照顾了与教材内容同步,又突出了有别于其他丛书的整体特色。基本安排是“基础知识介绍”、“典型试题分析”、“练习题”、“练习题提示及答案”四个部分。这样做的目的是:有利于学生系统地复习各科知识,掌握每一知识点的重点、难点和考点,提高分析问题和解决问题的能力,拓宽解题思路,选择最佳解题方法。

尽管在编写过程中,我们本着对读者负责的态度,进行了层层把关,但书中仍可能存有不足之处,特恳请广大读者批评指正。

本分册是由刘继荣、王春清、金京、李森、黎明、晓晶、王虹、李丽老师编写的。

主 编 者

1997年10月

目 录

一、客观性试题的解法	(1)
(一)客观性试题	(1)
(二)客观性试题的解法	(2)
(三)练习题一	(12)
二、一元二次方程	(22)
(一)基础知识介绍	(22)
(二)试题类型分析	(23)
(三)练习题二	(63)
三、函数及其图象	(77)
(一)基础知识介绍	(77)
(二)试题类型分析	(78)
(三)练习题三	(115)
四、统计初步	(127)
(一)基础知识介绍	(127)
(二)试题类型分析	(128)
(三)练习题四	(136)
五、解直角三角形	(141)
(一)基础知识介绍	(141)
(二)试题类型分析	(142)
(三)练习题五	(181)
六、圆	(193)

(一)基础知识介绍.....	(193)
(二)试题类型分析.....	(194)
(三)练习题六.....	(250)
七、参考答案与提示	(276)
(一)练习题一.....	(276)
(二)练习题二.....	(276)
(三)练习题三.....	(282)
(四)练习题四.....	(288)
(五)练习题五.....	(288)
(六)练习题六.....	(292)

一、客观性试题的解法

(一)客观性试题

客观性试题主要有填空题、判断题、选择题。客观性试题的题型小、题量大、思路活、答案唯一、不需写出运算和推理的过程；答卷快、阅卷方便、评分客观、检查的信度和效度都比较高。客观性试题覆盖的知识面广，着重考查基础知识和基本技能，能比较客观地、全面地检查学生掌握“双基”的情况，是近几年被各级各类考试广为采用的题型之一。

填空题的结构一般是给出一个不完整的陈述句，要求学生按照题目的条件将陈述句中缺少字、词、数、符号等填在指定的位置上，有的只需填一处，有的需要填几处。

判断题又称是非题。这类题只要求学生按限定的条件，对需要判断对错的事项(或命题)作出肯定或否定的回答。若判断事项(或命题)是正确的，则要有定义、公理、定理做保证，或可以通过运算、证明其是成立的；若判断事项(或命题)是错误的，则只需举出一个反例(即否定事项成立的实例)，或用定义、公理、定理直接否定。

选择题的结构一般由指导性语言、题干、选择项三部分组成。指导性语言的作用是告诉学生如何答题；题干是命题的条件；选择项是题目中供选择的几个结论，每一个结论是一个选择项。如，每小题给出4个答案，其中有1个且只有1个是

正确的,请把正确答案的代号填在括号内。

1. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象与 x 轴有两个交点,则 a 、 b 、 c 之间的关系式为()

(A) $b^2 + 4ac > 0$ (B) $b^2 - 4ac = 0$

(C) $4ac - b^2 < 0$ (D) $4ac - b^2 > 0$

2. 若 α 为锐角,则 $\sin\alpha - \cos\alpha$ 的值为()

(A) 正值; (B) 负值

(C) 零 (D) 正值或负值或零

这里“每小题给出 4 个答案,其中有 1 个且只有 1 个是正确的,请把正确答案的代号填在括号内”就是指导性语言;第 1 小题的“二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象与 x 轴有两个交点,则 a 、 b 、 c 之间的关系式为”是题干;而题中的“(A) $b^2 + 4ac > 0$ (B) $b^2 - 4ac = 0$ (C) $4ac - b^2 < 0$ (D) $4ac - b^2 > 0$ ”都属于选择项。选择题按选择项中所含正确答案的个数,可将选择题分为单项选择题(又称一元选择题)和多重选择题(又称多元选择题)两种。选择项中只含有一个正确答案的,叫做单项选择题。选择项中含有多个正确答案的,叫做多重选择题。在数学试题中,常见的是单项选择题。本册中的选择题都是单项选择题。

(二) 客观性试题的解法

客观性试题是数学题型的一种,解数学题的一般思路、方法和技巧对解答客观性试题也是适用的。由于客观性试题有其自身的特点,有时也可选用一些特殊的解法。解客观性试题的常用方法有定义法、直接法、特殊值法、图示法、分析法、验证法、淘汰法等。

定义法是利用数学的概念、定义直接解答客观性试题的方法。

直接法是直接从题设的条件出发,经过正确的运算或严密的推理论证,得出正确的结论,确定答案的方法。直接法又可分直接计算法和直接推理法。

特殊值法是将题目中的字母设定为符合题设条件的某些特殊的数值,经过验算再确定正确答案的方法。

图示法又称图象法,根据题设条件作出图象,再根据图象及其性质,确定正确答案的方法。

分析法是指通过对题目的分析来确定正确答案的方法。

验证法是指将选定的结论代入题设条件中去验证,以确定正确答案的方法。

淘汰法是利用客观性试题答案的唯一性,排除各种错误的结论,确定正确答案的方法。

每一个客观性试题不只有一种解法,在解答中要具体问题具体分析,选择最佳方法。

由于客观性试题覆盖的知识面广,思路活,在解题中就要善于正确地理解数学的各种概念,准确地运用数学的解题手段,灵活地选择恰当的解题方法。

例1 填空题

(1) 将方程 $(3x+2)(x-1) = 2(3-x^2)$ 化成一元二次方程的一般形式,得_____ ,二次项系数、一次项系数、常数项分别是_____。

(2) 若一元二次方程 $ax^2 - 4x + 5 = 0$ 没有实数根,则 a _____。

(3) 在 2 和 $2 - \sqrt{2}$ 中, _____ 是方程

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 的根。

(4) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-4}$ 的自变量 x 的取值范围是_____。

(5) 已知一次函数 $y = kx + b$, 在 $x = 1$ 时的值为 -3 , 在 $x = -2$ 时的值为 9 , 则 $k =$ _____, $b =$ _____。

(6) 一次函数 $y = 3x + 2$ 的图象经过_____象限。

(7) 比较大小: 若 α 为锐角, 则 $\sin\alpha$ _____ $\operatorname{tg}\alpha$ 。

(8) 在直角三角形 ABC 中, 锐角 A 的对边为 8cm , 邻边为 6cm , 则 $\operatorname{tg}\angle A =$ _____。

(9) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 5$, 则 $\operatorname{ctg}A =$ _____。

(10) 圆中最长的弦长为 6 , 则该圆的半径为_____。

(11) 若圆的直径为 15cm , 半径 $OA \perp OB$, $\angle OAC = 60^\circ$, AC 交半径 OB 延长线于 C 、交圆于 D , 则 $CD =$ _____。

(12) 圆内接平行四边形是_____。

分析: (1) 用定义法来解。关于 x 的一元二次方程, 经整理, 化为 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的形式, 这种形式叫做一元二次方程的一般形式。其中 ax^2 叫做二次项, a 叫做二次项的系数; bx 叫做一次项, b 叫做一次项的系数; c 叫做常数项。方程 $(3x + 2)(x - 1) = 2(3 - x^2)$ 化为一般形式为 $5x^2 - x - 8 = 0$, 二次项系数为 5 , 一次项系数为 -1 , 常数项为 -8 。

(2) 用直接法来解。一元二次方程 $ax^2 - 4x + 5 = 0$ 没有实数根, 需判别式 $b^2 - 4ac < 0$, 即 $(-4)^2 - 4a \times 5 < 0$, 解这个关于 a 的一次不等式, 得 $a > \frac{4}{5}$ 。

(3) 用验证法来解。分别把 2 和 $2 - \sqrt{2}$ 代入方程 $x^2 - 4x + 2 = 0$, 使方程左、右两边相等的值为该方程的根。有 $(2 - \sqrt{2})^2 - 4(2 - \sqrt{2}) + 2 = 0$ 成立, $2 - \sqrt{2}$ 是方程的根。

(4) 用直接法来解。函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-4}$ 有意义, 需 $x + 2 \geq 0$ 且 $x - 4 \neq 0$, 即 $x \geq -2$ 且 $x \neq 4$ 。

(5) 用直接法来解。由题意, 可得 $k + b = -3$, $-2k + b = 9$ 。将这两个含有 k 、 b 的二元一次方程组成二元一次方程组求解, 得 $k = -4$, $b = 1$ 。

(6) 用图象法来解。作出一次函数 $y = 3x + 2$ 的图象。观察所作出的图象, 可得该图象经过一、二、三象限。

(7) 用特殊值法来解。对于正弦值与正切值, 当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之间变化时, 正弦值、正切值随角度的增大(或减小)而增大(或减小)。取 $\alpha = 30^\circ$, 有 $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 有 $\sin\alpha < \operatorname{tg}\alpha$ 。

(8) 用定义法来解。利用锐角三角函数的定义。在直角三角形中, $\angle A$ 的正切 = $\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}} = \frac{4}{3}$ 。

(9) 用定义法来解。利用锐角三角函数的定义。在直角三角形中, $\angle A$ 的余切 = $\frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\angle A \text{ 的对边}} = \frac{3}{5}$ 。

(10) 用分析法来解。圆的直径也是圆中的弦, 而且是最

大的弦。当圆中最长的弦为6时，圆的半径为3。

(11) 用直接法来解。依题意，在 $Rt\triangle ACO$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle C = 30^\circ$ ，由圆的直径为15cm，得半径 $OA = 7.5\text{cm}$ 。所以 $AC = 15\text{cm}$ 。又 $\triangle ADO$ 是等边三角形， $AD = OA = 7.5\text{cm}$ 。 $CD = AC - AD = 7.5\text{cm}$ 。

(12) 用直接法来解。利用平行四边形对角相等及圆内接四边形的对角互补，可推出圆内接平行四边形的对角等于 90° 。有一个角是直角的平行四边形是矩形。

解：(1) $5x^2 - x - 8 = 0$, 5, -1, -8 (2) $a > \frac{4}{5}$ (3) $2 - \sqrt{2}$ (4) $x \geq -2$ 且 $x \neq 4$ (5) $k = -4$, $b = 1$ (6) 一、二、三 (7) $<$ (8) $\frac{4}{3}$ (9) $\frac{3}{5}$ (10) 3 (11) 7.5cm (12) 矩形

例2 判断题。判断下列各题是否正确，正确的在题后括号内画“ \checkmark ”，错误的画“ \times ”

(1) 方程 $(x+2)^2 = 1$ 的解是 $x = -1$ 。()

(2) -2 和 $\frac{3}{2}$ 是二次方程 $2x^2 + x - 6 = 0$ 的两个根。()

(3) $\sin 30^\circ + \sin 45^\circ = \sin 75^\circ$ 。()

(4) $\frac{1}{2}\text{tg} 60^\circ = \sin 60^\circ$ 。()

(5) 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象在二、四象限。()

(6) 若直线 $y = kx + b$ 过 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 两点，且 $k < 0$ ， $x_1 < x_2$ ，则有 $y_1 < y_2$ 。()

(7) 一个三角形只有一个外接圆。()

(8) 半径为 R 的正 n 边形的边长等于 $2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ 。()

分析: (1) 用直接法来解。用开平方法解方程 $(x+2)^2 = 1$, 得 $x+2 = \pm 1$, 所以 $x_1 = -3, x_2 = -1$ 。本小题丢了一个解, 应画“ \times ”。

(2) 用验证法来解。分别把 -2 和 $\frac{3}{2}$ 代入方程 $2x^2 + x - 6 = 0$ 进行验证, 使方程左、右两边相等的值为该方程的解。 $-2, \frac{3}{2}$ 都是方程的根, 应画“ \checkmark ”。

(3) 用直接法来解。应用特殊角三角函数值进行计算, $\sin 30^\circ + \sin 45^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \approx 1.207 \neq \sin 75^\circ$ 。应画“ \times ”。

(4) 用直接法来解。利用特殊角函数值进行计算, 有 $\frac{1}{2} \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$ 。应画“ \checkmark ”。

(5) 用图象法来解。作出 $y = \frac{3}{x}$ 的图象, 观察图象的位置, 图象在一、三象限。应画“ \times ”。

(6) 用直接法来解。根据一次函数的性质, 一次函数 $y = kx + b$, 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小。当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 > y_2$ 。应画“ \times ”。

(7) 用定义法来解, 经过三角形各顶点的圆叫做三角形的外接圆。一个三角形只有一个外接圆。应画“ \checkmark ”。

(8) 用直接法来解。利用解直角三角形的知识, 解以正 n 边形的半径为斜边、正 n 边形的边心距和正 n 边形边长的一半为两条直角边组成的直角三角形。有边长为 $2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ 。应

画“√”。

解:(1) × (2) √ (3) × (4) √ (5) × (6) ×
(7) √ (8) √

例3 选择题。每小题给出4个答案,其中有1个且只有1个是正确的,请把正确答案的代号填在括号内。

(1) 下列方程中,是一元二次方程的为()

(A) $xy = 1$ (B) $y = 3x - 1$

(C) $x + \frac{1}{y} = 2$ (D) $x^2 + x - 3 = 0$

(2) 下列各组中 x, y 的值哪些是方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 的

解()

(A) $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

(3) 下列无理方程中,有实数解的是()。

(A) $\sqrt{x+1} + 2 = 0$

(B) $\sqrt{x-1} - \sqrt{1-2x} = 2$

(C) $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = 1$

(D) $\sqrt{x-2} = 2$

(4) 一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 中,自变量 x 的取值范围是 $-2 \leq x \leq 3$,则函数 y 的最大值和最小值是()

(A) 最大值是3,最小值是-2

(B) 因为一次函数的图象是直线,所以 y 没有最大值,也没有最小值

(C) 最大值是 $-\frac{1}{2} \times 3 + 1$, 最小值是 $-\frac{1}{2} \times (-2) + 1$

(D) 最大值是 2, 最小值是 $-\frac{1}{2}$

(5) 一次函数 $y = 2x - 3$ 的图象不经过()

(A) 第一象限 (B) 第二象限

(C) 第三象限 (D) 第四象限

(6) 如果直线 $y = ax + b (ab \neq 0)$ 不经过第三象限, 那么抛物线 $y = ax^2 + bx$ 的顶点在()

(A) 第一象限 (B) 第二象限

(C) 第三象限 (D) 第四象限

(7) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $\sin A = \frac{1}{2}$, 那么 $\cos A$ 的值为()

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(8) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 下列各式中不一定成立的是()

(A) $\cos A = \sin A$

(B) $\cos A = \sin B$

(C) $\sin A = \cos B$

(D) $\sin(A + B) = \sin C$

(9) 如图 1, 若 $\odot O$ 的半径 OA 等于 6, 弦 BC 垂直平分 OA , 则 BC 的长为()

(A) 54 (B) $3\sqrt{3}$

(C) 27 (D) $6\sqrt{3}$

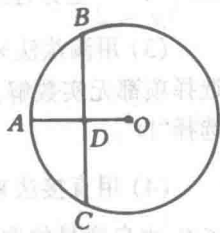


图 1

(10) 如果圆柱的底面直径为 6 cm, 母线长为 10 cm, 那么

圆柱的侧面积为()

- (A) $30\pi \text{ cm}^2$ (B) $60\pi \text{ cm}^2$
(C) $90\pi \text{ cm}^2$ (D) $120\pi \text{ cm}^2$

(11) 正六边形的内切圆与外接圆面积的比是()

- (A) 3 : 4 (B) $\sqrt{3} : 2$
(C) 1 : 2 (D) 1 : 4

(12) 如果两个圆的圆心距等于 7, 半径分别为 R 和 r , 并且 R, r 是方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的两个根, 那么这两个圆的位置关系是()

- (A) 相交 (B) 外离 (C) 内切 (D) 外切

分析: (1) 用定义法来解。只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2 的整式方程, 叫做一元二次方程。 $x^2 + x - 3 = 0$ 符合一元二次方程的定义, 应选择“D”。

(2) 用验证法来解。对于选择项 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$, 当把 $x = 1, y = 2$ 代入方程组中验证时, 有 $x^2 + y^2 = 5, x + y = 3$ 同时成立, $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 是方程组的解, 应选择“B”。

(3) 用淘汰法来解。由算术根的意义, 可知 A、B、C 三个选择项都无实数解, 应淘汰。只有 $\sqrt{x-2} = 2$ 有实数解, 应选择“D”。

(4) 用直接法来解。一次函数的图象是直线, 当 $k = -\frac{1}{2} < 0$, 由自变量的取值范围 $-2 \leq x \leq 3$, 可得 $x = -2, y$ 有最大值 $(-\frac{1}{2}) \times (-2) + 1 = 2$; $x = 3, y$ 有最小值 $(-\frac{1}{2}) \times 3 + 1 = -\frac{1}{2}$ 。应选择“D”。

(5) 用图示法来解。作出一次函数 $y = 2x - 3$ 的图象如图 2, 由图象看出 $y = 2x - 3$ 的图象不经过第二象限。应选择“B”。

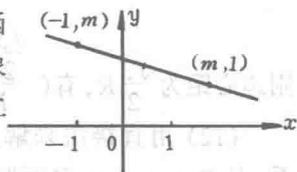


图 2

(6) 用分析法来解。由直线 $y = ax + b$ ($ab \neq 0$) 不经过第三象限, 只能经过一、二、四象限, 需 $a < 0, b > 0$ 。对于抛物线 $y = ax^2 + bx$, 当 $a < 0, b > 0$ 时, 顶点 $(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a})$ 的横、纵坐标均为正, 只能在第一象限, 应选择“A”。

(7) 用直接法来解。在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 当 $\sin A = \frac{1}{2}$ 时, $\angle A = 30^\circ$, 所以 $\cos A = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 应选择“B”。

(8) 用特殊值法来解。取 $\angle A = 30^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 当 $\angle C = 90^\circ$ 时, 有 $\angle B = 60^\circ$ 。 $\cos A = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin A = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, 所以 $\cos A \neq \sin A$ 。应选择“A”。

(9) 用直接法来解。利用相交弦定理, 由已知条件可得 $BD^2 = 3 \times 9$, 所以 $BD = 3\sqrt{3}$ 。弦 BC 的长为 $6\sqrt{3}$, 应选择“D”。

(10) 用直接法来解。利用圆柱侧面积公式, 通过计算, 得侧面积为 $60\pi \text{ cm}^2$, 应选择“B”。

(11) 用直接法来解。正六边形内切圆与外接圆面积的比等于正六边形边心距与半径比的平方。设正六边形半径为 R ,