北京市
绿色印刷工程
优秀青少年读物
绿色印刷示范项目

世界数学科普圣典

The Joy of Mathematics

原来这就是数学

从数学的330个神奇现象带你进入数学之门

[美]帕帕斯／著　何竖芬　李中／译

2

中国工信出版集团　電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

世界数学科普经典

The Joy of Mathematics

原来这就是数学

从数学的330个神奇现象带你进入数学之门

[美]帕帕斯／著　何竖芬　李中／译

1

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

版权贸易合同登记号　图字：01-2008-0278

图书在版编目（CIP）数据
原来这就是数学. 2 /（美）帕帕斯（Pappas, T.）著；何竖芬，李中译.
北京：电子工业出版社，2015.8
（世界数学科普圣典）
书名原文：The Joy of Mathematics
ISBN 978-7-121-26719-2

Ⅰ. 原… Ⅱ. ①帕…②何…③李… Ⅲ. 数学—少儿读物 Ⅳ.01—49

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 165802 号

组织编译：北京学乐行知教育科学研究院
策划编辑：张莉莉
责任编辑：杨　鸽
印　　刷：北京天宇星印刷厂
装　　订：北京天宇星印刷厂
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编：100036
开　　本：720×1000　1/16　印张：11.5　字数：239.2 千字
版　　次：2015 年 8 月第 1 版
印　　次：2015 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：35.00 元

前　言

本系列图书向读者介绍了数学的概念、原理、问题、历史、难题和趣味，所有章节的编排都反映出数学的本质和影响力。

想要体验数学的乐趣，你需要认识到数学不是孤立的学科，它就存在于我们周围的事物中，因此，不要让自己埋头于烦琐的运算，劳心费神，没完没了。而且，很少有人抓住数学的真谛——它与我们的生活和周围环境是那样紧密地联系在一起，数学概念甚至与生俱来就存在于生命细胞的结构里。

本书通过描述数学在生活中的具体体现，旨在帮助你认识到数学与世界是密不可分的。

数学的乐趣与你第一次发现其他新鲜事物是相似的，它几乎是小孩子才有的一种好奇，而一旦体验到了，你就再也忘记不了——就如同你第一次透过显微镜观察到你以前所看不到的周围的事物一样，是那么地兴奋和快乐。

在刚开始构思写作时，首先涌向脑海的是某些知识点，比如数学和自然、数学和科学、数学和艺术等。但是，数学与我们周围世界的关联是不可能简单地归纳成那么几个大类的。相反，数学及其现象是自发产生的，伴随着各种新奇。因此，书中的主题编排也是随意的，以数学新发现为主旨和精髓。在体例设计上，允许读者选取其中的任何一页来读。每个章节，或大或小，都是独立而完整的。

在体验完数学的真正乐趣后，你能够更进一步地掌握数学知识，产生更强的求知欲。

作者

译者序

我很荣幸能成为本书的译者。我要说的是，整个翻译过程非常愉快，完全被书中的内容所陶醉，我甚至在想，为什么我以前没能读到这本数学书呢。如果那样，我就不会觉得只有文学是在描述故事，也不会觉得数学就是算术，就是公式和证明。

今天，我要把这本数学的故事书翻译和介绍给更多的读者，让大家都来认识伟大的数学家和他们的卓越贡献。这是一本很了不起的著作，一本让你读着不累的数学书。同作者的其他科普读物一样，本著作被世界上很多地区的人们翻译和使用。希望我所完成的这版简体中文译著能得到大家的认可和喜爱，同时，书中若有疏忽和遗漏，请读者朋友指正。

鸣 谢

特别感谢我的祖母和父母给予我的关爱和支持，以及我的老师们对本书中涉及他们研究领域的内容所提供的帮助。

特别致谢：

- 感谢为数学发展做出贡献的历代先贤；
- 感谢历年来我阅读过的数学专著的作者；
- 感谢山姆·罗德、亨利·杜德耐以及其他逻辑谜题的编纂者，感谢他们以前、现在以及今后在这方面的辛勤工作给我们带来的快乐；
- 感谢我心目中的当代数学大师马丁·加德纳，正是他多年来持之以恒的不懈努力，把无数青年人和门外汉变成了数学爱好者；
- 感谢埃尔韦拉·门罗，他让我懂得如何用通俗的方法来讲解数学；
- 感谢米迪·门罗，他的远见卓识让本书增色不少。

关于作者

西奥妮·帕帕斯（Theoni Pappas）是一位数学教师和辅导员。1966年，西奥妮·帕帕斯于伯克利的加利福尼亚大学本科毕业，1967年拿到斯坦福大学的硕士学位。帕帕斯孜孜不倦地从事着数学的教学工作，帮助人们消除与数学相关的优越感和恐惧感。2000年，她获得了加利福尼亚大学的校友会颁发的“杰出成就奖”。

她的著作已经被翻译成了日语、芬兰语、斯洛伐克语、捷克语、韩语、土耳其语、简体中文和繁体中文，葡萄牙语、意大利语及西班牙语。

除了《原来数学这么有趣》（*The Joy of Mathematics*）外，她还有很多其他的创作，包括《数学日历》（*The Mathematics Calendar*）、《孩子们的数学日历》（*The Children's Mathematics Calendar*）、《数学相关的日历》（*The Mathematics Engagement Calendar*）、《数学——T-恤衫》（*The Math-T-Shirt*）和《你看见了什么？》（*What Do You See?*）——一份带文字的幻灯片。帕帕斯也是以下图书的作者：《数学还是这么有趣》（*More Joy Of Mathematics*）、《数学告诉你》（*Math Talk*）、《数学习得》（*Mathematics Appreciation*）、《大家的希腊烹调》（*Greek Cooking for Everyone*）、《碎形》（*Fractals*）、《古戈尔和其他的数学故事》（*Googols & Other Mathematical Tales*）、《彭罗斯之探险》（*The Adventures Of Penrose*）、《数学猫》（*The Mathematical Cat*）、《数学，为了孩子和其他人》（*Math for Kid & Other People Too!*）、《数学的魔力》（*The Magic Of Mathematics*）和《数学丑闻》（*Mathematical Scandals*）。

数学不是为了研究而进行研究，而是为了应用而进行研究；喜欢研究是因为数学中有无穷的乐趣，是因为数学本身是极美妙的事儿。

——亨利·庞加莱

数学是一门科学、一种语言、一门艺术、一种思考方式。体现于自然、科学、艺术、音乐、建筑、历史、文学诸领域中——影响着世间万物的各个方面……

无论有多抽象，数学中没有哪个知识点是不能运用到现实世界的事物中的。

——罗巴切夫斯基（Lobachevsky）

CONTENTS 目录

海浪中的数学

“惊涛拍岸，卷起千堆雪。”海浪是海的灵魂，是海生命力的象征。几个世纪以来，人们建立了无数复杂的数学公式来描述它的性质。为了能更好地使用数学方法研究海浪的形状、大小和个体性质，我们首先要了解它作为波的基本性质。

两个人摆动绳索产生了波，波就会沿着绳索向前移动，很明显，绳索本身并未向任何一方移动，随波传输的其实是能量。因此我们把波定义为能携带能量通过媒介物的运动。本例中绳索是媒介物，此外，水（波浪）、大地（地震波）、电磁场（无线电波）、空气（声波）也可以作为媒介物。当外界能量以某种方式搅动或摇动媒介物时，波就产生了。

海浪是海水受到外力搅扰而形成的，常见的成因包括海风、地震、海中的移行物（如船舶）和日月引力（形成潮汐）等。波浪在海水表面四散而行，若同时有多个位置受到影响，则产生的波浪会因彼此之间的合力作用而变得难以揣测。

自 19 世纪初开始，人们投入了大量精力研究海浪的数学性质，在海边亲临其境地观测，实验室中精心设计的实验，最终人们得出了一些有趣的结论。1802 年，弗朗茨·加得那在捷克斯洛伐克推导出了最初的波浪理论。他根据自己的观察结果，记录下了波浪中的水滴做循环运动的轨迹。加得那认为，处于波峰（波浪的最高点）的水滴其运动方向与波浪一致，而处于波谷（波浪的最低点）的水滴则沿相反方向运动。

水面处的每个水滴都沿着圆形轨迹周而复始地不停运动。圆周的直径就是波浪的高度，深层水滴也在做圆周运动，但水滴所处的位置越深，它对应的圆周直径就越小。实际上，我们发现位于九分之一波长深度处的水滴，其运动圆周的直径是表面水滴运动圆周直径的一半。既然

波浪是由这些做圆周运动的水滴组成的，而圆周的形状又以正弦曲线和圆滚线的形状为主，那么我们自然要用这些数学曲线所代表的方程式来描述海浪。然而海浪的运动并不严格遵循正弦曲线或其他单一的数学曲线。水的深度、风的强度和潮汐的影响是描述海浪时必须考虑的变量。

今天研究海浪还要用到概率学和统计学知识，一个巨浪可以看做无数小海浪的组合，从收集到的数据中我们可以推测出海浪的预算公式。

下面总结了另外一些与海浪有关的有趣的数学性质：

1）波动周期决定了波长；

2）波高与波长、波动周期无关（实际上有许多属性不受或很少受波长和波动周期的影响）；

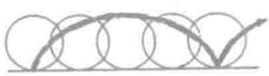
3）当波峰处的开角大于120° 时，波浪就会破裂。波浪一旦破裂，能量也将消耗殆尽；

4）另一个导致波浪破裂的因素是波高与波长之间的比例关系。若比值大于1/7，波浪一样会破裂。

---

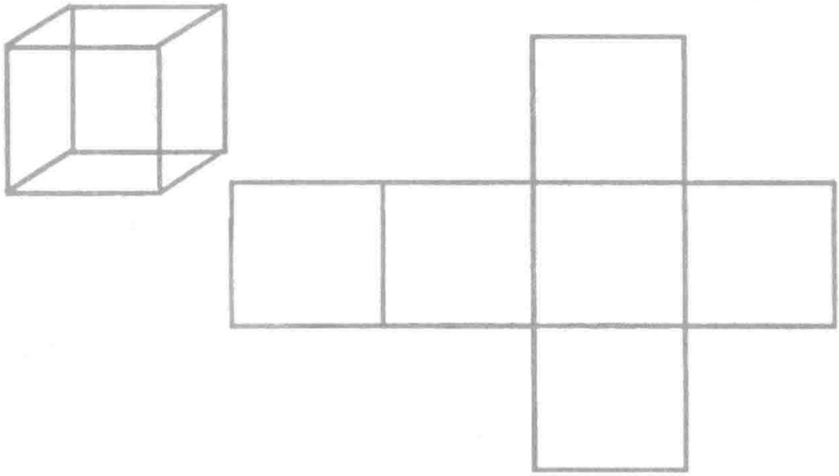
* 术语定义

Crest（波峰）：波浪的最高点。
Trough（波谷）：波浪的最低点。
Wave height（波高）：波峰与波谷之间的垂直距离。
Wave length（波长）：两个连续波峰之间的水平距离。
Wave period（波动周期）：波峰平移一个波长的距离所需的时间，以秒计。
Sinusoidal curve（正弦曲线）：形如  状的曲线，代表一个周期性（固定的时间间隔内重复出现同一形状）的三角函数。
Cycloid curve（圆滚线）：一个圆沿某一直线向前滚动，圆上一点的轨迹即为圆滚线。

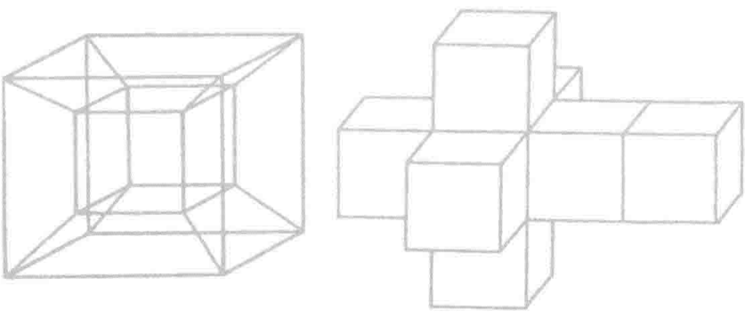


平铺的四维表示立方体

如下图所示，用透视法画出一个三维的立方体，然后将其展开可得到该立方体的二维平面图。



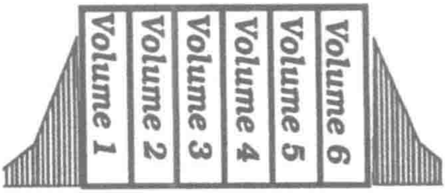
超正方体，又叫四维，表示立方体，是立方体的四维解析图。现在让我们用同样的方法把一个超立方体解析成一个三维空间图。下图显示的四维模拟立方体或超立方体由 8 个立方体、16 个顶点、24 个正方形和 32 条边组成。



一些有趣的谜题

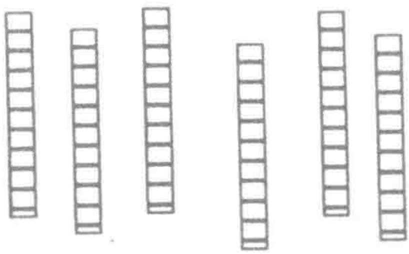
书蠹之谜

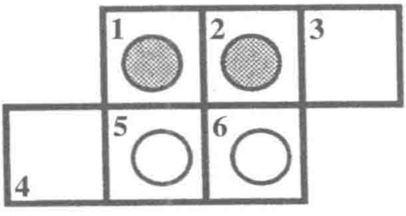
设每本书的厚度为 2.5 英寸，其中封面厚度为 0.25 英寸。书中蠹虫身长为 1 英寸。若蠹虫沿水平方向直线前行，从第 1 本书的封面行进至第 6 本书的封底，求蠹虫共行进了多少英寸？



堆竹子

将六根竹子堆积在一起，使它们之间两两相互接触，不可使竹子破裂或弯曲。试问应如何摆放？





巧移硬币

将图中的金币与银币位置互换。硬币一次只能沿水平、竖直或对角线方向移动一格，一个硬币占一个格，最少需移动几步？

答案见附录

计算 π 的神秘公式

利用这个公式可以迅速求出 π 值。计算机专家利用它已经推导出了 π 的第 1 700 万位。

$$\frac{1}{\pi}=$$

$$2\sqrt{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{1}{4}\right)_n\left(\frac{1}{2}\right)_n\left(\frac{3}{4}\right)_n}{(1)_n(1)_n n!}(1\,103+26\,390n)\left(\frac{1}{99}\right)^{4n+2}$$

锡里尼哇沙·拉玛奴江是一位对数学着了魔的数学家。他于 1888 年出生于印度南部的贡伯戈讷姆，其数学基础知识全部来源于自学。因此，他的解题思路往往独辟蹊径，不落俗套。为了证明他妻子建立的一个表达式，拉玛奴江进行了大量的公式运算，在那个没有计算机的年代，他的所有工作都靠手工来完成。后来如果不是绝境中的拉玛奴江写信给英国数学家报告了他的部分发现，这些辛苦得来的成果很可能随他一起被淹没在历史中。英国数学家高德菲·哈罗德·哈代发现了他的才华，并邀请他到剑桥。就这样，年仅 25 岁的锡里尼哇沙·拉玛奴江离开了家乡和妻子，远渡重洋追寻自己成为数学家的梦想。那是一个时势造英雄的年代，每个领域都有无数需要填补的空白。此后的七年，他全身心地投入到工作中去，进行了大量的研究工作，胜利的曙光似乎已初现端倪。正在拉玛奴江一如既往努力工作时，无情的病魔却缠上了他，他的健康状态每况愈下，被迫于 1919 年重返印度。

1920 年 4 月，年仅 32 岁的数学家拉玛奴江与世长辞。直到 1976 年，他的笔记才被人发现。宾夕法尼亚州立大学的数学家乔治·安德鲁斯在剑桥的圣三一学院图书馆中一个装满信件和单据的盒子中发现了它。拉玛奴江的解题思路极为独特。随着他的辞世，已很少有人能理解他当初的思路，还好他有把自己推导出的公式记录下来的习惯，虽然缺乏推导步骤，我们还是有幸得到了最终的公式。实际上，拉玛奴江的笔记中记录了 4000 多个公式和其他工作内容。

这些公式引起了数学家们极大的兴趣，他们不断地进行研究、使用，并试图证明它们。正如加拿大新斯科舍省哈利法克斯市达尔豪斯大学的数学家乔纳森·贝里所评论的："当他把一个了不起的结论抛出来的时候，所有的人不仅对此感到好奇，还希望能确认它正确与否。其实，能证明这些理论正确的证据一直都存在，只是它们躲在了一个他从未指明的隐蔽之所罢了。"

拉玛奴江1914年的公式

$$\frac{1}{\pi}=\frac{\sqrt{8}}{9,801}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(4n)!\,[1,103+26,390n]}{(n!)^{4}\,396^{4n}}$$

当$n!=n(n-1)(n-2)\cdots 1$ 且 $0!=1$