

高等学校教材

大学物理学(中)

宋小龙 葛永华 庄良 许士跃 等 编

高等教育出版社

015053070

大学物理学(中)

宋小龙 葛永华 庄良 许士跃 等 编

高等教育出版社·北京

内容提要

本书根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版),按照目前本课程教学的实际情况,在编者长期教学所积累的教学经验的基础上编写而成。本书旨在帮助学生在掌握基础物理理论及其应用的同时,能充分体会物理学分析问题、研究问题和解决问题的方法,能深刻领会物理学中的科学思维和创新精神,为以后进一步的学习、研究打下坚实的基础。

本书共19章内容,分为上、中、下三册。上册包含力学、振动和波动部分,中册包含电磁学部分,下册则包含热学、波动光学和近代物理部分。

本书可作为高等学校理工科各专业的大学物理课程的教材,也可供大专院校、成人高校的相关专业师生使用,对于自学大学物理课程的读者也是一本很好的阅读教材。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学. 中 / 宋小龙等编. -- 北京: 高等教育出版社, 2015. 8
ISBN 978 - 7 - 04 - 043158 - 2

I. ①大… II. ①宋… III. ①物理学 - 高等学校 - 教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 138350 号

策划编辑 高聚平	责任编辑 高聚平	封面设计 赵 阳	版式设计 杜微言
插图绘制 杜晓丹	责任校对 陈 杨	责任印制 刘思涵	

出版发行 高等教育出版社	咨询电话 400 - 810 - 0598
社 址 北京市西城区德外大街 4 号	网 址 http://www.hep.edu.cn
邮政编码 100120	http://www.hep.com.cn
印 刷 北京明月印务有限责任公司	网上订购 http://www.landracom.com
开 本 787 mm × 1092 mm 1/16	http://www.landracom.com.cn
印 张 9.25	版 次 2015 年 8 月第 1 版
字 数 220 千字	印 次 2015 年 8 月第 1 次印刷
购书热线 010 - 58581118	定 价 17.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 43158 - 00

第八章 真空中的静电场	1	* 10-11 平行电流间的相互作用力	
8-1 电荷 电荷守恒定律	1	电流单位“安培”的定义	90
8-2 库仑定律	2	提要	91
8-3 电场 电场强度	5	思考题	92
8-4 电场强度通量 高斯定理	12	习题	93
8-5 静电场的环路定理 电势	19	第十一章 磁介质中的磁场	96
8-6 等势面 电场强度与电势的关系	25	11-1 磁介质 顺磁质和抗磁质	
* 8-7 静电场中的电偶极子	27	的磁化	96
提要	28	11-2 磁化强度与磁化电流	97
思考题	30	11-3 有磁介质时的安培环路定理	98
习题	31	11-4 铁磁质	100
第九章 导体和电介质中的静电场	34	提要	101
9-1 静电场中的导体	34	思考题	102
9-2 电容 电容器	40	习题	102
9-3 静电场中的电介质	44	第十二章 电磁感应	103
9-4 有电介质时的高斯定理 电位移	47	12-1 电磁感应定律	103
9-5 静电场的能量	52	12-2 动生电动势	109
提要	56	12-3 感生电动势	111
思考题	57	12-4 自感与互感	113
习题	59	12-5 RL 电路	117
第十章 真空中的磁场	62	12-6 磁场的能量 磁场能量密度	119
10-1 电流和电流密度	62	提要	123
10-2 磁场 磁感应强度	64	思考题	124
10-3 毕奥-萨伐尔定律	68	习题	124
10-4 毕奥-萨伐尔定律的应用	70	第十三章 电磁场和电磁波	128
10-5 磁通量 磁场的高斯定理	74	13-1 电磁场理论	128
10-6 安培环路定理	76	13-2 电磁波	131
10-7 安培环路定理的应用	78	提要	138
10-8 带电粒子在磁场和电磁场中		思考题	139
的运动	81	习题	139
10-9 载流导线在磁场中的受力	86	附录 常用物理常量表	141
10-10 磁场对载流线圈的作用	88		

第八章 真空中的静电场

本章主要讨论真空中静电场的基本原理. 我们从点电荷间相互作用的库仑定律出发, 引入描写静电场的两个基本物理量: 电场强度和电势. 在此基础上讨论静电场的两个基本规律——高斯定理及静电场的环路定理, 以及电势与场强的关系.

8-1 电荷 电荷守恒定律

一、电荷

人类有关电磁现象的认识可追溯到公元前六世纪. 古希腊人发现用毛皮摩擦后的琥珀能吸引细微的物体. 我国东汉时期成书的《论衡》中也有“顿牟掇芥”的记载. 这说明摩擦后的物体进入一种特别的状态, 将处于这种状态的物体叫做**带电体**, 并说它们带有电荷. 这种用摩擦使物体带电的方法叫做**摩擦起电**.

自然界中存在两种电荷, **正电荷**与**负电荷**. 美国物理学家富兰克林将丝绸摩擦后玻璃棒所带的电荷命名为正电荷, 而将毛皮摩擦后硬橡胶棒所带的电荷命名为负电荷. 同种电荷互相排斥, 异种电荷互相吸引. 正负电荷互相完全抵消的状态叫做中和. 所谓的不带电状态是指物体的所带电荷量处于等量异号的中和状态.

带电体所带电荷量的多少用 Q 或 q 表示, 其单位为库仑, 简称库 (符号为 C).

二、电荷的量子化

大家知道, 物质的分子是由原子构成的, 而原子是由带正电的原子核和带负电的电子构成的, 原子核又是由带正电的质子和不带电的中子组成的, 两者统称为核子. 质子所带的正电荷和电子所带的负电荷相等, 正常情况下, 物体中的正负电荷相等, 物体对外不显示出带电性.

电荷的一个重要特性是其具有量子性, 任何带电体所带的电荷只能是某一基本元的整数倍, 这种性质叫做**电荷的量子化**. 一个电子和质子所带电荷的量值就是这个基本元, 用 e 表示, 只是两者性质不同, 电子所带电荷为 $-e$, 质子所带电荷为 $+e$. 基本电荷量 e 就是电荷的量子 (或元电荷), 其值约为

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

理论研究表明, 核子等重粒子是由带分数电荷 $-e/3$ 或 $2e/3$ 的粒子 (称为夸克) 组成的, 但迄今尚未被实验所证实.

三、电荷守恒定律

电荷既不能被创生, 也不能被消灭. 在一个与外界没有电荷交换的系统内, 无论进行怎样的物理过程, 系统内正、负电荷量的代数和总是保持不变, 这就是**电荷守恒定律**. 它是物理学

中的基本定律之一. 摩擦起电的过程, 实际是通过做功的方式, 实现电荷的分离与转移. 在一原不带电的物体失去部分电荷而处于带电状态时, 必有另一物体得到这部分电荷, 从而使两者处于带电为等量异性的状态.

四、电荷的相对论不变性

实验证明, 电荷的电荷量与其运动状态无关. 氢分子和氢原子的电中性实验是最为直接的证明.

氢分子和氢原子都有两个核外电子, 这些电子的运动状态相差不大. 作为原子核的氢分子的两个质子的相对距离约为 0.07 nm , 两者一起转动 [图 8-1 (a)]. 氢原子中的两个质子则是作为一个原子核紧束缚在一起运动 [图 8-1 (b)]. 氢原子中两个质子的能量约是氢分子中两个质子能量的百万倍数量级. 两者的运动状态应有显著的差别. 如果电荷的电荷量与运动相关, 那么氢原子中质子的电荷量应与氢分子中的质子的电荷量不相同. 但是两者的电子的电荷量是相同的, 就是说, 氢原子与氢分子中必有一个不能保持电中性. 实验测定两者是精确保持电中性的, 如此反证了电荷的电荷量与其运动状态无关. 这一结论也为其他实验所证实.

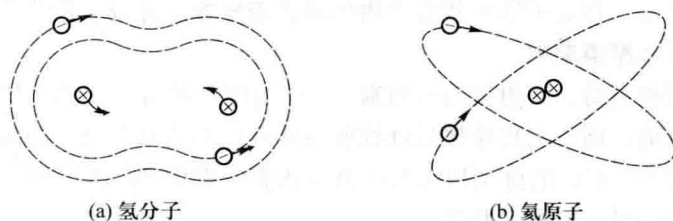


图 8-1 氢分子和氢原子结构的示意图

物体的运动状态与参考系的选择有关. 当在不同参考系中观察电荷的运动时, 其运动状态是不同的. 由电荷的电荷量与运动状态无关这一实验结果, 在不同参考系中观察同一带电粒子, 它的电荷量是相同的. 电荷的这一性质叫做**电荷的相对论不变性**.

8-2 库仑定律

一、点电荷

带电体之间具有相互作用. 实验表明, 这种相互作用和带电体的间距及带电体所带电荷的电荷量有关, 也与带电体的形状、大小及电荷在带电体上的分布有关. 当带电体自身的几何线度比带电体间的距离小得多时, 在测量的精密范围内, 带电体的形状与其上的电荷分布对作用力没有影响, 此时可将带电体抽象为带一定电荷量的几何点, 其作用力仅与带电体间的距离及电荷量有关, 此时可引入**点电荷**的概念. 这种情况与力学的质点相似. 即当带电体的形状、大小和带电体间的距离相比很小时, 可将其视为带有电荷而没有大小的几何点, 这就是点电荷模型.

二、库仑定律

实践表明, 两个点电荷间的相互作用存在如下的规律:

真空中两个静止点电荷 q_1 和 q_2 之间的相互作用力的大小与 q_1 和 q_2 的乘积成正比, 与它们之间的距离 r_{12} (或 r_{21}) 的平方成反比; 作用力的方向沿着它们的连线, 同号电荷相斥, 异号电荷相吸.

上述描述两个点电荷之间相互作用的规律叫做库仑定律, 若各物理量采用国际单位制时, 可将库仑定律表示为如下的矢量式:

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^3} \mathbf{r}_{21} \quad (8-1a)$$

或

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12} \quad (8-1b)$$

(8-1a) 式中 $\mathbf{F}_{21}$ 是 q_1 对 q_2 的作用力, $\mathbf{r}_{21}$ 是由 q_1 指向 q_2 的径矢; (8-1b) 式中各量的意义与此相仿. 图 8-2 表示了两点电荷间的这种作用力. 图中画出的是两电荷均为正电荷 (或负电荷) 的情况 (斥力), 当两电荷异号时, 受力方向与图中相反 (引力). 将静止点电荷间的作用力叫做库仑力或静电力.

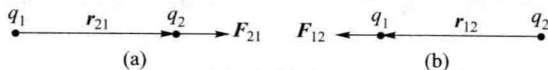


图 8-2 库仑力

库仑定律表达式中的 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 为比例常量. 当采用国际单位制时, 力的单位为牛顿 (N), 电荷量的单位为库仑 (C), 距离的单位为米 (m), 该比例系数为

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

ϵ_0 称为真空电容率 (或真空介电常量)

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

三、电场力的叠加原理

当空间存在多个点电荷 (称为点电荷系) 时, 作用在某个点电荷上的力为各点电荷对该电荷的静电力的矢量叠加, 即静电力满足力的叠加原理. 图 8-3 表示了由三个点电荷构成的点电荷系中点电荷 q_1 的受力情况, $\mathbf{F}_1$ 为作用在点电荷 q_1 上总的静电力.

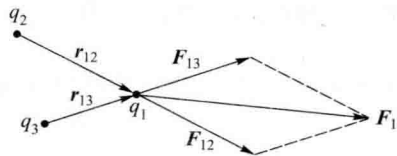


图 8-3 电场力的叠加

由于库仑定律仅适合于点电荷的情况, 当带电体自身的线度与它们的距离可比拟时, 不能直接应用库仑定律. 此时可将每个带电体细分为许多带电微粒, 不同带电体上的带电微粒可作为点电荷处理, 由库仑定律求得它们之间的静电力, 再应用

力的叠加原理求出带电体间的静电力.

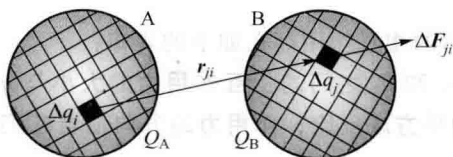


图 8-4 两个带电球间电场力的计算

图 8-4 是近似计算两带电体 A、B 之间作用力的示意图. 图中 Δq_i 对 Δq_j 的静电力为

$$\Delta F_{ji} = \frac{\Delta q_i \Delta q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ji}^3} \mathbf{r}_{ji}$$

带电球 A 对 Δq_j 的静电力为

$$\sum_i \Delta F_{ji} = \sum_i \frac{\Delta q_i \Delta q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ji}^3} \mathbf{r}_{ji}$$

带电球 A 对带电球 B 的静电力为

$$\mathbf{F}_{BA} = \sum_j \sum_i \Delta F_{ji} = \sum_j \sum_i \frac{\Delta q_i \Delta q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ji}^3} \mathbf{r}_{ji}$$

求带电球 B 对带电球 A 的静电力可作相似的计算.

当计算中所取的每个带电微粒 $\Delta q \rightarrow 0$ 时, 上述的求和过程就演化为积分过程, 最后求得的是静电力的精确值.

例 8-1 在图 8-5 中, 三个点电荷所带的电荷量分别为 $q_1 = -86 \mu\text{C}$, $q_2 = 50 \mu\text{C}$, $q_3 = 65 \mu\text{C}$. 各电荷间的距离如图所示, 求作用在 q_3 上合力的大小和方向.

解 选用如图所示的直角坐标系, 并取 $\mathbf{i}$ 和 $\mathbf{j}$ 分别为沿 x 、 y 轴方向的单位矢量. 电荷 q_1 作用于电荷 q_3 上的力 $\mathbf{F}_{31}$ 的大小为

$$F_{31} = 8.99 \times 10^9 \times \frac{(6.5 \times 10^{-5}) \times (8.6 \times 10^{-5})}{(0.6)^2} \text{ N} = 140 \text{ N}$$

$\mathbf{F}_{31}$ 沿 x 轴和 y 轴的分量值分别为

$$F'_x = F_{31} \cos(-30^\circ) = 120 \text{ N}, \quad F'_y = F_{31} \sin(-30^\circ) = -70 \text{ N}$$

电荷 q_2 作用于电荷 q_3 上的力 $\mathbf{F}_{32}$ 的大小为

$$F_{32} = 8.99 \times 10^9 \times \frac{(6.5 \times 10^{-5}) \times (5.0 \times 10^{-5})}{(0.3)^2} \text{ N} = 325 \text{ N}$$

$\mathbf{F}_{32}$ 沿 x 轴和 y 轴的分量分别为

$$F''_x = 0, \quad F''_y = 325 \text{ N}$$

根据静电力的叠加原理, 作用于电荷 q_3 上的合力为

$$\mathbf{F}_3 = \mathbf{F}_{31} + \mathbf{F}_{32} = (F'_x + F''_x)\mathbf{i} + (F'_y + F''_y)\mathbf{j} = (120\mathbf{i} + 255\mathbf{j}) \text{ N}$$

合力 $\mathbf{F}_3$ 的大小为

$$F_3 = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{120^2 + 255^2} \text{ N} = 281.8 \text{ N}$$

合力 $\mathbf{F}_3$ 和 x 轴的夹角为

$$\theta = \arctan \frac{F_y}{F_x} = 64.8^\circ$$

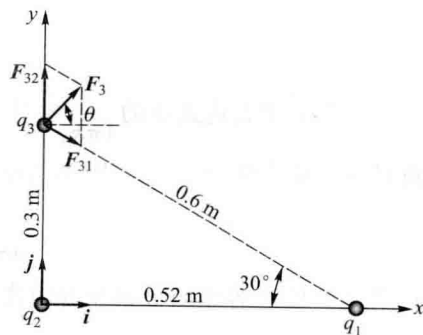


图 8-5

8-3 电场 电场强度

一、电场

电荷之间的相互作用力通过什么方式实现的？历史上曾经有两种观点。一种观点认为电荷之间的相互作用力是通过充满在空间的弹性介质“以太”来实现力的传递的，这种观点叫做“近距作用”；另一种观点则认为它们不需要任何介质，也不需要时间，能够由一个物体瞬间作用到另一个物体上，这种观点叫做“超距作用”。近代物理证明，这两者都存在错误。所谓的“以太”并不存在，同时，电磁力的传递是需要时间的。其相互作用是通过特殊物质——“场”来实现的，可用以下的图式（图 8-6）来表示两个电荷间的相互作用。

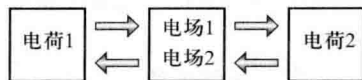


图 8-6 电场力的作用过程

当空间存在电荷时，它会在其周围激发电场，处于这个电场的另一个电荷就会受到电场力的作用。

电场也是一种物质，具有物质的一般属性，例如具有质量、能量等，但与一般的实物又有不同。充电后的电容器在短接时会产生火花，说明电场具有能量。由爱因斯坦质能关系式可知，电场应具有质量，当电场运动时应具有动量；空间的两个实物不能占据同一位置，而不同的场可以在空间同一位置同时存在。因此场又有别于一般实物，是一种特殊物质。

二、电场强度

处于电场空间的电荷将受电场力的作用，因此为了测定空间电场的存在及其性质，可以在空间引入一个电荷，根据该电荷的受力大小和方向，来判定空间电场的性质。对于这种用来测试空间电场的电荷要求是：① 其自身电荷量要足够小，这样不会对原有电场产生显著的影响；② 一般情况下，空间的电场是随位置而不同的，因此要求这种电荷的线度要足够小，以便能精确定位电场空间的位置，即该电荷应能当作点电荷。能满足以上要求的电荷 q_0 叫做试探电荷。

激发电场的电荷叫做场源电荷，将试探电荷放置在电场中不同的位置时，其受力大小和方向各不同；而在空间同一位置放置带电荷量不同的试探电荷时，它们的受力大小也是不同的（图 8-7）。这就是说，电场中试探电荷的受力不仅电场性质有关，也与其自身性质相关，从而无法客观反映空间电场的性质。但实验表明，试探电荷在电场中某点的受力 F 与其电荷量 q_0 的比值 $\frac{F}{q_0}$

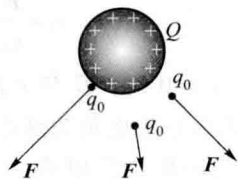


图 8-7 用试探电荷测场强

与试探电荷自身无关，能客观反映电场的性质。因此可以定义电场空间中某点的电场强度矢量 E （简称场强）为

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (8-2)$$

即电场中某点的电场强度,数值上等于放在该点的单位正电荷所受的电场力值,方向与正电荷在该点的受力方向一致.

空间的电场是矢量场,一般而言,其大小方向既随位置而变,也随时间而变.如果空间的电场分布不随时间而变,如由空间静止的电荷激发的电场就是如此,那么场强仅仅是空间位置的函数,这种电场叫做**静电场**.对电场中某一特定点,有一确定的电场强度,以数学表达式可将其表示为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, y, z)$$

特殊情况,若空间各点的电场大小和方向都相同,称这种电场为**均匀电场**(或匀强电场);一般情况,空间各点电场的大小和方向均随位置而变化,称为**非均匀电场**(或非强匀场).

由电场强度的定义可知,其单位为牛每库($\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$).电工计算中常将场强的单位表示为伏每米($\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$),两者是等价的.

引入电场强度的概念之后,电场中的点电荷所受的静电力可表示为

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \quad (8-3)$$

三、点电荷的电场

如图 8-8 所示,设在空间 O 点有一场源电荷 q , O 点称为源点. P 点为待测电场的点,称为场点. 矢量 $\mathbf{r}$ 为源点 O 指向场点 P 的径矢. 为测量场点 P 的场强,在该点放置一正试探电荷 q_0 .

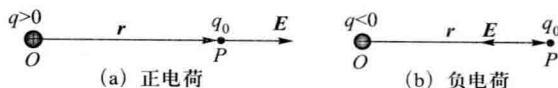


图 8-8 点电荷的电场

根据库仑定律, q_0 受到的电场力为

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^3} \mathbf{r}$$

由电场强度的定义, P 点的场强为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r} \quad (8-4)$$

当 $q > 0$ 时, $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{r}$ 同向, 当 $q < 0$ 时, $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{r}$ 反向. 若以场源电荷为球心作半径为 r 的球面, 球面上各点的场强数值相等, 方向以球心为中心呈辐射状分布: 场源电荷为正电荷时, 各点的场强方向背离球心向外; 场源电荷为负电荷时, 各点的场强方向指向球心, 如图 8-9 所示.

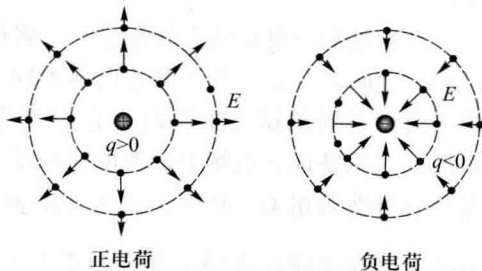


图 8-9 点电荷电场的空间分布

四、电场强度的叠加原理

当空间存在多个场源电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 时, 这 n 个点电荷构成的系统称为点电荷系. 在

场中一点 P 放上一试探电荷 q_0 , 各场源电荷对试探电荷产生的静电力分别为 F_1 、 F_2 、 $\cdots$ 、 F_n . 根据静电力的叠加原理, 试探电荷受到的合力为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n$$

由电场强度的定义, P 点场强为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_1}{q_0} + \frac{\mathbf{F}_2}{q_0} + \cdots + \frac{\mathbf{F}_n}{q_0} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots + \mathbf{E}_n$$

式中的 $\mathbf{E}_1$ 、 $\mathbf{E}_2$ 、 $\cdots$ 、 $\mathbf{E}_n$ 是各场源电荷单独存在时在场点 P 激发的电场强度, 图 8-10 表示的是场源电荷由两个点电荷组成的情况 ($q_0 < 1 \text{ C}$).

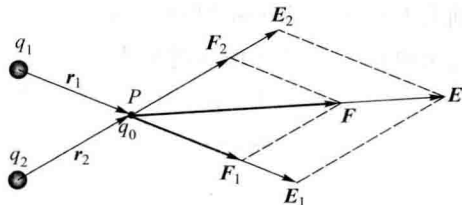


图 8-10 场强叠加原理

将上述规律归纳如下: 点电荷系在电场中某点所产生的电场强度等于各点电荷单独存在时在该处所产生的电场在该点场强的矢量叠加. 这一原理叫做场强叠加原理, 可表示为以下数学形式:

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \mathbf{r}_i \quad (8-5)$$

式中 q_i 是第 i 个场源电荷, $\mathbf{r}_i$ 是第 i 个场源电荷指向场点 P 的径矢.

如图 8-11 所示, 对于电荷连续分布的任意带电体产生的场强, 可将带电体携带的电荷看成许多极小的电荷元 dq 的集合. 每一电荷元 dq 均可视为点电荷, 在离其径矢 $\mathbf{r}$ 处的场点 P 产生的元场强为

$$d\mathbf{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}$$

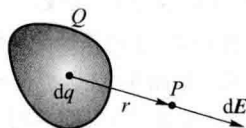


图 8-11 连续带电体的场强

根据场强叠加原理, 整个带电体产生的场强为带电体所有电荷元在场点 P 所激发的元电场的矢量叠加, 即由如下积分式求得

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_Q \frac{dq}{r^2} \mathbf{r} \quad (8-6)$$

式中积分遍及带电体的全部电荷.

一般情况, 电荷在带电体上的分布是不均匀的, 为描述这种电荷分布的不均匀性, 可引入电荷密度的概念.

对电荷体状分布的带电体, 如一个带电的介质球, 电荷可以在其内部各处都存在, 在其上 P 点取体元 ΔV , 如果 ΔV 中的电荷量为 Δq , 定义 P 点的电荷体密度 ρ 为

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV} \quad (8-7a)$$

对电荷面状分布的带电体, 如一个带电金属球面, 其电荷就分布在表面上, 可在其面上 P 点处取面元 ΔS , 如果 ΔS 中的电荷量为 Δq , 定义 P 点的电荷面密度 σ 为

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} \quad (8-7b)$$

对线状分布的带电体, 在其上 P 点处取线元 Δl , 如果 Δl 中的电荷量为 Δq , 定义 P 点的电荷线密度 λ 为

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \quad (8-7c)$$

上述三种电荷密度的单位分别为 $C \cdot m^{-3}$ 、 $C \cdot m^{-2}$ 和 $C \cdot m^{-1}$.

这样, 对电荷体状分布的带电体, 计算其场强时可表示为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r^3} \mathbf{r}$$

积分遍及整个带电体.

对电荷面状分布的带电体, 其场强为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\rho dS}{r^3} \mathbf{r}$$

积分遍及整个带电面.

对电荷线状分布的带电体, 其场强为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\rho dl}{r^3} \mathbf{r}$$

积分遍及整个带电线.

例 8-2 求电偶极子轴线延长线上和中垂面上任一点的场强.

解 如图 8-12 所示, 一对带等量异号的电荷 $\pm q$ 拉开一定距离 l 构成一带电系统, 当 $\pm q$ 连线中点到所讨论的场点的距离 r 小得多时 (本题中应是 $x \gg l$), 这种带电系统称为电偶极子. 从负电荷指向正电荷的矢量 $\mathbf{l}$ 称为电偶极子的臂或轴线, 定义电偶极矩或电矩 $\mathbf{p}$ 为

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l} \quad (8-8)$$

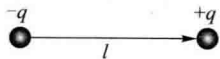


图 8-12 电偶极子

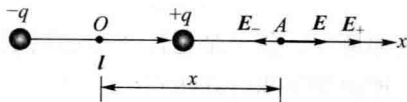


图 8-13 电偶极子延长线上的场强

延长线上的场强: 如图 8-13 所示, 选用图示坐标, 电偶极子中点 O 到场点 A 的距离为 x , 正电荷和负电荷在 A 点产生的场强分别为 E_+ 和 E_- , 它们在 x 轴上的分量分别为

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2}, \quad E_- = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2}$$

A 点的总场强值 E 为

$$E = E_+ + E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2} \right]$$

方向与 $\mathbf{p}$ 相同. 考虑远场点, 即当 $x \gg l$ 时, 有

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2ql}{x^3}$$

矢量式为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p}}{x^3}$$

中垂面上的场强: 如图 8-14 所示, 电偶极子中点 O 到场点 B 的距离为 y , 正电荷和负电荷在 B 点产生的场强分别为 $\mathbf{E}_+$ 和 $\mathbf{E}_-$, 其大小为

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{y^2 + \frac{l^2}{4}}$$

由对称性知, $\mathbf{E}_+$ 和 $\mathbf{E}_-$ 在垂直方向的分量相互抵消, 在水平方向的分量相互叠加, B 点场强 $\mathbf{E}$ 的大小为

$$E = E_{+x} + E_{-x} = 2E_{+x} = 2E_+ \cos \theta$$

式中

$$\cos \theta = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{y^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

求得中垂面上的场强值为

$$E = 2E_+ \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left(y^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}}$$

$\mathbf{E}$ 的方向与 $\mathbf{p}$ 相反. 考虑远场点, 即当 $y \gg l$ 时, 有

$$E \approx -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p}}{y^3}$$

例 8-3 如图 8-15 所示, 一电荷线密度为 λ 的均匀带电直线长度为 L , 线外 P 点离直线的垂直距离为 d , P 点和带电直线两端的连线与直线之间的夹角分别为 θ_1 和 θ_2 . 求 P 点的电场强度.

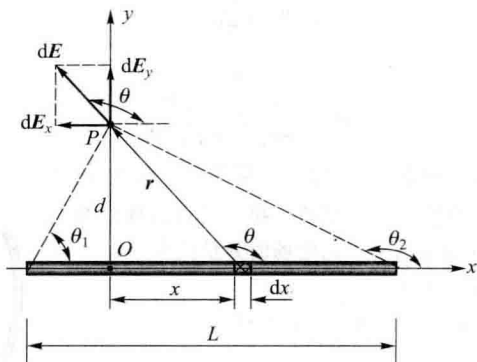


图 8-15 均匀带电直线外的场强

解 取坐标轴 Ox 沿带电直线, Oy 轴垂直带电直线向上通过场点 P , 在离原点 O 为 x 处取长为 dx 的电荷元 dq , 其到 P 点的距离为 $r = (x^2 + d^2)^{1/2}$, 径矢 $\mathbf{r}$ 与 x 轴的夹角为 θ . 该电荷元在 P 点产生的元电场为

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^3} \mathbf{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^3} \mathbf{r}$$

由图可知

$$r^2 = d^2 + x^2 = d^2 \csc^2 \theta, \quad x = d \tan \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) = -d \cot \theta$$

对 x 的表达式求微分得

$$dx = d \csc^2 \theta d\theta$$

将以上关系代入 dE 的表达式并将其分解为 x 、 y 两个分量, 得

$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \cos \theta d\theta$$

$$dE_y = dE \sin \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \sin \theta d\theta$$

P 点总场强的分量值分别为

$$E_x = \int dE_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \sin \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

P 点的场强为

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \mathbf{i} + \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \mathbf{j}$$

当场点 P 到直带电线的距离 d 远小于直带电线的长度 L 且靠近直带电线的中垂面附近时, 此时 $\theta_1 \rightarrow 0$, $\theta_2 \rightarrow \pi$, 可将直带电线视为“无限长”带电直线. 并有

$$E_x = 0$$

$$E = E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d}$$

电场的方向垂直于带电线: 如电荷量为正, 场强背离直线, 如电荷量为负, 则场强指向直线.

例 8-4 求半径为 R , 均匀带有电荷量 q 的圆环轴线上一点 P 的场强.

解 在圆环上取长为 dl 的一段线元, 将其视为点电荷, 其电荷量为

$$dq = \frac{q}{2\pi R} dl$$

它在 P 点产生的场强值为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q dl}{8\pi^2 \epsilon_0 R r^2}$$

以环心 O 为对称点, 在圆环上取长为 dl' 的另一段线元, 由图 8-16 知, 它与线元 dl 在轴线中垂面上的场强分量相消, 轴上各点的场强为元电场在 x 轴方向分量的叠加. 在 x 轴方向上, 元电场的分量值为

$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{q dl}{8\pi^2 \epsilon_0 R r^2} \cdot \frac{x}{r} = \frac{q x dl}{8\pi^2 \epsilon_0 R (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

P 点的场强值为

$$E = \int dE_x = \int_0^{2\pi R} \frac{q x dl}{8\pi^2 \epsilon_0 R (x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{q x}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

当 $q > 0$ 时, 场强方向沿 x 轴正方向; 当 $q < 0$ 时, 场强方向沿 x 轴反方向.

当求场点离圆环足够远, 即 $x \gg R$ 时, P 点的场强值为

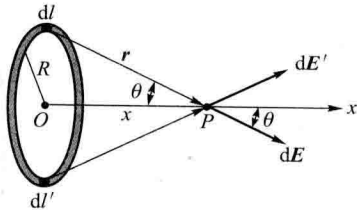


图 8-16 均匀带电圆环轴线上一点 P 的场强

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

即在远场点时带电圆环产生的场强与在环心处带等量电荷量的点电荷产生的电场相等, 此时带电体的形状、大小已不起作用, 可当作点电荷看待。

显然, 在环心位置 $x=0$ 处, $E=0$ 。

例 8-5 求电荷面密度为 σ , 半径为 R 的均匀带电圆盘轴线上一点的电场。

解 设场点 P 到盘心 O 的距离为 x 。如图 8-17 所示, 把圆盘看成是无数半径 r 不等, 宽度为 dr 的同心细圆环的叠套。细圆环所带的电荷量为

$$dq = \sigma 2\pi r dr$$

利用例 8-4 的结果, 此带电细圆环在 P 点激发的元电场为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x dq}{(x^2 + r^2)^{3/2}} i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2 + r^2)^{3/2}} \sigma 2\pi r dr i$$

各带电细圆环在 P 点激发的元电场的方向方向相同, P 点的场强为

$$E = \int dE = \frac{\sigma 2\pi x}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}} i = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) i$$

E 的方向视圆盘所带电荷的正负而定: 当 $\sigma > 0$ 时, E 在图中沿 x 轴正方向; 当 $\sigma < 0$ 时, E 与 x 轴方向相反。

让我们讨论两个极端情况:

若 $R \gg x$, 即在非常靠近带电圆盘的 P 点看, 可认为均匀带电圆盘是“无限大”的, 此时 P 点的场强可认为是在 $(R/x) \rightarrow \infty$ 的极限。

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \lim_{\frac{R}{x} \rightarrow \infty} \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right] i = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \lim_{\frac{R}{x} \rightarrow \infty} \left[1 - \frac{x}{\left(1 + \frac{R^2}{x^2} \right)^{1/2}} \right] i = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} i$$

对无限大均匀带电平面, 面外各点均可视为平面轴线上的一点。即均匀带电无限大平面所激发的电场与场点离带电面的距离 x 无关, 平面两侧各点场强大小相等, 方向都与平面相垂直, 平面同一侧各点的场强方向相同, 平面两侧的电场方向相反。这种电场称为匀强电场或均匀电场。

若 $x \gg R$, 则 (R/x) 为一小量, 对场强表达式中的 $(1 + R^2/x^2)^{1/2}$ 项按二项式定理展开, 并略去 (R/x) 的高次项, 可得 P 点的场强为

$$E = \frac{\sigma R^2}{4\epsilon_0 x^2} i = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2} i$$

由此可见, 在远场点, 带电圆盘激发的场强与将电荷 q 集中在圆盘中心的一个点电荷所激发的场强相同, 带电体的形状、大小对远场点的场强已不起作用。这正是建立点电荷模型的依据。

由以上各题, 可将连续带电体场强的求解过程大致归纳如下:

首先, 在带电体上取一恰当形状的电荷元 dq , 利用点电荷场强公式写出该电荷元 dq 在场点 P 的元电场值 dE 的表达式;

其次, 分析带电体电荷分布的对称性, 建立恰当的坐标系。原则上讲, 坐标系的选择对求解结果并无影响, 但选择合适的坐标系可使求解过程变得容易。将 dE 的表达式向各坐标轴作投影, 得到元电场各分量表达式;

再次, 将 dE 的分量表达式分别进行积分, 得到 P 点合场强的分量值;

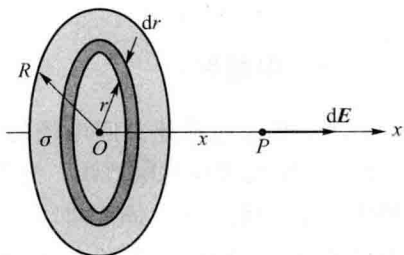


图 8-17 均匀带电圆盘轴线上一点的电场

最后, 将 P 点合场强的分量值进行正交合成, 求得合场强值, 并求出合场强的方向.

关于点电荷系场强的求解过程, 与上述过程大致相当. 特别要指出的是, 场强的叠加是矢量叠加, 场强是矢量, 在求解过程和结果中必须体现这种性质.

8-4 电场强度通量 高斯定理

一、电场线

为了形象地描述空间电场的分布, 我们引入电场线这个辅助概念. 电场线也称电力线, 简称 E 线. 如图 8-18 所示, 在电场中画出一簇曲线, 每条曲线上的任一点的切线方向即为该点的电场方向, 同一个在该处的正试探电荷受力方向一致. 在电场中任一场点, 通过垂直于电场强度 E 的单位面积的电场线数等于该处电场强度的大小. 满足这样规定的一簇曲线就叫做静电场的电场线.

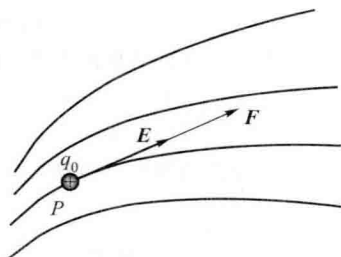


图 8-18 电场线

由电场线的定义可知, 电场线表示了它所通过的每一点上电场强度 E 的方向, 是正电荷放在该点时受力的方向或加速度的方向. 因此, 一般而言, 它不是带电体在该点处的移动方向, 即电场线不是电荷在场中运动的轨迹线. 单独一个正点电荷的电场线是以点电荷为中心的、向四外辐射的直线; 单独一个负点电荷是以负电荷为中心、向内会聚的直线. 图 8-19 表示了几种带电系统的电场线分布.

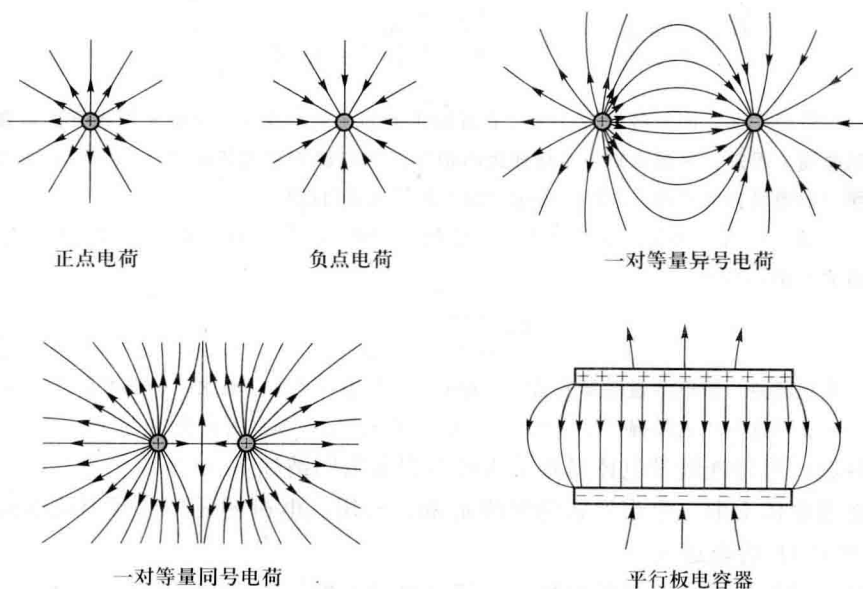


图 8-19 几种带电系统的电场线

静电场的电场线具有如下性质:

电场线起自正电荷 (或来自无穷远处), 止于负电荷 (或伸向无穷远), 但不会在没有电

荷的地方中断, 静电场中的电场线不形成闭合线;

若带电体系中正、负电荷一样多, 则由正电荷出发的全部电场线都集中到负电荷上去;

两条电场线不会相交. 因为如两条电场线相交, 交点处可作出两条不同指向的切线, 意味着该点的电场无确定方向, 这与事实不相符合;

由电场线的定义可知, 电场线密集处表示场强大, 电场线稀疏处表示场强小. 空间无电场线的区域, 该区域的场强为零, 均匀电场的电场线是等距平行的一簇直线.

二、电场强度通量

通过电场中某一曲面 S 的电场线条数称为该曲面的**电场强度通量** Φ_e . 它是标量, 数值可正可负, 但没有方向. 在电场中任一点取一小面元 $\Delta S_{\perp}$, 该点场强方向垂直于 $\Delta S_{\perp}$, 若穿过 $\Delta S_{\perp}$ 的电场线为 $\Delta\Phi_e$, 比值 $\Delta\Phi_e/\Delta S_{\perp}$ 叫做该点的**电场线数密度**, 即单位垂直截面的电场线数. 为使电场线不仅反映空间场强的方向, 也反映空间场强的大小, 在绘制电场线图时可规定各点的电场线密度等于该点的场强值, 即

$$E = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta S_{\perp}} \quad (8-9)$$

这样, 在均匀电场中取一平面, 其面积为 S , 且与 $\mathbf{E}$ 的方向垂直, 如图 8-20 (a) 所示. 该平面的电场强度通量应等于

$$\Phi_e = ES$$

若所取的平面 S 与电场方向不垂直 (如图 8-20 (b) 所示), 其法线方向的单位矢量为 $\mathbf{e}_n$, $\mathbf{e}_n$ 与 $\mathbf{E}$ 间夹角为 θ , 那么通过 S 的电场强度通量与其在垂直于 $\mathbf{E}$ 方向上的投影面积 $S_{\perp}$ 的电场强度通量相等. 即有

$$\Phi_e = ES_{\perp} = ES \cos \theta = \mathbf{E} \cdot \mathbf{S}$$

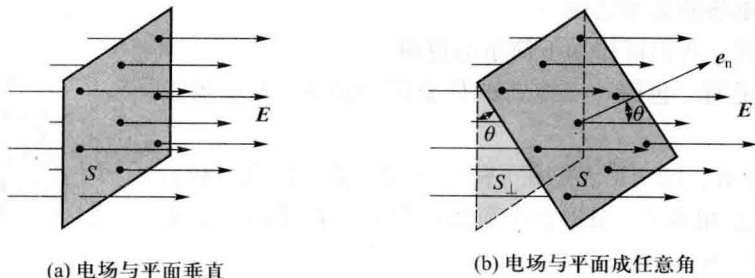


图 8-20 均匀电场中平面的电场强度通量

对于电场非均匀或所取的是任意曲面 S 的情况 (如图 8-21 所示), 引入面元矢量 $d\mathbf{S}$ 的概念. 在 S 面上取一面元矢量 $d\mathbf{S}$, 其大小为其面积值 dS , 方向为其法线方向. 由于 $d\mathbf{S}$ 足够小, 计算其电场强度通量时可按均匀场中的平面来处理:

$$d\Phi_e = E dS \cos \theta = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

整个曲面的总电场强度通量为该面上无数面积元上电场强度通量的标量和:

$$\Phi_e = \int_S d\Phi_e = \int_S E dS \cos \theta = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (8-10)$$