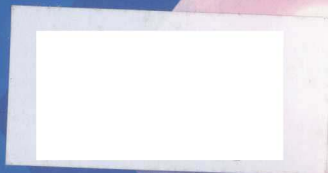




普通高等教育“十二五”规划教材
21世纪高等学校物理学精品教材

大学物理学 第一卷 大学物理 (上)

黄致新 潘武明 王建中 熊水兵 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材
21 世纪高等学校物理学精品教材

大学物理学 第一卷
大学物理（上）

黄致新 潘武明 主编
王建中 熊永兵

科学出版社

北 京

版权所有，侵权必究

举报电话：010-64030229；010-64034315；13501151303

内 容 简 介

本书是根据教育部制定的《理工科非物理类专业大学物理课程教学的基本要求》编写的。为适应新课程改革以后大学物理教学的需要，做好大学物理与中学物理教学的衔接工作，本书对传统教学体系的内容进行了调整、扩充，力图在加强学生理论基础的同时，着重培养学生的科学思维能力和科学思维方法。

全书分上、下两册，上册包括力学和电磁学，下册包括热学、光学基础以及近代物理部分。

本书可作为高等学校理工科专业以及师范院校非物理专业的大学物理教材，也可供成人教育以及自学考试人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学. 第1卷, 大学物理. 上/黄致新等主编. —北京: 科学出版社, 2014.12

普通高等教育“十二五”规划教材 21世纪高等学校物理学精品教材

ISBN 978-7-03-042996-4

I. ①大… II. ①黄… III. ①物理学—高等学校—教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 309304 号

责任编辑: 王雨舸 / 责任校对: 胡小洁

责任印制: 高 嵘 / 封面设计: 蓝 正

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

武汉市首壹印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 1 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2015 年 1 月第一次印刷 印张: 21 1/2

字数: 496 500

定价: 46.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

物理学是研究宇宙间物质存在的基本形式以及物质的性质、运动、相互作用、相互转化等基本规律的科学。由于物理学的研究对象是普遍的，研究的规律是基本的，因此其成为自然科学的带头学科。近代科学技术发展的历史表明，物理学是技术革命的先导，因为人类历史上几次技术革命均是由物理学引发的。另外，以相对论和量子论为基础的物理学描绘了物质世界的一幅完整图像，它揭示出各种运动形式的相互联系与相互转化，充分体现了世界的物质性与物质的统一性，因此物理学也是科学的世界观和方法论的基础。

对于理工科（非物理专业的）学校低年级学生来说，全面系统地学习物理学的基本知识，掌握物理学的基本规律和基本的研究方法，将会使其科学素养得到进一步提升，科学思维方法得到更好的掌握，科学思维能力得到进一步加强。因此，大学物理已成为综合性大学以及高等师范院校理工科（非物理专业）低年级学生的一门重要的基础课程。但是，由于科学技术的迅猛发展，时代的不断进步，学生从中学进入大学之后存在诸多的不适应性，物理教学衔接方面也存在诸多问题。为了解决这些问题，我们新编了《大学物理》，在编写过程中注意了以下几点。

（1）由于新课程改革的不断推进，学生在高中阶段学习物理课程时采用的是模块选修方式，有的学生没有选修热学部分内容，有的学生没有选修光学部分内容，为了方便老师教学，也为了让学生从整体上认识和掌握物理学的思想和方法，在编写本书时重点介绍了热学及光学部分的相关内容。

（2）为了适应大学物理课程学时减少的要求，我们在保证课程理论的系统性、完整性、科学性的前提下，精选内容、减少篇幅，教材编排采用分篇进行的方式，任课教师可以针对不同专业的要求，适当选取合适的内容来进行教学。对于打*号的内容，教师可灵活选用。

（3）为了使能够学好物理学，我们在注重阐明物理基本概念、基本物理规律和基本物理方法的同时，在每一篇的开头对物理学的发展以及相关物理知识的框架进行了系统描述。

（4）为了使能够适应时代发展的要求，我们在本书编写的过程中重点介绍了近、现代物理知识的内容。一方面把相对论和量子理论作为重点放在第五篇单独进行介绍，另一方面尽量把物理学和现代高科技的发展以及学科发展前沿进行关联。

（5）为了培养学生的科学思维方法，提高学生分析问题和解决问题的能力，本书中精选了部分例题，并在每一章后列出了若干思考题。

本书分上、下两册：上册包括力学、电磁学，下册包括热学、光学基础、近代物理。近代物理部分主要包括相对论基础和量子理论基础。对于新时代的大学生来说，学习和掌握一些相对论基础和量子理论基础的内容，对于其形成科学的世界观，掌握科学的方

法论是有帮助的, 因此我们也适当加强了关于这部分内容的介绍。

参与本书编写的有潘武明(第一篇力学, 第三篇热学)、王建中(第二篇电磁学)、熊水兵(第四篇光学基础)、黄致新(第五篇近代物理)。全书由黄致新负责统稿和定稿。在本书的编写过程中, 华中师范大学物理科学与技术学院课程与教学论及学科教学(物理)方向的部分硕士研究生参与了插图绘制等工作。

本书的编写, 得到了华中师范大学物理科学与技术学院的领导以及讲授大学物理课程的老师们的的大力支持, 特别是王恩科教授、刘守印教授、胡响明教授等对本书的编写和出版给予了极大的关心和支持。科学出版社的同志为本书的出版做了大量的工作。在本书的编写过程中, 编者参阅了大量的参考书籍。在此谨向以上各位表示衷心的感谢!

由于编者水平有限, 书中不妥之处在所难免, 恳请读者批评指正。

编 者

2014 年秋

于武昌桂子山

目 录

前言

第一篇 力 学

第 1 章 质点运动学	3
1.1 质点 速度 加速度	3
1.2 直线运动	8
1.3 自然坐标系	12
1.4 角速度与角加速度	14
1.5 相对运动	17
思考题	20
习题	21
第 2 章 质点动力学	24
2.1 牛顿三定律	24
2.2 常见的力	26
2.3 牛顿定律的应用	28
2.4 抛体运动	32
2.5 动量 动量定理	34
2.6 动能及动能定理	38
2.7 保守力与势能	41
2.8 机械能守恒定律	44
2.9 角动量定理	47
2.10 非惯性系及惯性力	51
2.11 对称性与守恒律	55
思考题	58
习题	59
第 3 章 刚体力学基础	63
3.1 质心运动定理	63
3.2 定轴转动、转动动能及角动量	65
3.3 转动惯量的计算	67
3.4 定轴转动的转动定理	71
3.5 定轴转动的功能定理	72
3.6 角动量定律对刚体的应用与旋进	75
思考题	77

习题	77
第4章 流体力学基础	81
4.1 流体运动学描述	81
4.2 伯努利方程	83
4.3 实际流体的流动	87
思考题	92
习题	93
第5章 振动与波	95
5.1 简谐振动	95
5.2 阻尼振动	98
5.3 受迫振动、共振	100
5.4 平行简谐振动合成	103
5.5 垂直简谐振动合成	105
5.6 波的基本概念	107
5.7 机械波的波函数	110
5.8 波的能量和强度	115
5.9 波的衍射	118
5.10 波的干涉	120
*5.11 驻波	122
5.12 声波和声速	125
*5.13 多普勒效应	127
思考题	129
习题	131

第二篇 电 磁 学

第6章 真空中的静电场	137
6.1 库仑定律	137
6.2 静电场 电场强度	140
6.3 静电场的高斯定理	148
6.4 静电场的环路定理	154
思考题	162
习题	163
第7章 静电场中的导体与电介质	168
7.1 静电场中的导体	168
7.2 电容和电容器	176
7.3 静电场中的电介质	180
7.4 静电场的能量	188
思考题	191

习题	192
第 8 章 稳恒磁场	196
8.1 稳恒电流	196
8.2 毕奥-萨伐尔定律	199
8.3 磁场的高斯定理和安培环路定理	210
8.4 洛伦兹力和安培力	217
8.5 磁介质	227
思考题	236
习题	236
第 9 章 电磁感应	242
9.1 法拉第电磁感应定律	242
9.2 动生电动势	247
9.3 感生电动势	251
9.4 自感现象和互感现象	259
9.5 磁场的能量	265
思考题	268
习题	269
第 10 章 电磁场与电磁波	274
10.1 麦克斯韦电磁场理论的两个基本假说	274
10.2 麦克斯韦方程组	279
10.3 赫兹实验	282
10.4 平面电磁波及其性质	285
思考题	289
习题	289
第 11 章 直流电与交流电	292
11.1 直流简单电路	292
11.2 基尔霍夫定律	298
11.3 交流电路概述	300
11.4 简谐交流电路的分析方法	305
11.5 交流电的功率	312
11.6 谐振电路	316
11.7 变压器原理简介	319
思考题	322
习题	323
习题答案	326

第一篇 力 学

力学是研究物体机械运动规律的一门学科，主要包括运动学与动力学规律两大部分。运动学部分主要研究描述物体机械运动的方法与时空观，动力学部分主要研究机械运动的规律。本篇是以伽利略时空观以及牛顿三定律为基本理论展开的，因而也称为经典力学。经典力学不仅提供了解决一些实际问题的方法，也是学习其他物理学科的基础。

第 1 章 质点运动学

运动学是描述物体做机械运动所遵循规律的一门学科。所谓机械运动是指物体空间位置随时间变化的现象。这是物质各种运动中最简单的一种，也是最基本的一种形态，它提供了研究物质运动其他形态的工作语言及方法。本章将从简单的运动出发，讨论描述物体运动的各种基本物理量以及应用。

1.1 质点 速度 加速度

由于力学主要研究物体空间位置随时间的变化，所以时间与空间就是力学中的两个最基本概念。经典力学中，我们把描述物体存在的空间看成是一个欧几里得几何空间，也就是说，通常的平面几何和立体几何足以描述物体所经历的物理空间。我们把这种空间称为平直空间，这是基于光在空间走过的路径为直线的假定。对于时间的概念，我们可以用均匀的绝对的时间尺度来测量事件发生的先后次序，并且时间与空间是相互独立的。这样的时空概念是从大量的实验中总结出来的，称为经典力学时空观。下面就讨论在经典力学时空观下，描述物体机械运动的几个重要概念。

1.1.1 质点

在研究物体空间运动时，如果物体的形状和大小与所研究的问题无关，或者起的作用很小，就可以把物体看成一个具有质量但没有空间大小的实体，这种抽象化的实体称为质点。严格地说，质点是理想化而非实际存在的东西，因为即使电子有一定的大小，但在某些问题中，物体的大小与形状相对来说的确不重要，这时运用质点的概念比较合适。例如，在研究地球绕太阳公转时，虽然地球的半径很大，但与绕太阳公转运动的轨道半径相比却很小，这时可以把地球看成质点。但是在研究地球自转时，就不能把它当成质点处理了，因为这时地球上不同地方的速度会有差异。从运动学角度看，把物体看成质点就是用物体上某一点的运动代替整个物体的运动。因此，只有当物体上各点速度差异对所研究的问题不起作用或作用不大时，将物体看成质点才是合适的。

另外，一切实际的物体总是可以看成是质点的集合体，所以质点的概念并不单是对物体本身的一种抽象，这种理论上的抽象也适于研究物体运动的其他一些方面，这一点在后面的讨论中将会看到。

1.1.2 参照系

世界上一切物体都是运动的，这种运动称为绝对运动。力学中我们关心的是一个物

体相对另一个物体的位置随时间变化的规律,这种运动称为相对运动。为了确定一个物体的运动,必须先选择另一个物体作为参照物,这个被选为参照物的物体就称为参照系或参考系。在参照系确定之后,虽然可以说出物体相对参照系是静止或是运动,但不能具体反映运动的快慢、速度的大小、位置的变化量等问题。要想定量地描述运动的快慢,必须在参照系上面建立适当的坐标系,将质点的相对位置量化。参照系与坐标系是描述机械运动不可缺少的部分。

另外,从运动学角度看,选择什么样的物体作为参照系都是一样的。例如,可以选择相对地面匀速运动的物体作为参照系,也可以选择相对地面加速运动的物体作为参照系。但从动力学角度看,这两种参照系有本质上的差别,前者被称为惯性参照系,后者被称为非惯性参照系。两种参照系内的动力学规律完全不相同,所以选择参照系最好从实际问题出发,以方便为主。

1.1.3 速度

在给定的坐标系中,设质点位于坐标系内 P 点,如图 1-1 所示,定义从坐标系原点指向质点所在位置的有向线段为质点的位置矢量,简称位矢,用 $\mathbf{r}$ 表示。当质点运动时,它的位置矢量也会随时间发生变化,所以位置矢量一般是时间的函数。

如图 1-2 所示,设 t 时刻质点位于坐标系中 A 点,位置矢量为 $\mathbf{r}(t)$,经过一段时间 Δt 后,质点沿着轨道运动到 B 点,位置矢量为 $\mathbf{r}(t+\Delta t)$ 。定义这段时间内质点的位移矢量为

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t) \quad (1-1)$$

位移矢量的大小为 AB 两点间距离,方向由 A 指向 B 。为了反映这段时间内质点运动的快慢,定义 Δt 时间内质点的平均速度为

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-2)$$

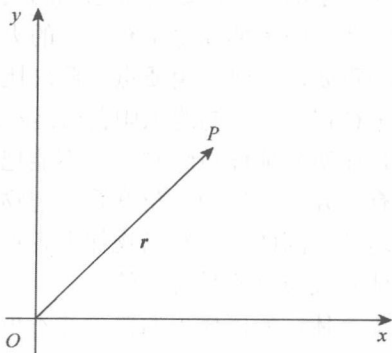


图 1-1 位置矢量

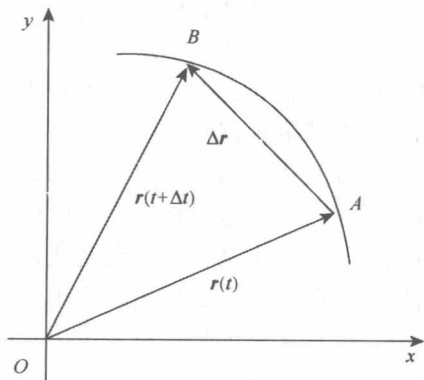


图 1-2 平均速度

从几何图形上看, $\Delta \mathbf{r}$ 为从 A 点指向 B 点的有向线段。由此得出,位移的大小与质点走过的真实路径在一般情况下是不一样的,甚至可以相差很大。因为真实走过的路径是

弧长 $\widehat{AB}$ ，而位移的大小是这段弧所对应的弦长。因此，平均速度并不反映质点在轨道上运动的快慢，而是反映 Δt 时间内从 A 点到 B 点运动的平均快慢。

为了真实反映质点在轨道上运动的快慢，我们把时间的间隔逐步取小，如图 1-3 所示。可以发现，这时质点的位置逐步向 A 点靠拢，其位移的大小也逐步接近真实的轨道长度。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，由数学理论可知，弧长 $\widehat{AB}$ 等于弦长 $|\Delta \mathbf{r}|$ ，这时位移的大小就是真实的路程。因此，定义 A 的瞬时速度为

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-3)$$

它真实地反映了质点在轨道上运动的快慢。瞬时速度也简称速度，其单位为 m/s ，物理意义为单位时间内质点的位移。

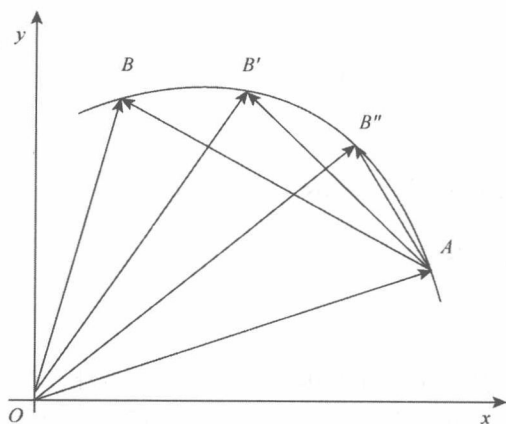


图 1-3 瞬时速度

从上面的定义可知，速度的方向就是 $\Delta t \rightarrow 0$ 时位移的方向，而 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\Delta \mathbf{r}$ 的方向指向轨道的切线。由此得出结论，速度的方向总是沿着轨道的切向。

速度的大小称为速率，若以 Δs 表示质点从 A 点到 B 点走过的弧长，则由 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\Delta s = |\Delta \mathbf{r}|$ ，可知

$$v = |\mathbf{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1-4)$$

式 (1-4) 说明速率的意义为质点在单位时间内沿轨道走过的弧长。

在直角坐标系中，位置矢量可以正交分解成 (图 1-4)

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

其中， x, y, z 为描述质点位置的三个分坐标； $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 为沿三个坐标轴的单位矢量。

显然，对于运动的质点，位置矢量的各分量都是时间的函数，即

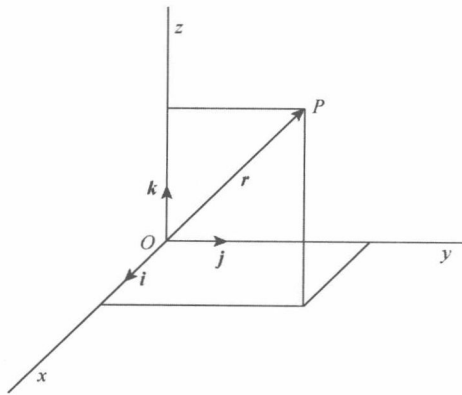


图 1-4 位置矢量分解

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \quad (1-5)$$

上式也称为质点的运动学方程, 它反映了质点空间位置随时间变化的运动规律。由于在某时刻质点的空间位置是确定的, 故运动学方程必须是时间的单值函数。找出质点的运动学方程是质点运动学的主要任务, 若已知它, 则质点的运动速度可求。由定义

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v} &= \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}) \\ &= \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{k} \\ &= v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \end{aligned} \quad (1-6)$$

式中, v_x, v_y, v_z 是速度沿 x 轴、 y 轴、 z 轴的分量, 它们是速度正交分解的结果。

速度的大小为

$$|\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1-7)$$

其方向可用方向余弦确定

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v}, \quad \cos \beta = \frac{v_y}{v}, \quad \cos \gamma = \frac{v_z}{v} \quad (1-8)$$

式中, α, β, γ 为速度与三个坐标轴的夹角。

1.1.4 加速度

在曲线运动中, 质点速度的大小与方向都会随时间变化。为了反映这种变化, 必须引入速度对时间的变化率, 也就是加速度的概念。设质点运动轨道如图 1-5 所示, 在 Δt 时间内质点从 A 点运动到 B 点, 速度由 $\boldsymbol{v}_A$ 变化到 $\boldsymbol{v}_B$, 这段时间内速度的改变量为

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A \quad (1-9)$$

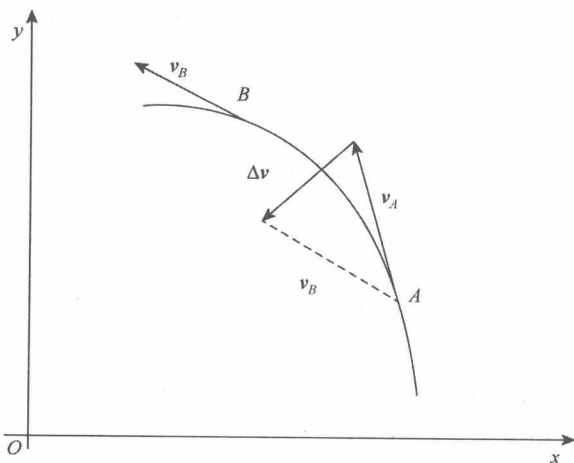


图 1-5 速度增量

把速度的改变量与这段时间的比值称为这段时间内质点的平均加速度, 即

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1-10)$$

同样, 平均加速度描述了 Δt 时间内速度的平均变化的快慢, 但没有反映出质点在空间某点上速度变化的快慢。为了描述质点在轨道上某点处速度变化量, 我们取平均加速度在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的极限, 并把它称为瞬时加速度, 简称加速度, 即

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1-11)$$

从式 (1-11) 看出, 数学上加速度为速度对时间的一阶导数或者为位置矢量对时间的二阶导数。加速度也是矢量, 从图 1-5 中看出, 加速度的方向总是向着轨道曲线凹的一侧沿着 $\Delta \mathbf{v}$ 的方向。

在直角坐标系中, 由定义

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k} \right) \\ &= \frac{d^2 x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \mathbf{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \mathbf{k} \\ &= a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \end{aligned} \quad (1-12)$$

式中, 加速度分量为

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

如果用大小和方向表示加速度, 其大小则可记为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

与三个坐标轴的夹角 (方向余弦) 为

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{a}, \quad \cos \beta = \frac{a_y}{a}, \quad \cos \gamma = \frac{a_z}{a}$$

例 1-1 已知质点的运动学方程为 $x=2t, y=4+t^2$, 式中 t 以秒为单位, x, y 以米为单位。求:

- (1) 运动轨道;
- (2) 求 $t_1=1\text{s}$ 到 $t_2=2\text{s}$ 时间内的位移及平均速度;
- (3) $t=1\text{s}$ 时的瞬时速度。

解 (1) 从运动学方程中消去时间 t , 得到轨道方程

$$y = 4 + \frac{x^2}{4}$$

(2) 由位置矢量定义 $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, 得

$$\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + (4+t^2)\mathbf{j}$$

当 $t=1\text{s}$ 时, $\mathbf{r}(1) = 2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$; 当 $t=2\text{s}$ 时, $\mathbf{r}(2) = 4\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$ 。故这段时间的位移为

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(2) - \mathbf{r}(1) = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$$

平均速度为

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}}{2-1} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$$

(3) 由瞬时速度定义

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}[2t\mathbf{i} + (4+t^2)\mathbf{j}] = 2\mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$$

当 $t=1\text{s}$ 时, $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ 。

例 1-2 已知质点的运动学方程为 $\mathbf{r} = b\cos\omega t\mathbf{i} + 2b\sin\omega t\mathbf{j}$, 其中 ω, b 为常数, 求质点速度与加速度随时间变化的规律。

解 由题意

$$x = b\cos\omega t, \quad y = 2b\sin\omega t$$

故由速度定义

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -b\omega\sin\omega t$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 2b\omega\cos\omega t$$

于是速率为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = b\omega\sqrt{\sin^2\omega t + 4\cos^2\omega t}$$

速度与 x 轴夹角为

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{2b\omega\cos\omega t}{-b\omega\sin\omega t} = -2\cot\omega t$$

而加速度分量为

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -b\omega^2\cos\omega t$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -2b\omega^2\sin\omega t$$

故加速度大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = b\omega^2\sqrt{\cos^2\omega t + 4\sin^2\omega t}$$

加速度与轴夹角为

$$\tan\alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-2b\omega^2\sin\omega t}{-b\omega^2\cos\omega t} = 2\tan\omega t$$

1.2 直线运动

物体在一条直线上运动时, 其位置矢量可以仅用一个坐标分量表示, 一般选择质点运动的直线为 x 轴, 由于所有矢量(如位移、速度、加速度等)只有两个可能的方向, 即沿 x 轴正方向或沿 x 轴负方向, 可以用正负号表示矢量的方向。规定沿 x 轴正方向的矢量取正号, 反之取负号。这样, 位移、速度、加速度在直线运动中就可以用数量来处理。

运动学中主要有两类典型的问题。一类是已知运动学方程, 求质点运动过程中速度

和加速度随时间变化的规律。这类问题可以按照速度和加速度的定义求得，在 1.1 节中已经讨论过，这里不再重复。另一类是已知质点速度或者加速度的变化规律，求解质点的运动学方程以及轨道。解决这类问题通常是要应用初始条件（ $t=0$ 时质点的坐标与速度），通过积分来解决。下面通过几个例子来说明解决这类问题的方法与手段。

例 1-3 质点沿着直线做匀加速运动，设 $t=0$ 时质点位于 x_0 处，其速度为 v_0 ，求质点的运动学方程。

解 对于匀加速运动，可以将加速度视为常数。将加速度的定义改写成

$$dv = a dt$$

两边同时积分，并利用初始条件 $t=0$ 时 $v=v_0$ ，可得

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt = a \int_0^t dt$$

即

$$v - v_0 = at \quad \text{或} \quad v = v_0 + at$$

上式就是匀加速度运动中速度随时间变化的规律。再利用速度定义 $v = \frac{dx}{dt}$ ，得到

$$\frac{dx}{dt} = v_0 + at$$

将上式改写成 $dx = (v_0 + at)dt$ ，再次利用初始条件 $t=0$ 时 $x=x_0$ ，积分得

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt$$

由此得到匀加速运动的运动学方程

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

讨论：应用速度与加速度定义时还可作适当的变量代换。例如，例 1-3 中的加速度可作如下变量代换

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$$

于是得到

$$a dx = v dv$$

将上式两边同时积分，可得

$$a \int_{x_0}^x dx = \int_{v_0}^v v dv$$

完成积分后

$$a(x - x_0) = \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2)$$

整理得到

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

这是大家熟悉的公式。这里速度不是随时间变化，而是随坐标变化，这也是数学变换带来的方便之处。