全国高职高专教育规划教材

工程应用数学

（基础篇、扩展篇）

主编　李敏

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

全国高职高专教育规划教材

工程应用数学

Gongcheng Yingyong Shuxue

（基础篇、扩展篇）

主编　李　敏
副主编　钟　韬　王　洋
编者　方卫东　王　婷
薛　菲　丁德琼

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS　BEIJING

内容提要

本书按照教育部最新制定的高职高专《高等数学课程教学基本要求》，结合高职院校各工科专业培养高技能人才的需要，从高职院校学生的实际出发，结合编者多年的教学实践编写而成，反映了当前高职高专教育培养高素质实用型人才数学课程设置的教学理念。

全书内容包括函数、极限与连续、一元函数微分学及其应用、一元函数积分学及其应用、微分方程、线性代数基础、概率论初步、数理统计、多元函数微积分学。本书每章后都配有综合训练习题，包括基础知识巩固、基本能力训练、应用能力训练，并在书后附有习题参考答案与提示。

本书可供高职高专各工科专业学生使用，也可供工程技术人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

工程应用数学:基础篇、扩展篇/李敏主编. --北京:高等教育出版社,2013.9(2014.7重印)
ISBN 978-7-04-032714-4

Ⅰ.①工…　Ⅱ.①李…　Ⅲ.①工程数学-高等职业教育-教材　Ⅳ.①TB11

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第223093号

策划编辑　边晓娜　　责任编辑　边晓娜　　封面设计　张申申　　版式设计　马敬茹
插图绘制　宗小梅　　责任校对　窦丽娜　　责任印制　田　甜

出版发行　高等教育出版社
社　　址　北京市西城区德外大街4号
邮政编码　100120
印　　刷　北京铭成印刷有限公司
开　　本　787mm×1092mm　1/16
印　　张　16.5
字　　数　400千字
购书热线　010-58581118
咨询电话　400-810-0598
网　　址　http://www.hep.edu.cn
　　　　　http://www.hep.com.cn
网上订购　http://www.landraco.com
　　　　　http://www.landraco.com.cn
版　　次　2013年9月第1版
印　　次　2014年7月第2次印刷
定　　价　29.90元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有　侵权必究
物 料 号　32714-00

前　言

本书是根据学生的学习基础、专业特点及学生可持续发展的需要而编写的教材，力求将数学与生活实际紧密联系，与专业特点有机结合，增强学生主动学习的能力，提高学生学习的时效性，提升学生的数学素养，引发学生自主地将所学知识运用于专业与生活实际中。

本书的主要特点有如下几方面。

1. 覆盖面较广：涵盖了初等函数、一元函数微积分、多元函数微积分、微分方程、线性代数、概率论及数理统计的学习内容。

2. 编排新颖：通过引入问题来辅助学生自主学习；通过基础知识巩固、基本能力训练、应用能力训练三个环节的练习题帮助学生巩固所学知识，以提高学生自主学习的能力。

3. 训练全面：每章后的综合训练包括判断、填空、计算、应用各种题型，对学生进行全方位的训练。

4. 难易适中：全书内容在选取上以理论为基础、以应用为目的，难易适中，能满足不同层面学生的需求。

5. 使用方便：本书结构合理，在内容编排上以循序渐进为原则，便于学生课前预习、课后复习及练习。

本书由四川交通职业技术学院李敏任主编，钟韬、王洋任副主编，方卫东、王婷、薛菲、丁德琼任参编。全书框架结构、统稿、定稿由李敏承担。

我们在教材建设特色方面做出了很大的努力，在内容编排和专业应用等方面也有很大进步。但由于成书时间仓促，在这些方面我们还需要总结提炼。书中不足之处，敬请读者及时指出，并提出宝贵意见，以便在未来的版本中更新。

编　者

2013 年 6 月

目　　录

基　础　篇

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

扩 展 篇

基础篇

第 1 章　预备知识——函数

【学习建议】

本章的重点是函数的概念,包括分段函数,复合函数,初等函数等,必须理解函数的概念,熟练掌握函数的几个常用性质.

【本章导读】

17 世纪,科学家们致力于运动的研究,如计算天体的位置,远距离航海中对经度和纬度的测量,炮弹的速度对于高度和射程的影响等.诸如此类的问题都需要探究两个变量之间的关系,并根据这种关系对事物的变化规律作出判断,如根据炮弹的速度推测它能达到的高度和射程.这正是函数产生和发展的背景.

实例问题引入

实例一

如图 1-1 所示,重力为 P 的物体置于水平面上,设有一与水平方向成 α 角的拉力,使物体由静止开始移动,试问物体开始移动时拉力 $\boldsymbol{F}$ 与角 α 之间有怎样的函数关系?

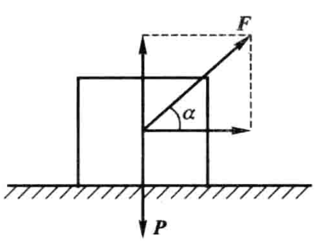


图 1-1

实例二

考察自由落体运动.设物体下落的时间为 t,下落的距离为 s.假定开始下落的时刻为 $t=0$,那么,在物体运动的过程中,s 与 t 之间的关系由公式

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

给出,其中 g 是重力加速度.假定物体着地的时刻为 $t=T$,那么,当时间 t 在闭区间 $[0,T]$ 上任意取定一个数值时,由上式就可以确定下落距离 s 的相应数值.

实例三

端点固定的梁的切力方程是

$$S_x=S_0-\omega x,$$

式中 S_0 是在左端的切力(沿 y 轴),ω 是负载,x 是从左端量度的距离. 假定 $S_0=10\ 000$ 磅①,$S_x=5\ 000$磅,如果梁必须长 25 尺②,则它的最大负载可能是多少磅?

1.1 函　　数

1.1.1 函数的概念

定义 1[函数] 设 x 和 y 是两个变量,D 是一个给定的数集,如果对于每个数 $x\in D$,变量 y 按照一定法则总有确定的数值和它对应,则称 y 是 x 的函数,记作 $y=f(x)$. 数集 D 叫做这个函数的定义域. 当 $x_0\in D$ 时,称 $f(x_0)$ 为函数在点 x_0 处的函数值.

函数值全体组成的数集 $W=\{y\mid y=f(x),x\in D\}$ 称为函数的值域.

引问 若 $f(x)=x,g(x)=\sqrt{x^2}$,则函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同?

注: 函数的两要素是定义域与对应法则.

练习 1 确定下列函数的定义域:

(1) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-9}}$;　　(2) $y=\log_a \arcsin x$.

函数的表示方法主要有以下三种:公式法、列表法、图示法.

1. 公式法

用数学式表示函数的方法称为公式法,又称为解析法.

例如,$y=\sqrt{x^3}-2x+1$.

2. 列表法

若变量 x 与 y 之间有函数关系,那么将一系列自变量 x 的数值与对应的函数值 y 列成表格表示的方法称为列表法.

例如,央视每天播报天气预报,经统计,某地 2012 年 5 月 12—20 日每天的最高气温如表 1-1 所示.

表 1-1

日期(5 月)	12	13	14	15	16	17	18	19	20
最高气温/℃	18	17	19	16	22	21	20	20	19

3. 图示法

用图形表示函数的方法称为图示法.

① 1 磅≈0.436 千克.

② 1 尺≈0.333 米.

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com

例如,图 1-2 所示的人的心电图,用以记录心脏每一心动周期所产生的电活动变化.

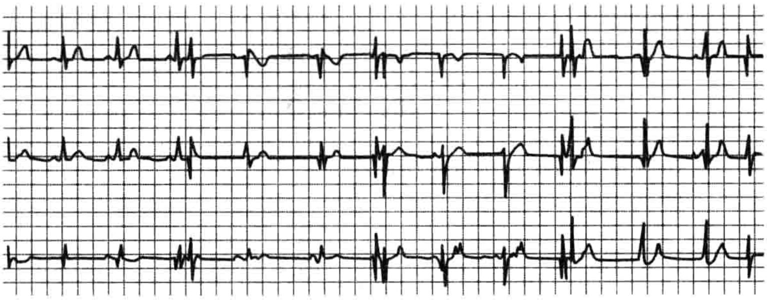


图 1-2

1.1.2 函数的性质

定义 2[函数的有界性] 若 $X\subseteq D$,存在 $M>0$,对任意 $x\in X$,有 $|f(x)|\leqslant M$ 成立,则称函数 $f(x)$ 在 X 上有界,否则称为无界,如图 1-3、图 1-4 所示.

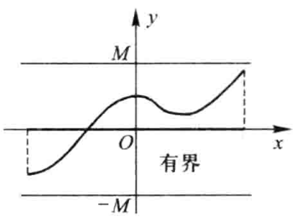


图 1-3

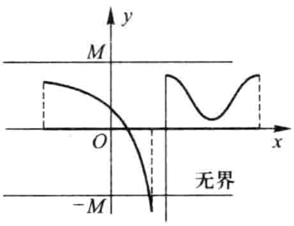


图 1-4

定义 3[函数的单调性] 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D,区间 $I\subseteq D$,如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加的;设函数 $f(x)$ 的定义域为 D,区间 $I\subseteq D$,如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调减少的,如图 1-5、图 1-6 所示.

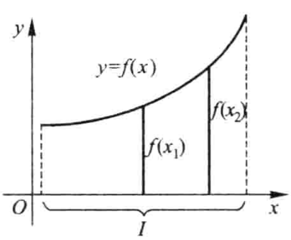


图 1-5

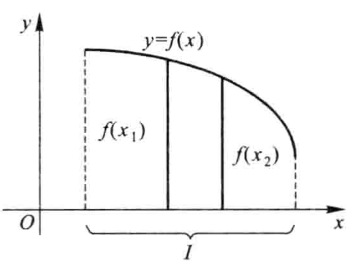


图 1-6

定义 4[函数的奇偶性] 设 D 关于原点对称,若对任意 $x\in D$,有 $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为偶函数;若对任意 $x\in D$,有 $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$ 为奇函数.

定义 5[函数的周期性] 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D,如果存在一个不为零的数 l,使得对于任一 $x\in D$,$(x-l,x+l)\in D$,且 $f(x+l)=f(x)$ 恒成立,则称 $f(x)$ 为周期函数,l 称为 $f(x)$ 的周期.

注:通常说周期函数的周期是指其最小正周期.

例 设

$$D(x)=\begin{cases}1, & x\in\mathbf{Q},\\0, & x\in\overline{\mathbf{Q}},\end{cases}$$

求 $D\left(-\frac{7}{5}\right)$,$D(1-\sqrt{2})$,并讨论 $D(D(x))$的性质.

解

$$D\left(-\frac{7}{5}\right)=1,D(1-\sqrt{2})=0.$$

$D(D(x))\equiv 1$,它是偶函数和周期函数(但是无最小正周期),不是单调函数.

练习 2 下列函数中哪些是偶函数?哪些是奇函数?哪些是非奇非偶函数?

(1) $y=x^2(1-x^2)$; (2) $y=3x^2-x^3$; (3) $y=\frac{1-x^2}{1+x^2}$.

练习 3 $y=\cos 4x$ 是周期函数吗?如果是,请指出其周期?

1.2 函数的分类

1.2.1 基本初等函数

常量函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数这六类函数叫做基本初等函数.

熟记下列基本初等函数:

常量函数 $y=C$,C 为常数;

幂函数 $y=x^a$,a 为常数;

指数函数 $y=a^x(a>0,a\neq 1)$;

对数函数 $y=\log_a x\ (a>0,a\neq 1)$;

三角函数 正弦函数 $y=\sin x,x\in(-\infty,+\infty),y\in[-1,1]$;

余弦函数 $y=\cos x,x\in(-\infty,+\infty),y\in[-1,1]$;

正切函数 $y=\tan x,x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z},y\in(-\infty,+\infty)$;

余切函数 $y=\cot x,x\neq k\pi,k\in\mathbf{Z},y\in(-\infty,+\infty)$;

反三角函数 反正弦函数 $y=\arcsin x,x\in[-1,1],y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$;

反余弦函数 $y=\arccos x,x\in[-1,1],y\in[0,\pi]$;

反正切函数 $y=\arctan x;x\in(-\infty,+\infty),y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$;

反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x,x\in(-\infty,+\infty),y\in(0,\pi)$.

练习 1 请大家根据如下图 1-7 到图 1-17 所示的图形,说出这些基本初等函数的主要特征(有界性、单调性、奇偶性、周期性).

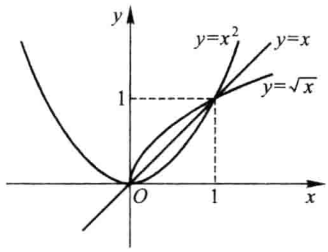


图 1-7

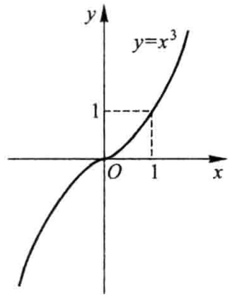


图 1-8

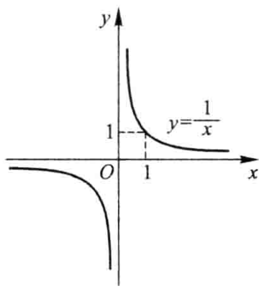


图 1-9

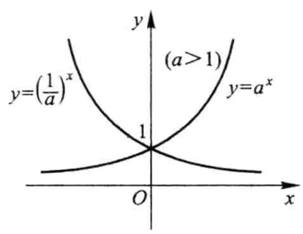


图 1-10

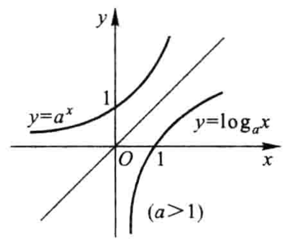


图 1-11

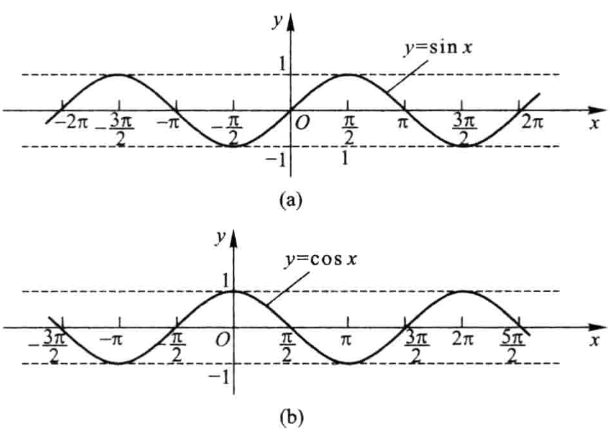
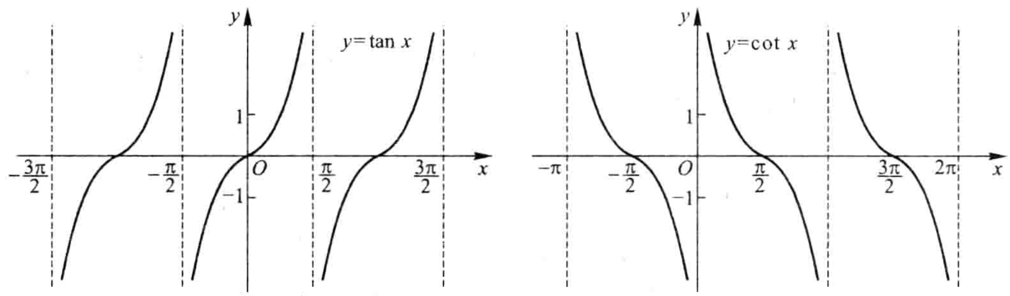


图 1-12



(a) (b)

图 1-13

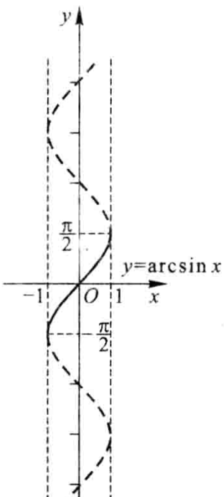


图 1-14

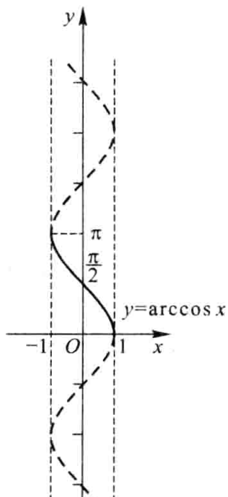


图 1-15

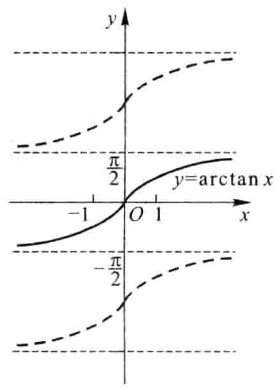


图 1-16

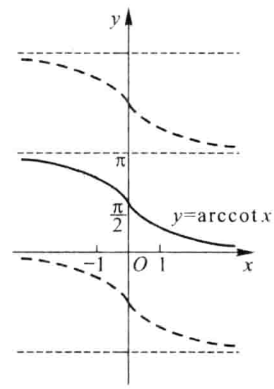


图 1-17

1.2.2 复合函数

定义 1[复合函数] 设有函数链 $y=f(u)$, $u\in D_1$, $u=g(x)$, $x\in D$ 且 $g(D)\subset D_1$,则 $y=f[g(x)]$, $x\in D$ 称为由以上两式确定的复合函数,u 称为中间变量.

引问 1 构成复合函数的条件 $g(D)\subset D_1$ 可以去掉吗?

例 1 已知函数链:$y=\arcsin u$, $u=2\sqrt{1-x^2}$,求出该复合函数,并指出其定义域.

解
$$y=\arcsin 2\sqrt{1-x^2},\quad x\in[-1,1].$$

练习 2 若 $f\left(\dfrac{1}{t}\right)=\dfrac{5}{t}+2t^2$,则 $f(t)=$ ________, $f(t^2+1)=$ ________.

练习 3 设对于任意 $x>0$,有函数 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x+\sqrt{1+x^2}$,求函数 $y=f(x)\ (x>0)$ 的解析表达式.

1.2.3 分段函数

定义 2[分段函数] 在定义域的不同范围内用不同解析式来表示的函数称为分段函数.

例如,

$$y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0,\end{cases}$$

在实际生活和工作中,也会遇到这类函数,如邮递物品的费用,出租车的价格,个人所得税,电学中的单位阶跃函数等.

例 2 函数

$$y=f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ x, & x>1\end{cases}$$

是一个分段函数. 它的定义域 $D=[0,+\infty)$. 当 $x\in[0,1]$时,对应的函数解析式为 $f(x)=\sqrt{x}$;当 $x\in[1,+\infty)$时,对应的函数解析式为 $f(x)=x$. 例如,$\frac{1}{2}\in[0,1]$,所以 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$;$2\in[1,+\infty)$,所以 $f(2)=2$. 该函数的图形如图 1-18所示.

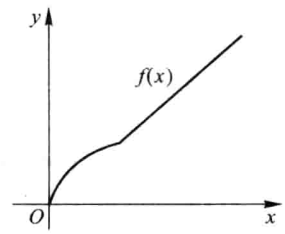


图 1-18

1.2.4 初等函数

定义 3[初等函数] 由常数及基本初等函数经过有限次四则运算和复合步骤所构成,并可用一个式子表示的函数,称为初等函数,否则称为非初等函数.

引问 2 请思考一下,$y=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0\end{cases}$是初等函数吗?

常见的非初等函数举例如下:

符号函数

$$y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0;\end{cases}$$

取整函数

$$y=[x]=n,n\leqslant x\leqslant n+1,n\in \mathbf{Z}.$$

知 识 应 用

用数学方法解决实际问题时,先要建立函数关系式(或称建立数学模型),为此需明确问题中的自变量与函数,然后根据题意建立函数关系式,并根据实际问题的要求,确定函数的定义域.

例 1 要建造一个容积为 V 的无盖长方体水池,它的底为正方形. 如果池底的单位面积造价

为侧面积造价的 3 倍,试建立总造价与底面边长之间的函数关系式.

解　设底面边长为 x,总造价为 y,侧面单位面积造价为 a.

由已知可得水池深为:

$$\frac{V}{x^2}$$

侧面积为

$$4x\frac{V}{x^2}=\frac{4V}{x},$$

从而得出

$$y=3ax^2+4a\frac{V}{x}\qquad(0<x<+\infty).$$

例 2　生物学中在稳定的理想状态下,细菌的繁殖是按指数增长模型 $N(t)=N_0e^{rt}$(表示 t 分钟后细菌数量)增长的,其中 N_0 表示最初的细菌数量,r 表示增长率. 假设在一定的培养条件下,开始($t=0$)时有 2 000 个细菌,而 20 分钟后已增加到 6 000 个,问一小时后将有多少个细菌?

解　根据题设可知,$N(0)=2\ 000$,则有

$$N_0=2\ 000,N(t)=2\ 000e^{rt}.$$

又当 $t=20$ 时,$N=6\ 000$,从而

$$6\ 000=2\ 000e^{20r},e^{20r}=3.$$

于是

$$N(60)=2\ 000e^{60r}=2\ 000\ (e^{20r})^3=2\ 000\times3^3=54\ 000,$$

这就是说,1 小时后细菌有 54 000 个.

练习　政府为了鼓励居民购房,居民可以向银行申请低息贷款. 今有一居民向银行贷款 10 万元,月息为 4.272‰,每月利息按复利计算(上月利息要计入下月本金),购买后如果居民每月偿还 1 000 元、2 000 元、3 000 元、4 000 元,那么分别需要多长时间还清? 还清贷款本利总额是多少? 请建立数学模型.

综合训练一

(一)基础知识巩固

1. 函数常用的表示法有________;________;________.

2. 若两个函数的________及________相同,则两个函数相同.

3. 由基本初等函数经过有限次________及有限次的________所构成并且可以用一个式子表示的函数,称为初等函数.

4. 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}, & x\neq1,\\ 0, & x=1\end{cases}$ ________初等函数?(是,不是).

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com