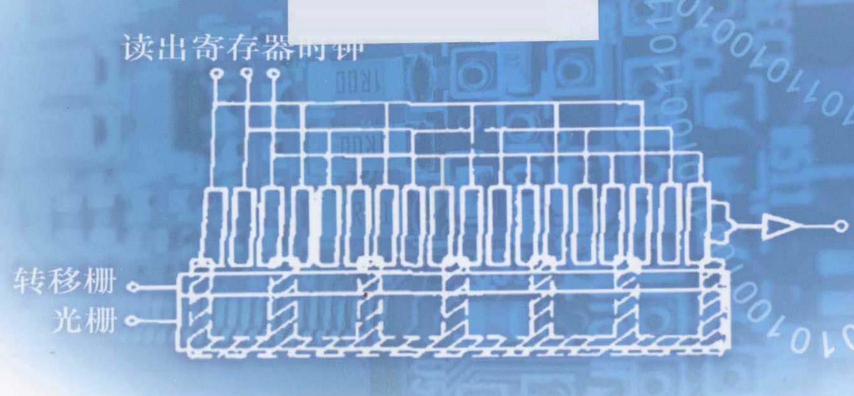
高等学校电子信息类系列教材

数字信号处理学习指导

汪毓铎　罗倩　顾奕　焦瑞莉　编著



清华大学出版社
http://www.tup.com.cn
北京交通大学出版社
http://www.bjtup.com.cn

高等学校电子信息类系列教材

数字信号处理学习指导

汪毓铎　罗　倩　顾　奕　焦瑞莉　编著

清华大学出版社
北京交通大学出版社
·北京·

内 容 简 介

“数字信号处理”是高等院校电子类专业和通信类专业的一门非常重要的专业基础课。本书是新近出版的《数字信号处理》（焦瑞莉、罗倩、汪毓铎、顾奕编著）的教学配套书。本书归纳了《数字信号处理》各章的知识要点，给出了原书中所有习题的详细解答。为了便于读者对所学知识的自我测试和深入理解，本书还设计了自测题和提高题，并给出了相应的参考答案。本书与教材内容相互补充，既具有普通习题解答的功能，又有助于深入理解数字信号处理理论和提高解决实际问题的能力，读者通过本书可以更清楚地理解数字信号处理的基本原理、基本概念和基本算法。

本书可作为本科生数字信号处理的配套教材，也可供高等学校相关专业学生、教师和从事数字信号处理工作的技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

数字信号处理学习指导 / 汪毓铎等编著. —北京：北京交通大学出版社：清华大学出版社，2015.1

（高等学校电子信息类系列教材）

ISBN 978-7-5121-1972-7

Ⅰ. ①数…　Ⅱ. ①汪…　Ⅲ. ①数字信号处理-高等学校-教学参考资料　Ⅳ. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 144340 号

责任编辑：解　坤

出版发行：清 华 大 学 出 版 社　　邮编：100084　　电话：010-62776969

北京交通大学出版社　　邮编：100044　　电话：010-51686414

印 刷 者：北京艺堂印刷有限公司

经　　销：全国新华书店

开　　本：185×260　　印张：17.75　　字数：443 千字

版　　次：2015 年 1 月第 1 版　　2015 年 1 月第 1 次印刷

书　　号：ISBN 978-7-5121-1972-7/TN・92

印　　数：1～1 000 册　　定价：36.00 元

本书如有质量问题，请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评，我们表示欢迎和感谢。

投诉电话：010-51686043，51686008；传真：010-62225406；E-mail：press@bjtu.edu.cn。

前　言

本书是普通高等学校“十二五”电子信息类规划教材《数字信号处理》（焦瑞莉、罗倩、汪毓铎、顾奕编著，以下简称“教材”）的学习指导书与习题解答，可与教材配套使用，也可单独作为高等学校数字信号处理课程的教学与学习的参考书。

“数字信号处理”是一门理论性很强，同时又与实践结合非常紧密的学科。本科生主要学习数字信号处理的基础知识，为将来进一步深造或在工作实践中进一步研究数字信号处理论与技术实现打下基础。学习数字信号处理基本概念、基础理论，掌握数字信号处理习题的解答过程与思路有助于加深理解和巩固数字信号处理的基础理论知识，有助于提高分析问题和解决实际问题的能力。然而，面对数学概念较强，相对抽象的数字信号处理理论，大多数学习者往往缺少对关键知识点的清晰理解和在解题过程中的正确运用，对初学者尤为突出。

为了满足广大读者的要求，我们编写本书，并将推出与教材配套的课程实验和课程设计教学用书，希望有助于读者能更好地学习和理解“数字信号处理”，并提高对知识的理解与运用能力。

本书在内容的安排上，主要考虑了与教材内容的配套和相互补充，为从事数字信号处理技术人员提供独立参考书。对于教材中的关键知识点，本书进行了归纳、凝练或直接引用。为了夯实和巩固读者对数字信号处理基础理论的理解，本书还设计了自测题和提高题，以最大限度地满足读者的需要。

本书各章内容丰富、全面，便于读者理解、巩固所学的数字信号处理基本概念和方法，了解基本理论的应用，提高分析问题和解决问题的能力。

本书共分 8 章，每一章都由 4 部分组成：知识要点、习题解答、自测题和提高题。其中习题解答给出了与教材配套的所有习题解答，自测题配有相应的参考答案，提高题给出了相应的参考答案或解题思路。

本书第 1、2 章由罗倩执笔，第 3、4 章由焦瑞莉执笔，第 6、7 章由汪毓铎执笔，绪论和第 5、8 章由顾奕执笔。全书由汪毓铎统稿。

本书是《数字信号处理》（焦瑞莉、罗倩、汪毓铎、顾奕编著）的配套书，也可作为初学者学习“数字信号处理”课程和技术人员从事数字信号处理工作的参考书。

由于水平所限，书中难免有差错或不当之处，敬请广大读者批评指正。

作者

2014 年 12 月于北京

目　　录

第 1 章　离散时间信号和系统的时域分析

1.1　知识要点

1.1.1　离散时间信号

信号有以下几种。

（1）连续时间信号：在连续时间范围内定义的信号，信号的幅值可以是连续数值，也可以是离散数值。当幅值连续时，这样的信号又常称为模拟信号。

（2）离散时间信号（又称序列）：

① 若时间离散，即时间变量被量化了，而幅度连续，称为抽样数据信号（又称抽样信号）；

② 若时间离散，幅度被量化，称为数字信号。

离散时间信号只在离散时间上具有函数值，是时间上不连续的序列。为了方便起见，一般用$\{x(n)\}$表示第 n 个离散时间点的序列值，经常也直接表示为 $x(n)$。注意，$x(n)$只在 n 为整数时才有意义，n 不是整数时没有定义。

一、典型离散时间信号（序列）

离散时间信号有一些常用的基本信号，任意信号都是由基本信号组成的，因此，研究基本信号可以为任意信号的研究奠定基础。

1．单位冲激序列 $\delta(n)$

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & n=0\\0 & n\neq 0\end{cases} \tag{1-1}$$

单位脉冲序列的移位为：

$$\delta(n-k)=\begin{cases}1 & n=k\\0 & n\neq k\end{cases} \tag{1-2}$$

利用式（1-2），对于任意离散时间序列，有下式成立：

$$x(n)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x(k)\delta(n-k) \tag{1-3}$$

式（1-3）是一个重要的表达式，它表明，任何序列都可以表示成单位脉冲序列及其移位的加权和。

2．单位阶跃序列 $u(n)$

$$u(n)=\begin{cases}1 & n\geqslant 0\\ 0 & n<0\end{cases} \tag{1-4}$$

$\delta(n)$与 $u(n)$的关系可以表示为：

$$\delta(n)=u(n)-u(n-1) \tag{1-5}$$

和

$$u(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}\delta(k) \tag{1-6}$$

有时式（1-6）也可表示为

$$u(n)=\sum_{k=0}^{\infty}\delta(n-k) \tag{1-7}$$

3．矩形序列 $R_N(n)$

矩形序列定义为

$$R_N(n)=\begin{cases}1 & 0\leqslant n\leqslant N-1\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{1-8}$$

$R_N(n)$ 和 $\delta(n)$、$u(n)$的关系为：

$$\begin{aligned}R_N(n)&=u(n)-u(n-N)\\ &=\sum_{k=0}^{N-1}\delta(n-k)\end{aligned} \tag{1-9}$$

4．实指数序列

实指数序列定义为

$$x(n)=a^n,\quad -\infty<n<\infty \tag{1-10}$$

当 $n<0$，$x(n)=0$ 时，式（1-10）可以表示为

$$x(n)=a^n u(n)=\begin{cases}a^n, 0\leqslant n<\infty\\ 0, n<0\end{cases} \tag{1-11}$$

式（1-11）中，a 为实数。

5．复指数序列

复指数序列定义为

$$x(n)=\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega)n} \tag{1-12}$$

这里 ω 为数字角频率，单位为弧度。当 $\sigma=0$ 时，式（1-12）可表示为

$$x(n)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega n} \tag{1-13}$$

式（1-12）还可写成

$$x(n)=\mathrm{e}^{\sigma n}(\cos\omega n+\mathrm{j}\sin\omega n)=\mathrm{e}^{\sigma n}\cos\omega n+\mathrm{j}\mathrm{e}^{\sigma n}\sin\omega n \tag{1-14}$$

如果用极坐标表示，则有

$$x(n)=|x(n)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\arg[x(n)]}=\mathrm{e}^{\sigma n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega n} \tag{1-15}$$

因此有

$$|x(n)|=\mathrm{e}^{\sigma n}\text{，}\quad \arg[x(n)]=\omega n$$

6．正弦型序列

正弦型序列定义为

$$x(n)=A\sin(\omega n+\theta) \tag{1-16}$$

式中，A 为幅度，ω 为数字角频率，θ 为初相，θ 的单位为弧度。

要点：若把模拟信号中的角频率记为 Ω，且正弦序列是由模拟正弦信号经抽样后得到的，则有 $\omega=\Omega T_{\mathrm{s}}=2\pi f/f_{\mathrm{s}}$，其中 T_{s} 为对模拟信号的抽样周期，f_{s} 为抽样频率（$f_{\mathrm{s}}=1/T_{\mathrm{s}}$）。

由欧拉公式，正弦型序列可用虚指数序列表示为：

$$\cos(\omega n)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega n}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n})$$

$$\sin(\omega n)=\frac{1}{2\mathrm{j}}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega n}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n}) \tag{1-17}$$

要点：当 $\frac{2\pi}{\omega}=\frac{p}{q}$ 为整数或有理数时，正弦型序列才是周期序列；若为无理数，序列就不是周期序列。当 $\frac{p}{q}$ 不可约且 p、q 均为整数时，序列的周期为 p。因此，判断一个正弦或余弦序列是否是周期序列的方法是：用 2π 除以它的数字角频率 ω，若得出的是整数或有理数，则序列为周期序列；若得出的是无理数，序列就不是周期序列。但无论序列是否为周期序列，仍把 ω 称为序列的数字角频率。

二、离散时间信号的运算

序列的基本运算有如下几种。

1．序列的相加

序列 $x(n)$ 与 $y(n)$ 之和，是指两个序列相同序号的函数值对应相加而构成一个新的序列 $z(n)$，表示为

$$z(n)=x(n)+y(n)$$

2．序列的相乘

序列 $x(n)$ 与序列 $y(n)$ 相乘，表示相同序号的数值对应相乘而构成一个新的序列 $z(n)$，表示为

$$z(n)=x(n)\,y(n)$$

3．序列的移位（延迟）

设某一序列 $x(n)$，当 m 为正整数时，则 $x(n+m)$为原序列 $x(n)$左移 m 位而得的一个新序列，$x(n-m)$为原序列 $x(n)$右移 m 位而得的一个新序列。要点：序列的移位是整个序列的移动。

4．序列的反褶

如果序列为 $x(n)$，则 $x(-n)$是以 $n=0$ 的纵轴为对称轴将序列 $x(n)$加以反褶。

5．序列的卷积和

$$\begin{aligned} y(n) = x(n) * h(n) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)h(n-m) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} h(m)x(n-m) \end{aligned} \tag{1-18}$$

下面是卷积和运算的几个性质。

（1）卷积和运算服从交换率，用公式表示为

$$y(n)=x(n)*h(n)=h(n)*x(n) \tag{1-19}$$

（2）卷积和运算服从结合率，用公式表示为

$$x(n)*[h_1(n)*h_2(n)]=[x(n)*h_1(n)]*h_2(n) \tag{1-20}$$

（3）卷积和运算服从分配率，用公式表示为

$$x(n)*[h_1(n)+h_2(n)]= x(n)*h_1(n)+x(n)*h_2(n) \tag{1-21}$$

卷积和的计算一般采用的方法是解析法或图解法，或是两种方法的结合。

要点：任何序列与单位抽样序列的卷积和等于序列自身，即任何序列都可以表示成单位抽样序列的移位加权和。这一结论也可以通过卷积和来表达：

$$\begin{aligned} x(n) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k) = x(n)*\delta(n) \\ x(n-n_0) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-n_0-k) \\ &= x(n)*\delta(n-n_0) \end{aligned} \tag{1-22}$$

6．序列的累加

设某序列为 $x(n)$，则累加序列 $y(n)$ 定义为

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k)$$

7．序列的差分

前向差分定义为：

$$\Delta x(n) = x(n+1) - x(n) \tag{1-23}$$

后向差分定义为

$$\nabla x(n) = x(n) - x(n-1) \tag{1-24}$$

由此得出

$$\nabla x(n) = \Delta x(n-1)$$

1.1.2　离散时间系统

一、离散时间系统定义和描述方法

系统在数学上定义为将输入序列 $x(n)$映射成输出序列 $y(n)$的唯一变换或运算，并用 $T[\ ]$ 表示，即

$$y(n)=T[x(n)]$$

二、离散时间系统特性

1. 线性

满足叠加原理，或满足齐次性和可加性的系统称为线性系统。设 $y_1(n)$和 $y_2(n)$分别是系统对输入 $x_1(n)$和 $x_2(n)$的响应，即

$$y_1(n) = T[x_1(n)],\quad y_2(n) = T[x_2(n)]$$

若满足

$$T[ax_1(n) + bx_2(n)] = ay_1(n) + by_2(n)$$

则此系统是线性系统。

要点：线性系统的特点是多个输入的加权和输入系统后，系统的输出等于各输入单独作用的输出的加权和，这样对于线性系统，在分析输入为多个输入的组合的系统响应时，可以先分析每个输入经过系统的响应，然后再将这些响应进行与输入组合同样的组合，就可以得到系统的响应。这样，利用线性系统的性质，会使运算得以简化。

要点：只要系统的输出没有对输入 $x(n)$本身进行任何非线性变换，系统即为线性系统。

2. 时不变性

若系统的响应与输入信号作用于系统的时刻无关，则称该系统为时不变系统。即如果输入 $x(n)$产生的输出为 $y(n)$，则输入 $x(n-k)$产生的输出为 $y(n-k)$ (k 为任意整数)。用数学表达式可以表示为：若 $T[x(n)]=y(n)$，则 $T[x(n-k)]=y(n-k)$。这意味着，当输入信号沿自变量轴平移任意距离时，其输出也随着平移同样的距离。即系统的映射 $T[\ ]$不随时间变化，只要输入 $x(n)$是相同的，无论何时进行激励，输出 $y(n)$总是相同的，这也是系统时不变性的特征。

既满足线性条件又满足时不变条件的系统，称为线性时不变系统。线性时不变系统的一个重要特性是它的输入序列与输出序列之间存在着卷积关系，系统的处理过程可以统一采用这种系统的特征描述之一——单位脉冲响应，以相同的运算方式——卷积和运算，进行统一的表示。单位脉冲响应是输入为单位脉冲序列时系统的零状态响应，记为 $h(n)$。线性时不变离散时间系统可以由它的单位脉冲响应完全描述，即如果知道了单位脉冲响应，就可以

得到系统对任意输入的输出，即

$$
\begin{aligned}
y(n) &= T[x(n)] = T\left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k)\right] \xlongequal{\text{线性}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)T[\delta(n-k)] \\
&\xlongequal{\text{时不变性}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k) = x(n) * h(n)
\end{aligned}
\tag{1-25}
$$

要点：在时域中，已知单位脉冲响应后，可以通过式（1-25）的卷积和计算任意给定输入序列 $x(n)$的输出序列 $y(n)$。输出样本的计算仅是对一组乘积求和，其中只涉及相加、相乘和延时的简单算术运算。这里也说明，单位脉冲响应可以描述系统。

3．稳定性

稳定系统是指对于每个有界的输入 $x(n)$都产生有界输出 $y(n)$的系统，即如果$|x(n)|\leqslant M$ (M 为正常数)，有$|y(n)|<\infty$，则该系统称为稳定系统。稳定系统就是有界输入产生有界输出（BIBO）的系统。

线性时不变系统的稳定性也可以由系统的单位脉冲响应判断。一个线性时不变系统稳定的充分必要条件是其单位脉冲响应 $h(n)$绝对可和，即

$$
\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty \tag{1-26}
$$

4．因果性

因果性是系统的另一个重要特性。因果系统是指输出的变化不领先于输入的变化的系统。也就是说，因果系统的输出只取决于现在的和过去的输入 $x(n)$，$x(n-1)$，$x(n-2)$，…。相反，如果系统输出不仅取决于现在和过去的输入，而且取决于将来的输入 $x(n+1)$，$x(n+2)$，…，这就在时间上违反了因果律。因而，它是非因果系统。非因果系统是物理上不可实现的系统。

一个线性时不变系统为因果系统的充要条件是：

$$
h(n)=0，n<0 \tag{1-27}
$$

注意：非因果系统在理论上是存在的，例如，一个理想低通滤波器就是一个非因果系统，但它是不可实现的系统。不过，某些数字信号处理是非实时的，即使是实时处理，也允许存在一定的延迟。在这些应用场合下，为了产生某个输出 $y(n)$，已经储存着一些“未来的”输入抽样值 $x(n+1)$，$x(n+2)$，…，可被调用，这意味着在延迟很大的情况下，可以用因果系统去逼近非因果系统。

三、线性时不变系统特性

1．线性时不变系统的描述方法

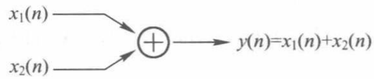
线性时不变系统可以用差分方程描述，可以表示为

$$
\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{j=0}^{M} b_j x(n-j) \tag{1-28}
$$

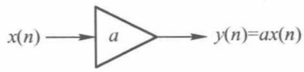
所谓线性，是指各 $y(n-k)$以及各 $x(n-i)$项都只有一次幂且不存在它们的相乘项，否则就是非线性的。所谓常系数，是指 a_k（k=1,2,⋯,N）、b_j (j=1,2,⋯,M)（它们决定系统的特征）是常数。若系数中含有 n，则称为“变系数”线性差分方程。差分方程的阶数等于 $y(n)$变量序号的最高值与最低值之差。例如，式（1-28）即为 N 阶差分方程。

线性时不变系统还可以用系统框图来描述。系统框图的基本单元包括：

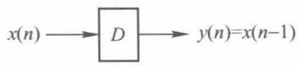
加法器：



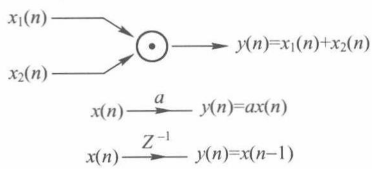
系数乘法器：



延迟器：



如果用信号流图表示，可以表示成：



假如系统的差分方程表示为：

$$a_0y(n)+a_1y(n-1)+a_2y(n-2)=b_0x(n)+b_1x(n-1)+b_2\,x(n-2)$$

则其系统框图描述如图 1-1 所示。

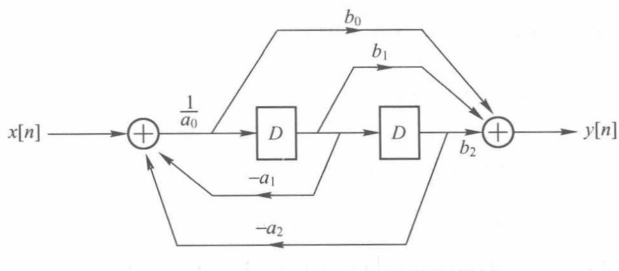


图 1-1　线性时不变系统的框图描述

注意：一个系统的系统框图描述并不唯一，与系统的实现方法有关。

2．线性时不变系统满足交换律

$$y(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}h(k)x(n-k)=h(n)*x(n) \tag{1-29}$$

这说明，对于线性时不变系统，输入 $x(n)$和单位脉冲响应 $h(n)$两者互换位置后，输出保持不变。

3．线性时不变系统满足结合律

卷积和满足结合律，说明两个线性时不变系统级联后仍构成一个线性时不变系统，其

单位脉冲响应为原来两个系统的单位脉冲响应的卷积，且与级联次序无关，即

$$\begin{aligned} y(n) &= [x(n) * h_1(n)] * h_2(n) = [x(n) * h_2(n)] * h_1(n) \\ &= x(n) * [h_1(n) * h_2(n)] \end{aligned} \tag{1-30}$$

4．线性时不变系统满足分配律

卷积和满足分配率，说明并联的两个线性时不变系统可以等效成一个系统，其单位脉冲响应等于原来两个系统的单位脉冲响应的和，即

$$x(n) * [h_1(n) + h_2(n)] = x(n) * h_1(n) + x(n) * h_2(n) \tag{1-31}$$

1.2　典型习题解答

1-1　画出以下各序列的图形。

（1）$x(n)=(-2)^n u(n)$

（2）$x(n)=(-2)^{n-1} u(n-1)$

（3）$x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n)$

（4）$x(n)=\left(-\frac{1}{2}\right)^{-n} u(n)$

（5）$x(n)=-\left(\frac{1}{2}\right)^{n} u(-n)$

图略。

1-2　已知线性时不变系统的输入为 $x(n)$，系统的单位脉冲响应为 $h(n)$，试求下列系统的输出 $y(n)$，并画图：

（1）$h(n)=R_4(n)=x(n)$

（2）$h(n)=2^n R_4(n),\ x(n)=\delta(n)-\delta(n-2)$

（3）$h(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n),\ x(n)=R_5(n)$

（4）$h(n)=\left(\frac{1}{6}\right)^{n-6} u(n),\ x(n)=\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n-3)$

解　（1）$h(n)=\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)+\delta(n-3)$

$$x(n)=h(n)=\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)+\delta(n-3)$$

$$\begin{aligned} y(n) &= x(n) * h(n) \\ &= \delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)+\delta(n-3)+\delta(n-1)+\delta(n-2)+\delta(n-3)+\delta(n-4)+ \\ &\quad \delta(n-2)+\delta(n-3)+\delta(n-4)+\delta(n-5)+\delta(n-3)+\delta(n-4)+\delta(n-5)+\delta(n-6) \\ &= \delta(n)+2\delta(n-1)+3\delta(n-2)+4\delta(n-3)+3\delta(n-4)+2\delta(n-5)+\delta(n-6) \\ &= \begin{cases} 1, n=0,6 \\ 2, n=1,5 \\ 3, n=2,4 \\ 4, n=3 \\ 0, n\text{为其他} \end{cases} \end{aligned}$$

（2）$y(n)=h(n)*x(n)$

$$
\begin{aligned}
&=2^n R_4(n)-2^{n-2}R_4(n-2)\\
&=\delta(n)+2^1\delta(n-1)+2^2\delta(n-2)+2^3\delta(n-3)\\
&\qquad -2^0\delta(n-2)-2^1\delta(n-3)-2^2\delta(n-4)-2^3\delta(n-5)\\
&=\delta(n)+2\delta(n-1)+3\delta(n-2)+6\delta(n-3)-4\delta(n-4)-8\delta(n-5)\\
&=\left[\underset{\uparrow}{1},2,3,6,-4,-8\right]
\end{aligned}
$$

（3）当 $n<0$ 时，

$$y(n)=h(n)*x(n)=0$$

当 $0\leqslant n\leqslant 4$ 时，

$$
\begin{aligned}
y(n)=h(n)*x(n)&=\sum_{m=-\infty}^{\infty}h(n-m)\cdot x(m)=\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-m}\cdot 1\\
&=\left(\frac{1}{2}\right)^n\frac{1-2^{n+1}}{1-2}=-\left(\frac{1}{2}\right)^n+2=2-\left(\frac{1}{2}\right)^n
\end{aligned}
$$

当 $n>4$ 时，

$$y(n)=h(n)*x(n)=\sum_{m=0}^{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-m}\cdot 1=\left(\frac{1}{2}\right)^n\cdot\frac{1-2^5}{1-2}=31\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

综上，$y(n)=\begin{cases}2-\left(\frac{1}{2}\right)^n, & 0\leqslant n\leqslant 4\\ 31\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n, & n>4\\ 0, & n<0\end{cases}$

（4）$y(n)=h(n)*x(n)=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}h(n-m)x(m)$

$$
\begin{aligned}
&=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-m-6}u(n-m)\left(\frac{1}{3}\right)^m u(m-3)\\
&=\left(\frac{1}{6}\right)^{n-6}\sum_{m=3}^{n}6^m\left(\frac{1}{3}\right)^m=\left(\frac{1}{6}\right)^{n-6}\cdot(2\cdot 2^n-8)
\end{aligned}
$$

求和限确定：

$$
\begin{aligned}
&u(n-m)\Rightarrow n-m\geqslant 0\Rightarrow m\leqslant n\\
&u(m-3)\Rightarrow m-3\geqslant 0\Rightarrow m\geqslant 3\\
&3\leqslant m\leqslant n\quad\Rightarrow\quad n\geqslant 3
\end{aligned}
$$

因此，求和结果要加上 $u(n-3)$ 这一项，即

$$y(n)=2\cdot 6^6\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n\left[1-4\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]u(n-3)$$

1-3　判断以下序列是否为周期序列，若是，确定其周期。

（1）$x(n)=A\cos\left(\frac{2n\pi}{7}-\frac{\pi}{8}\right)$

（2） $x(n)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{\pi}{8}-\pi\right)}$

解　（1） $\frac{2\pi}{7}\Big/2\pi=\frac{1}{7}$，是周期的，周期 N=7。

（2） $\frac{1}{8}\Big/2\pi$ 为无理数，不是周期的。

1-4　求下列周期序列的周期：

（1） $x(n)=\cos(0.125\pi n)$

（2） $x(n)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\pi/12}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\pi/18}$

（3） $x(n)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\pi/16}\cos(n\pi/17)$

解　（1） $0.125\pi\Big/2\pi=\frac{1}{16}$，$N$=16。

（2） $\frac{\pi}{12}\Big/2\pi=\frac{1}{24}$，$\frac{\pi}{18}\Big/2\pi=\frac{1}{36}$，$N$ 为 24 和 36 的最小公倍数，N=72。

（3）N=16*17*2=544。

1-5　把周期为 N 的周期序列 $x(n)$ 输入到一个单位脉冲响应为 $h(n)$ 的线性时不变离散时间系统中，产生一人输出 $y(n)$，那么 $y(n)$ 是周期序列吗？如果是，它的周期是多少？

解　线性时不变系统不改变输入信号的频率分布，因此，输出仍是周期的，且周期不变。

1-6　判断下列系统的线性、时不变性：

（1） $y(n)=2x(n)+3$

（2） $y(n)=x(n)\sin\left(\frac{2\pi}{7}n+\frac{\pi}{6}\right)$

（3） $y(n)=[x(n)]^2$

解　（1）由于 $y(n)=2x(n)+3$ 中加常数项 3，输出不具备齐次性，因此是非线性的。

由于 $y(n)=2x(n)+3$ 系统没有对因子 n 作任何操作，因此是时不变的。

（2）输出 $y(n)$是输入 $x(n)$的放大，因此系统是线性的，输入移位时，输出表达式中 $\sin\left(\frac{2\pi}{7}n+\frac{\pi}{6}\right)$ 中的 n 不随着移位，因此是时变的。

（3）系统对输入进行了平方变换，是非线性的。

系统未对 n 作任何操作，是时不变的。

1-7　以下各序列是线性时不变系统的单位脉冲响应 $h(n)$，试指出系统的因果性及稳定性。

（1） $\delta(n)$

（2） $\delta(n-n_0), n_0\geqslant 0或n_0<0$

（3） $u(n)$

（4） $u(3-n)$

（5） $2^n u(n)$

（6） $2^n R_N(n)$