理 论 力 学

山东省师专理论力学编写组

理 论 力 学

山东省师专理论力学编写组

一九八二年十月

前　　言

本书是根据一九八一年十一月天津全国师专会议精神，参照师范学院四年制“理论力学”大纲，总结了我省各师专多年理论力学教学的经验，根据师专的要求和特点为三年制师专物理专业编写的“理论力学”教材，（如删去打星号部分也可供二年制使用。）它是在山东师范大学物理系桂学同付教授的指导下由张福安、曹志明、焦恩夏、梅玉初、楚安福、腾天启、项仁寿等同志执笔编写而成。并由太安师专、昌潍师专、德州师专、烟台师专、胜利油田教师进修学院、淄博师专、北镇师专、临沂师专、枣庄师专、济宁师专、荷泽师专、聊城师专、青岛师专的代表对初稿进行了多次认真的审查和讨论。一九八二年九月镇江全国师专物理专业大纲审定会后，又根据审定的理论力学大纲作了修改和充实。最后由桂学同付教授、车长江付教授仔细审定了全稿，并撰写了绪论。巢慎冰和梅玉初两老师参加了绘图和全部校对。在编印过程中始终得到了省教育厅高教处、泰安师专领导和印刷厂积极热情的支持，在此向他们表示衷心的感谢。

尽管我们多次反复审定内容，但由于水平所限，经验不足，错误及不妥之处一定不少，恳请广大教师和读者批评指正，使其不断完善。

山东省师专理论力学编写组

一九八二年十月

目　录

绪　论

世界是物质的。一切物质都在不停地变化和运动，而运动是物质的固有属性。运动形式又是各种各样的，其中最简单的最基本的运动是机械运动。所谓机械运动，就是物体与物体之间或物体中各部分之间的相对位置的变化。例如，物体的下落，交通工具的行驶，机器的运转，河水的流动，天体的运行，物体的变形等等。力学研究的对象就是研究物体的机械运动，是研究机械运动所遵循的基本规律的一门学科。

力学是较早发展起来的一门学科，远在两千年以前，我国墨翟在“墨经”一书中就有关于力的概念的记载，随着生产的发展和社会的需要，力学不断的得到发展和完善，尤其是十七世纪以后，牛顿等人做了大量的工作，总结和确立了著名的牛顿三定律，奠定了力学的理论基础。

理论力学按研究对象的不同，可分为质点力学、质点系力学和刚体力学。按研究问题性质的不同，可分为静力学、运动学和动力学。

力学作为一门学科，有别于物理学的其它学科，但作为理论物理一个重要组成部分的理论力学，具有它的特殊意义。这是因为理论力学是在普通物理力学基础上的发展提高，它有着严密的推理过程和数学表达形式。从广度和深度上都远远超过了普通物理力学的内容，同时它的基本知识和处理问题的一般方法可以作为理论物理的基础。所以，理论力学

在物理学中起着承上启下的作用，是普通物理过渡到理论物理的一个重要桥梁。理论力学与数学有着密切的关系，如三角、几何、矢量、微积分、微分方程等皆成为处理问题的工具。理论力学又是近代许多工业技术部门研究问题的理论基础。

理论力学是在一定的条件下和在一定的范围内适用的，它只适用于速度比真空中光速小很多的宏观物体的运动。当物体运动的速度与光速可比拟时，则经典力学为相对论力学所代替；当物体是微观粒子时，则为量子力学所代替。

力学如同其它学科一样，是人类在长期社会实践中总结起来的一门学科，它来源于实践，又服务于实践。它的基础知识和基本理论已经深入到许多生产技术部门和边缘科学。随着祖国建设的不断发展，将会给力学提出许多新的课题，这些都有待于我们去研究和探索，因此，掌握它的理论及其应用将能使我们更好地为我国实现四个现代化服务。

第一章 典经力学基础

以牛顿运动三定律为核心的经典力学，虽有一定的局限性的但对于速度远小于真空中光速的宏观物体运动的研究，包括一般工程技术直至航天技术中力学问题的研究，都是以经典力学的定律为基础的。所以经典力学仍有着极其广泛的适用性和现实意义。本章就是要阐明经典力学的基本概念和基本定律。

§1.1 运动的描述方法

一、物体的理想化模型——质点

宏观的物体在作机械运动时，物体上各点的位置变化一般是不同的，所以在一般情况下，物体的运动状态是非常复杂的。但在许多实际问题中，物体的大小和问题中有关线度相比甚小，则物体的大小和形状与所研究的问题无关或者影响很小，因而可以忽略不计，这样就可以把整个物体看成没有大小和形状的几何点。但它却具有整个物体的质量，我们把这样的理想化模型称为质点。一般说，若物体本身的变形和转动可以忽略，只研究它的平动部分，就可以忽略它的大小和形状，把它简化为质点来处理。例如：在研究地球绕太阳公转时，由于地球的直径（约1.3×10^4公里）比它至太阳的距离（约为1.5×10^7公里）小得多，地球上各点相对于太

阳的运动可视为相同。这时，就可以忽略地球的大小和形状，把它当作一个质点。但是在研究地球自转时，仍把它当作一个质点，显然就没有实际意义了。因此一个物体是否可以抽象为一个质点，应根据问题的不同情况决定。

质点是力学中一个极其重要的理想化模型，几百年来，人们对天体运动的研究证明，把天体看成质点能够正确地解决不少问题，所以把物体看成质点的抽象方法是有很重要的实际意义的。在物理学中，为了便于抓住本质，解决问题，在科学分析的基础上，突出与研究问题有关的主要因素，而将一些影响很小的因素加以忽略，从而建立理想化模型，这种研究问题的方法在物理学中是经常运用的。

二、参照系和坐标系

宇宙万物，大至星系，小至原子内部的粒子，都在永恒不停地运动着。例如：坐在地球上的人看来是静止的，但是它一昼夜要随着地球自转而旅行约为八万里，同时，它还要和地球一起以约为30公里/秒的速度绕着太阳旋转。太阳也不是不动的，它也是以约300公里/秒的速率绕着银河系的中心旋转，实际上，银河系也是在总星系中旋转，而总星系也是在无限的宇宙中运动。这可以表明，在自然界里绝对静止的物体是不存在的，所以说运动是绝对的，而静止是相对的。这样，要描述一个物体在错综复杂的运动中所作的机械运动（即描述一个物体的位置或它的位置的变化），必须首先选择另一物体或几个彼此之间相对静止的物体作为参考，然后研究这个物体相对这些参考物体是如何运动的，才有确定的意义。被选择参考的物体称为参照系。

同一物体的运动，由于所选择的参照系不同，观测的结果也不同，就是说，在不同的参照系中的观察者对于同一物体的运动状态的描述是不同的。例如，在做匀速直线运动的车厢中，有一个自由下落的物体，以车厢为参照系，物体做直线运动；以地面为参照系，物体作抛物线运动；如以太阳或其他天体作为参照系，运动的描述将更为复杂。所以要明确地描述一个物体的运动，只有在选取某一确定的参照系后才有可能。而且由此作出的描述总是具有相对性的。而参照系一经确定，物体运动的性质就确定了。究竟应该选择哪一物体作参照系，从运动的描述来说，参照系的选择可以是任意的，主要看问题的性质和是否便于描述而定。在研究地球运动时，多以太阳为参照系；在研究地面上物体的运动时，如不特殊指明，通常就是以地球为参照系。

要想精确地描述物体的运动，就要从数量上确定物体相对于参照系的位置，这就需要在参照系上选择适当的坐标系。通常多用直角坐标系，柱面坐标系，球面坐标系和自然坐标系。在平面问题中，还用极坐标系等。至于选什么坐标系，坐标原点设在哪里，坐标轴方位如何，那只是描述运动所用的参数不同而已，对物体运动的性质并无影响。不过坐标系选的恰当，可以简化计算或便于描述。坐标系是固定于参照系上的，因此，坐标系实质上是参照系的数学抽象，指明坐标系不只指明了参照系，而且能定量地、精确地描述质点的运动规律。

三、运动方程和轨道方程

为了确定运动质点的位置，首先应选取一个参照系，然

后在参照系上选定坐标系的原点和坐标轴（图1.1.1）。质点在直角坐标系 $oxyz$ 中的位置是由它的所在点P的三个坐标 x、y、z 来确定或者用以原点O到P点的有向线段 $\vec{r}$ 来表示，矢量 $\vec{r}$ 称为位置矢量，简称位矢。运动质点在P点的坐标 x、y、z 就是位矢 $\vec{r}$ 在相应坐标轴上的投影。若以 $\vec{i}$ 、$\vec{j}$ 、$\vec{k}$ 分别表示各相应坐标轴上的单位矢量，则位矢 $\vec{r}$ 可表示为：

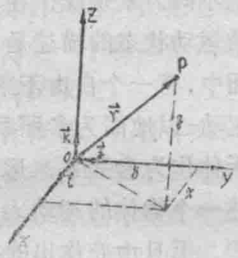

图 1.1.1

$$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k} \tag{1.1.1}$$

质点的机械运动是质点的空间位置随时间而变化的过程。在这个过程的任一时刻，运动质点在空间只占一个位置，运动质点由一点运动到另一点时，必将经过该两点之间在轨迹上的所有点，所以质点的坐标x、y、z和位矢 $\vec{r}$ 都是时间t的单值连续函数，则有

$$x=x(t),\ y=y(t),\ z=z(t) \tag{1.1.2}$$

或

$$\vec{r}=\vec{r}(t) \tag{1.1.2a}$$

上两式都称为运动方程，运动方程(1.1.2)和(1.1.2a)是等效,的它们的等效性表明，式(1.1.2a)所描述的运动可看作由式(1.1.2)所描述的三个相互垂直的分运动的迭加。知道了运动方程，就能确定任一时刻质点的位置，从而确定质点的运动。

由于运动方程确定了运动质点在空间的位置，因而也确

定了运动质点的轨迹。式（1.1.2)实际上就是以时间t为参数的轨道参数方程。若从这些方程中消去t，则运动质点的轨道方程为

$$\left.\begin{aligned}\Phi(x,y)=0\\ \Psi(y,z)=0\end{aligned}\right\}\tag{1.1.3}$$

这两个方程分别表示两个柱面，它们的交线就是运动质点的轨道。

如果运动质点始终在一个平面内，假设这个平面与坐标平面oxy重合，则质点的坐标z恒等于零。这样，方程(1.1.2)式简化为

$$\left.\begin{aligned}x=x(t)\\ y=y(t)\end{aligned}\right\}\tag{1.1.4}$$

而其轨道方程为

$$\Phi(x,y)=0\tag{1.1.5}$$

当运动质点在平面内运动时，还可以在轨迹平面内采用极坐标来确定它的位置。这样，质点的运动方程为

$$\left.\begin{aligned}r=r(t)\\ \theta=\theta(t)\end{aligned}\right\}\tag{1.1.6}$$

而其轨道方程为

$$\Phi(r,\theta)=0\tag{1.1.7}$$

〔例1〕 质点M按如下方程运动

$$x=a\cos kt \qquad ①$$

$$y=a\sin kt \qquad ②$$

$$z=bt \qquad ③$$

式中a、b、k均是常数，试求此质点运动轨道及其经过的路程S和时间t的关系。

〔解〕首先求轨道方程

由式①、②和式①、③中消去t，则得质点轨道方程为

$$\left.\begin{aligned} x^2+y^2=a^2 \\ x=a\cos\frac{kz}{b} \end{aligned}\right\} \quad ④$$

式④第一式表示半径为a，母线与z轴平行的圆柱面。式④第二式表示一个曲面，这两个曲面的交线是一条螺旋线，即为质点的运动轨道。

其次再求路程与时间的关系，从①、②、③三式得

$$dx=-ak\sin kt\,dt \quad ⑤$$

$$dy=ak\cos kt\,dt \quad ⑥$$

$$dz=b\,dt \quad ⑦$$

又

$$dS=\sqrt{(dx)^2+(dy)^2+(dz)^2} \quad ⑧$$

再将⑤、⑥、⑦三式代入⑧得

$$dS=\sqrt{a^2k^2+b^2}\,dt$$

对上式两边积分得：

$$S=\sqrt{a^2k^2+b^2}\,t+c$$

式中C是积分常数，由初始条件决定。而当$t=0$时，$s=0$由此得：$C=0$，所以

$$S=\sqrt{a^2k^2+b^2}\,t$$

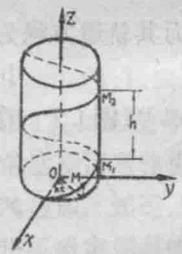

图 1.1.2

四、位移、速度和加速度

当质点运动时，它的位置将连续不断地发生变化，为了描述在有限时间内运动质点的位置变

化，必须引入位移的概念，设质点沿任意轨道运动，在时刻t通过位置P_1，在时刻$t+\triangle t$ 通过位置P_2（图1.1.3）。在时间$\triangle t$内位矢的变化量为：

$$\vec{r}_2-\vec{r}_1=\overrightarrow{P_1P_2}=\triangle\vec{r}$$

矢量$\triangle\vec{r}$称为质点在对应的时间$\triangle t$内的位移，其方向由起点P_1指向终点P_2，其量值是由P_1到P_2的直线距离P_1P_2。

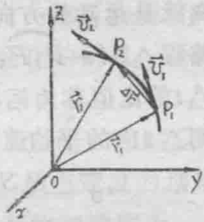

图 1.1.3

位移$\triangle\vec{r}$与对应时间$\triangle t$的比是一个新矢量，其方向就是位移$\triangle\vec{r}$的方向，这个新矢量称为运动质点在时间$\triangle t$内的平均速度，于是有：

$$\vec{v}_{平}=\frac{\triangle\vec{r}}{\triangle t}=\frac{\overrightarrow{P_1P_2}}{\triangle t}$$

平均速度$\vec{v}$只能表示质点在该时间$\triangle t$内运动的平均情况，但不能反映质点运动的真实情况。不过当$\triangle t\to 0$时，则$\vec{v}_{平}\to\vec{v}$。这个极限量$\vec{v}$就表征质点在时刻t的运动的真实快慢与真实方向。因此，$\vec{v}$称为运动质点在时刻t的瞬时速度，简称速度，即

$$\vec{v}=\lim_{\triangle t\to 0}\vec{v}_{平}=\lim_{\triangle t\to 0}\frac{\triangle\vec{r}}{\triangle t}=\frac{d\vec{r}}{dt}$$
$$=\dot{\vec{r}} \tag{1.1.8}$$

上式表明，运动质点的速度等于它的位矢对时间的一阶导数。