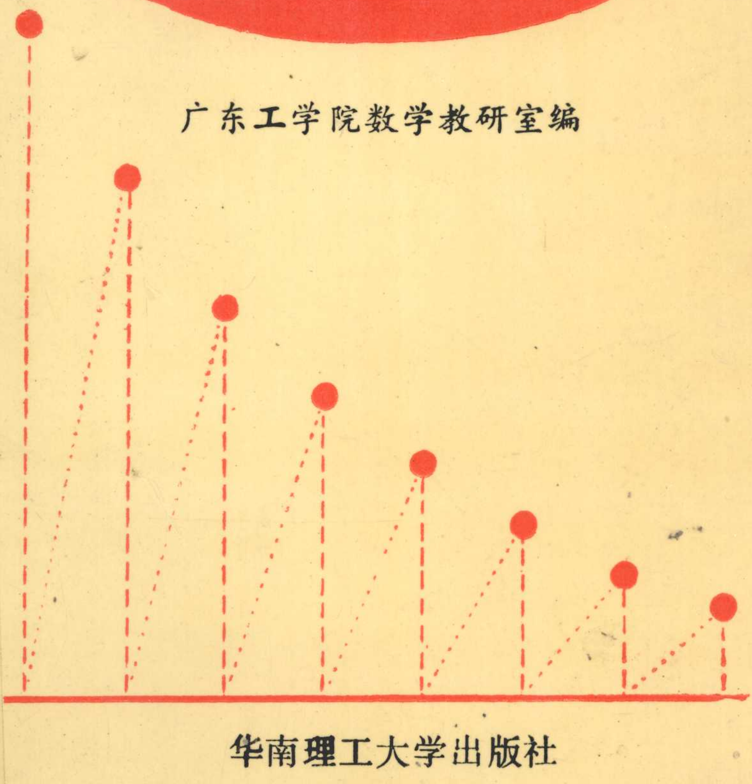
高等学校试用教材

高等数学



广东工学院数学教研室编

华南理工大学出版社

高等学校试用教材

高 等 数 学

广东工学院数学教研室编

华南理工大学出版社

内 容 提 要

本书内容包括：函数与极限，导数及其应用，积分及其应用，二元函数的微积分学，无穷级数，微分方程等．为便于教学和自学，书中每个概念的引入都注意从实际例子出发，由具体到抽象，深入浅出地加以引导．此外，书中还编入了大量例题和习题，并附有答案．

本书可作为工科院校及成人教育机电类及相近专业大专班的教学用书或参考书．

〔粤〕新登字12号

高 等 数 学

李 崇 禧 主编

责任编辑 罗 兰 梁文厚

*

华南理工大学出版社出版发行

（广州 五山 邮码：510641）

*

开本：787×1092 1/32 印张：20.3125 字数：456千

1993年8月第1版 1993年8月第1次印刷

印数1—3000册

ISBN 7—5623—0560—9/O·59

定价：8.65元

前 言

随着生产不断发展，社会需要大量具有不同层次学历的人材，因此大专班招生人数亦不断增加。为了进一步提高大专班教学质量，我教研室在学院大力支持下，组织了8位有丰富教学经验的教师，于1986年集体讨论，分工撰写，编写了适用于大专班的“高等数学”教材。经两年试用后，效果较好，并于1988年在原有基础上进一步修订重印。本教材就是在这基础上再一次修订后公开出版发行的。

本教材选材主要面向机电专业及相近专业，教学时数约为150学时。可作为工科类院校大专班及成人教育大专班教学用书或参考书。

高等数学内容是在18世纪随着科学技术不断发展而诞生，亦随着科学技术不断发展而不断完善。因此本教材每个概念的引入都注意从实际例子出发，由具体到抽象，用深入浅出便于自学形式引进，并有大量例题和习题，供教学和自学使用，使学生容易学会并能牢固掌握。书中例题和习题有易有难，应从学生实际出发取舍。

由于教学时数所限，三重积分、曲面积分……等内容并未有因追求内容的完整性而都附上，这些只能留给更高层次学生学习与研究。基于同样原因，部分定理、法则只给出结论，没附上严格论证，大专班学生不必拘泥这些内容，只要通过例题和练习学会运用就足够了。

在百忙中，张正寅教授抽出宝贵时间，审阅全稿；在教材正式出版前多年试用过程中，许多兄弟院校同行及读者，

出提了许多宝贵意见和建议，使本教材进一步完善。在此一并表示深切感谢。

全书分六章，由李崇禧主编。一至六章依次序分别由吴为汉、伍进元；李崇禧；张式强、郭开仲；郝同壬；王全癸；陈耀灼执笔撰写，全书插图由李志英描绘。

水平所限，错误和不足之处难免，恳请读者批评指正。

编　者

1993年3月

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

目　录

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第一章　函数与极限

初等数学研究的对象基本上是不变的量，而高等数学则是以变量为研究对象的一门数学。用函数表达变量之间的依赖关系。研究变量的基本方法是极限方法，它是研究有限和无限，近似与精确之间的辩证关系的数学方法。本章将在复习和加深函数有关知识的基础上，讨论函数的极限和函数的连续性等问题。

第一节　函　数

一　变量与区间

出现在数学问题中的量，一类它的值在问题的讨论中是相对地始终保持不变的；另一类它的值是可以变动的。我们称前者为**常量**，后者为**变量**。例如，把一个密闭容器内的气体加热时，气体的体积和气体的分子个数保持一定，它们是常量，而气体的温度和压力则是变量，它们取得越来越大的数值。

常量和变量与讨论的问题所在的场合紧密联系，同一个量在某种场合下可以认为是常量，而在别的场合，就可能是变量。例如，商品的价格在短期内可以看成是常量，在一个较长时间内就是一个变量。

通常用字母 a,b,c 等表示常量，用字母 x,y,t 等表示变量。

变量的变化范围，常用区间来表示。所谓区间是指介于某两个实数之间的全体实数。下面我们引进各种区间的名称和记号。

满足不等式$a\leqslant x\leqslant b$的所有实数x的全体称为**闭区间**。记为$[a,b]$。

满足不等式$a<x<b$的所有实数x的全体为**开区间**。记为(a,b)。

满足不等式$a\leqslant x<b$(或$a<x\leqslant b$)的所有实数x的全体，称为**半开区间**。分别记为$[a,b)$(或$(a,b]$)。

上述各种情形中的a和b叫做区间的**端点**，而$b-a$叫做**区间长度**。闭区间与开区间的区别是：闭区间包括区间的端点，而开区间不包括端点。

除了上述那些区间长度为一定的有限区间外，还有一类区间叫**无限区间**。

$[a,+\infty)$是表示满足$x\geqslant a$的所有实数x的全体。

$(-\infty,b)$是表示满足$x<b$的所有实数x的全体。

$(-\infty,+\infty)$是表示x可以取全体实数值。

注意：$+\infty$和$-\infty$分别读作“正无穷大”与“负无穷大”，它们不是数，仅仅是记号。

区间可以在实数轴上表示出来。如图1-1所示。

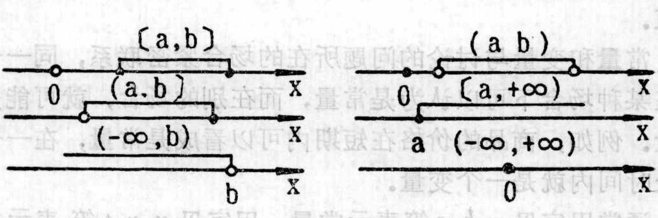


图 1-1

以后，我们还用到与区间有关的邻域概念．设a和δ是两个数，且$\delta>0$，满足不等式$|x-x_0|<\delta$的一切实数x的全体，称为点x_0的δ**邻域**记作$U(x_0,\delta)$。点x_0称为**邻域的中心**；δ称为**邻域的半径**。点x_0的δ邻域实质上是开区间$(x_0-\delta,x_0+\delta)$。

有时也用到把中心去掉的邻域。点x_0的δ邻域去掉中心x_0后，称为x_0的**去心的δ邻域**．记作$U(\hat{x}_0,\delta)$。这时邻域由满足不等式$0<|x-x_0|<\delta$的一切实数x全体构成。用区间表示时，由两个开区间$(x_0-\delta,x_0)$与$(x_0,x+\delta)$之和组成。

二 函数概念

1 函数的定义

定义 设有两个变量x和y，如果当变量x在某变化范围内任意取定一个数值时，变量y按照一定的法则总有确定的数值和它对应，则称y是x的**函数**。用记号$y=f(x)$，$y=\varphi(x)$或$y=F(x)$等表示。

其中x称为**自变量**；y称为**因变量**．字母“f”、“φ”、“F”表示x和y之间的对应关系。

如果对于自变量x的某一个值x_0，因变量y有确定的值与之对应，则称函数在x_0处**有定义**。使函数有定义的一切x值的全体，称为函数的**定义域**．相应地因变量y值全体称为函数的**值域**。

如果对于定义域中的每一个x值，仅有一个y值与之对应，这种函数称为**单值函数**；如果y值有多个与之对应时，这种函数称为**多值函数**．例如式子$y=x-1$与$x^2+y^2=1$各自确定了变量x和y之间的一种对应关系。前者对于每一个x值

仅能有一个y值与之对应，而后者对于满足不等式$|x|<1$的每一x值，可以有$y=\sqrt{1-x^2}$ 与$y=-\sqrt{1-x^2}$ 两个不同y值与之对应。所以前者是一个单值函数，后者是一个多值函数。对于多值函数，我们常常通过限制y的取值范围使之成为单值。如前述方程$x^2+y^2=1$决定的多值函数，若限制$y\geqslant0$时，得到单值函数$y=\sqrt{1-x^2}$；若限制$y\leqslant0$时，得单值函数$y=-\sqrt{1-x^2}$，再按照单值函数进行研究。因此今后如无特殊的声明，我们所讲的函数都是指单值函数。

从函数的定义，不难发现，函数是由定义域、值域和自变量到因变量之间的对应法则三部分组成。简称函数三要素。事实上一个函数，只要知道它的定义域及表达自变量到因变量的对应法则，则这个函数就被确定了。因为对于定义域中每一个x值，根据对应法则就可以找到相应的函数值，由此所得的全体函数值就是这函数的值域。因此建立一个实际问题的函数，首先是根据问题给出的量与量之间关系的条件，建立表达自变量与因变量关系的对应法则，再根据问题的实际确定函数的定义域，这样函数就完全确定了。

2　变量x和y之间的对应法则

对应法则是因变量y和自变量x的函数关系的具体表现，它是函数概念中最本质的要素。对应法则的表达形式是各种各样的，可用图形来表示或用表格来表示，一般可用数学算式来表示。即通常所说的函数三种表示法。

图象法：用直角坐标系中的曲线表示函数的方法叫做函数的图象表示法。

例1　一天中气温Q与时间t是两个变量，气温自动记录仪记录了某日24小时的气温变化曲线如图1-2．它表示了气温

Q 与时间t的对应规律。对于这天24小时中的每一个时刻t_0，从图可确定相应的气温Q_0。

图 1-2

表格法：在实际应用中，常常把一系列自变量的值以及其对应的函数值列成表，如对数表，三角函数表等等。这种表示函数的方法叫做函数的表格表示法。

在各种工程中，有些函数往往要用表格法表示。

公式法：如果两个变量之间的对应法则借助于公式直接指出，要对自变量施行哪些数学运算，以及应按照怎样的次序来进行这些运算，方能得出函数的对应值，我们说这是用公式法来表示函数。

如$y=x-1$，$x^2+y^2=1$式子，是用数学算式来表示函数对应法则的例子。

如果对应法则可以用自变量x的算式明显表示，这样的函数叫做**显函数**，如$y=x-1$式表示的函数。如果对应法则由x，y间的一个方程$F(x,y)=0$来确定，则称这样的函数为由方程$F(x,y)=0$所确定的**隐函数**。如$x^2+y^2=1$所表示的函数。

把一个隐函数化为显函数，叫做隐函数的显化，如由$x^2+y^2=1$可解出$y=\pm\sqrt{1-x^2}$。由方程$F(x,y)=0$确定的隐函数，不一定都能显化。例如，方程

$$xy-e^x+e^y=0 \qquad (x\geqslant 0)$$

确定了一个隐函数，但它不能显化。

当要表示一个具体的函数关系时，就必须把对应法则用

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com