

中国小学生

ZHONGGUO
XIAOXUESHENG

SHUXUE JIETI
FANGFA DAQUAN

数学
解题
方法
大全



— 上海远东出版社 —

中国小学生数学解题方法大全

上海远东出版社

中国小学生数学解题方法大全

上海远东出版社出版

(上海冠生园路 393 号 邮政编码 200233)

新华书店上海发行所发行

上海市印刷三厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 14.5 字数 340000

1996 年 9 月第 1 版 1996 年 9 月第 1 次印刷

印数 1—20000

ISBN7—80613—334—8/G·423

定价：(精)15.00 元

顾 问 汪绳祖

参加编写人员(按姓氏笔划为序)

朱继炎 李 明 沈 冲

陈连新 张志明 周信德

居根宝 施卫东 荻郁如

潘小明

前 言

解题能力的提高,一是靠学生的练习,二是靠教师、家长的点拨指导,这需要备有一本像《新华字典》一样的《解题方法大全》。本书就是在研究教材和分析历年试题的基础上,对试题进行筛选、整理、增补后编写的,同时还搜集了美、英、新加坡等国家的部分试题。目的是尽量使教材中所包含的知识,反映到各类题目之中,多角度地开阔思维。本书的各节均分为“解题指导”、“练习”两大部分,书末附有练习的解答。

“解题指导”根据各节的要求精选典型例题,通过“分析与解”点明思路,帮助学生理解知识要点,掌握运算技巧,提高解题能力。

“练习”既对基础知识进行强化训练,以达到对概念的正确理解,又注重让学生在方法上、能力培养上主动去探究解题思路,促使学生思维素质的提高。

本书可作为学生学习数学的课外读物,还能作为家长辅导子女的参考材料,同时也是教师教学的必备参考用书。

编写中,难免会有不足之处,恳切希望广大读者给予批评指正。

编 者

1996年5月

目 录

第一章 数与运算	(1)
一、整数及其四则运算	(1)
二、小数及其四则运算	(14)
三、分数(百分数)及其四则运算	(26)
四、整数、小数、分数四则混合运算	(40)
五、有理数及其运算	(51)
第二章 典型应用题	(65)
一、求平均数问题	(65)
二、相遇问题	(87)
三、归一问题	(109)
四、工程问题	(126)
第三章 较复杂的复合应用题	(144)
一、整数、小数应用题	(144)
二、分数、百分数应用题	(161)
第四章 比和比例	(179)
一、比和比例	(179)
二、按比例分配	(200)
三、正比例和反比例	(211)
第五章 简易方程	(223)
一、用字母表示数	(223)
二、简易方程	(236)
三、列方程解应用题	(249)

第六章 数的整除	(287)
一、数的整除	(287)
二、约数和倍数	(294)
三、奇数和偶数	(313)
第七章 几何初步知识	(318)
一、几何形体的知识	(318)
二、周长和面积计算	(334)
三、表面积和体积计算	(361)
练习答案	(392)
第一章.....	(392)
第二章.....	(399)
第三章.....	(412)
第四章.....	(416)
第五章.....	(424)
第六章.....	(436)
第七章.....	(442)

第一章 数与运算

一、整数及其四则运算

解题指导

[例 1] 数与数字,它们的意义相同吗?

分析与解 “数”是数学中最基本的概念之一,是表示事物量的基本数学概念,如:743(自然数),0.57(小数), $\frac{4}{5}$ (分数)……

用来表示记数的符号叫做数字(或称数码),如:0、1、2、3、4、5、6、7、8、9.

[例 2] 在 503 这个数中,“0”表示什么?

分析与解 在 503 这个数中,“0”表示十位上,一个计数单位也没有.

[注] 零是一个数,它可以表示一个物体也没有,但“0”和“没有”不完全是一回事,零比其他一切数都具有更丰富的内容,如:气温表上的“0”,表示温度的界限,小木尺上的“0”表示刻度的起点……

[例 3] 你知道什么是“计数”,什么是“记数”吗?

分析与解 数物体个数的过程,叫计数.

记数也称写数,就是把数用书面的形式记录下来,也可以

说,记数就是用符号把计数的结果写下来。

[例 4] 最大三位数是几? 这个数各个数位上的数字分别表示什么意思?

分析与解 最大的三位数是 999. 这个数百位上的“9”表示 9 个百,十位上的“9”表示 9 个十,个位上的“9”表示 9 个一。

[注] 这里要分清“数位与位数”两个不同概念,一个数中每个数字所占的位置叫数位. 所谓位数,就是表示一个数所占有的数位的数目。

[例 5] 有 15 个少先队员排成一列纵队,李明的后面还有 7 名队员,从排头算起李明排在第几个?

分析与解 从排头算起李明排在第 8 个。

[注] 题中“15”是基数,用来表示被数物体是多少的自然数叫基数。“8”是序数,用来表示被数物体是第几个的自然数叫序数。

[例 6] 从个位到千亿位分成哪几级? 每一级含有哪些数位? 每个数位上的计数单位是什么?

……	亿 级				万 级				个 级				级
……	第十二位	第十一位	第十位	第九位	第八位	第七位	第六位	第五位	第四位	第三位	第二位	第一位	位次
……	千亿位	百亿位	十亿位	亿位	千万位	百万位	十万位	万位	千位	百位	十位	个位	数位
……	千 亿	百 亿	十 亿	亿	千 万	百 万	十 万	万	千	百	十	一	计数单位

分析与解 我国的读数习惯是四位分级,从右到左,第一位

是个位,第二位是十位,第三位是百位,……(见上表).每四个数位是一级.个级的单位是“一”,万级的单位是“万”,亿级的单位是“亿”……每个数位上的数字,就表示这个数位上单位的个数.

[例 7] 用两个“0”与三个“5”组成一个五位数,这样的五位数有哪几个?并读出这些数.

分析与解 这样的五位数有:

55500 读作:五万五千五百

50550 读作:五万零五百五十

50055 读作:五万零五十五

50505 读作:五万零五百零五

[例 8] 计算: $9035 + 972$

分析与解 $9035 + 972 = 10007$

$$\begin{array}{r} 9035 \\ + 972 \\ \hline 10007 \end{array}$$

[注] 多位数加法计算,必须相同数位对齐,从个位加起,哪一位上相加满十,就向前一位进一.

[例 9] 计算 $10019 - 9218$

分析与解 $10019 - 9218 = 801$

$$\begin{array}{r} 10019 \\ - 9218 \\ \hline 801 \end{array}$$

[注] 多位数减法计算,必须相同数位对齐,从个位减起,被减数上哪一位上的数不够减,就从前一位退一作十,加到本位的被减数上,然后再减.

[例 10] 计算 7008×537

【分析与解】 $7008 \times 537 = 3763296$

$$\begin{array}{r} 7008 \\ \times 537 \\ \hline 49056 \\ 21024 \\ 35040 \\ \hline 3763296 \end{array}$$

【注】 整数乘法计算,被乘数和乘数的数位对齐,用乘数每一位的数依次去乘被乘数个位数、十位数、百位数、……用哪一位的数去乘,乘得的积的末尾就要和哪一位对齐,哪一位上乘得的积,满几十,就向前一位进几,最后将每次乘得的积相加。

【例 11】 计算 435×608

【分析与解】 $435 \times 608 = 264480$

$$\begin{array}{r} 435 \\ \times 608 \\ \hline 3480 \\ 2610 \\ \hline 264480 \end{array}$$

【注】 遇到乘数中间是“0”时,可以省略,但要注意乘数百位上的“6”与被乘数相乘时,积的末尾要与算式的百位对齐。

【例 12】 计算 7800×50

【分析与解】 $7800 \times 50 = 390000$

$$\begin{array}{r} 7800 \\ \times 50 \\ \hline 390000 \end{array}$$

【注】 被乘数与乘数末尾有“0”,可采用简便方法计算。先

把“0”前面的数相乘,然后再看被乘数、乘数末尾共有几个“0”,就在乘积的末尾添上几个“0”.

[例 13] 计算 $87174 \div 87$

分析与解

$$87174 \div 87 = 1002$$

$$\begin{array}{r} 1002 \\ 87 \overline{) 87174} \\ \underline{87} \\ 174 \\ \underline{174} \\ 0 \end{array}$$

[注] 多位数除法计算:先确定商的最高位,估计商是几位数;除到哪一位,商就写在哪一位的上面;除到被除数的哪一位不够商1,就在哪一位上面写“0”.每次除得的余数必须比除数小.

[例 14] 下式中,余数是几?

$$\begin{array}{r} 224 \\ 300 \overline{) 67400} \\ \underline{6} \\ 7 \\ \underline{6} \\ 14 \\ \underline{12} \\ 2 \end{array}$$

分析与解 余数是 200.

[注] 被除数与除数末尾都有“0”时,可以用简便方法计算,在被除数与除数的末尾划去同样多的0,看余数是几时,余数的末尾要补上被划去的同样个数的0.

[例 15] 用简便方法计算: $47500 \div 125$

分析与解 $47\ 500 \div 125$

$$= (47500 \times 8) \div (125 \times 8) \dots$$

根据“商不变的性质”，被除数与除数同时乘以“8”

$$= 380000 \div 1000$$

$$= 380$$

[例 16] 计算 $573 + 198 + 202 + 127$

分析与解 $573 + 198 + 202 + 127$

$$= (573 + 127) + (198 + 202)$$

$$= 700 + 400$$

$$= 1100$$

[注] 运用加法交换律与加法结合律，进行简便运算。

[例 17] 计算 $6785 - 3493 + 507$

分析与解 $6785 - 3493 + 507$

$$= 3292 + 507$$

$$= 3799$$

[注] 算式中只有加、减运算，应在同一级运算中，应按照从左到右的顺序进行计算。

[例 18] 计算 $95480 - 35320 - 14680$

分析与解 $95480 - 35320 - 14680$

$$= 95480 - (35320 + 14680)$$

$$= 95480 - 50000$$

$$= 45480$$

[注] 计算时，根据减法的运算性质：一个数减去两个数的和，可以从这个数里依次减去和中的各个加数。即 $a - (b + c) = a - b - c$ 。

[例 19] 计算 $625 - 625 \div 25 \times 4$

分析与解 $625 - 625 \div 25 \times 4$

$$= 625 - 25 \times 4$$

$$= 625 - 100$$

$$= 525$$

[注] 在一个没有括号的四则混合运算的算式中,则应先算第二级运算,后算第一级运算.即先算乘、除,后算加、减.

[例 20] 计算 $17 \times 40 - 680 \div 34$

分析与解 $17 \times 40 - 680 \div 34$

$$= 680 - 20$$

$$= 660$$

[注] 写递等式时,对第二级运算计算的结果,可同时写出.

[例 21] 根据 $24875 + 19087 = 43962$,不计算直接写出两个减法算式.

分析与解 $43962 - 24875 = 19087$

$$43962 - 19087 = 24875$$

[注] 根据加法与减法互为逆运算的关系,可得:

$$\text{加数} = \text{和} - \text{另一个加数}$$

$$\text{被减数} = \text{减数} + \text{差}$$

$$\text{减数} = \text{被减数} - \text{差}$$

[例 22] 根据 $7995 \div 39 = 205$,不计算直接写出得数. $205 \times 39 = (\quad)$, $7995 \div 205 = (\quad)$.

分析与解 $205 \times 39 = (7995)$

$$7995 \div 205 = (39)$$

[注] 根据乘法与除法互为逆运算的关系,可得:

$$\text{因数} = \text{积} \div \text{另一个因数}$$

$$\text{除数} = \text{被除数} \div \text{商}$$

被除数 = 商 $\times$ 除数

[例 23] 计算 $6900 \div (35 + 13 \times 15) \div 30$

分析与解 $6900 \div (35 + 13 \times 15) \div 30$

$$= 6900 \div (35 + 195) \div 30$$

$$= 6900 \div 230 \div 30$$

$$= 30 \div 30$$

$$= 1$$

[注] 在有括号的算式里,应先算小括号内的算式.

[例 24] 计算 $125 + [400 - 5 \times (65 + 91 \div 13)] - 99 + 1$

分析与解 $125 + [400 - 5 \times (65 + 91 \div 13)] - 99 + 1$

$$= 125 + [400 - 5 \times 72] - 99 + 1$$

$$= 125 + 40 - 99 + 1$$

$$= 165 - 99 + 1$$

$$= 67$$

[注] 在有括号的四则混合运算中,应先做括号内的运算,顺序是先算小括号里的算式,再算中括号里的算式,最后算大括号里的算式.

[例 25] 计算 $67500 \div (675 \times 25)$

分析与解 $67500 \div (675 \times 25)$

$$= 67500 \div 675 \div 25$$

$$= 100 \div 25$$

$$= 4$$

[注] 根据除法的运算性质:一个数除以两个数的积,可以用一个数依次除以积里的两个因数.

[例 26] 用简便方法计算 $90000 \div 125 \div 8 \div 2 \div 5$

分析与解 $90000 \div 125 \div 8 \div 2 \div 5$

$$= 90000 \div (125 \times 8) \div (2 \times 5)$$

$$= 90000 \div 1000 \div 10 \\ = 9$$

[例 27] 用简便方法计算 $125 \times 25 \times 32$

分析与解 $125 \times 25 \times 32$

$$= 125 \times 25 \times 4 \times 8 \cdots$$

将 32 分解成 4×8

$$= (125 \times 8) \times (25 \times 4) \cdots$$

根据乘法的交换律和结合律

$$= 100000$$

[例 28] 用简便方法计算 $125 \times (80 + 5)$

分析与解 $125 \times (80 + 5)$

$$= 125 \times 80 + 125 \times 5 \cdots$$

根据乘法分配律

$$= 10000 + 625$$

$$= 10625$$

[例 29] 用简便方法计算 $364 \times 78 + 364 \times 22 - 364$

分析与解 $364 \times 78 + 364 \times 22 - 364$

$$= 364 \times (78 + 22 - 1) \cdots$$

根据乘法分配律

$$= 364 \times 99$$

$$= 364 \times (100 - 1) \cdots$$

99 = 100 - 1

$$= 364 \times 100 - 364 \cdots$$

根据乘法分配律

$$= 36400 - 364$$

$$= 36036$$

[例 30] 计算 $3000 - 998 - 997 - 996$

分析与解 $3000 - 998 - 997 - 996$

$$= (3000 - 1000 \times 3) + (2 + 3 + 4)$$

$$= 9$$

[注] 观察可知,三个减数都接近 1000,所以可以将 998、

997、996 都看作 1000,得 3000 先减去 3 个 1000,最后再补上前
面多减的 $(2+3+4)$.

[例 31] 计算 $1+2+3+4+\cdots+99+100$

分析与解 $1+2+3+4+\cdots+99+100$

$$\begin{aligned}&= (1+100) \times 100 \div 2 \\&= 5050\end{aligned}$$

[注] 求 1 加到 100 这 100 个数的和,我们可以这样想:第
一个数 1 与最后一个数 100 配成一组,和为 101,第二个数 2 与
倒数第二个数 99 又配成一组,和也是 101. 这样 1~100 共可配
成 $(100 \div 2)$ 组;由此可得结果.

[例 32] 计算 $(2+3 \times 100) + (2+3 \times 99) + \cdots + (2+3$
 $\times 2) + (2+3)$

分析与解 $(2+3 \times 100) + (2+3 \times 99) + \cdots$

$$+ (2+3 \times 2) + (2+3)$$

$$= 2 \times 100 + 3 \times (100 + 99 + \cdots + 2 + 1)$$

$$= 200 + 15150$$

$$= 15350$$

[例 33] 用简便方法计算 $1996 \times 1995 - 1997 \times 1994$

分析与解 $1996 \times 1995 - 1997 \times 1994$

$$= 1996 \times (1994 + 1) - (1996 + 1) \times 1994$$

$$= 1996 \times 1994 + 1996 - 1996 \times 1994 - 1994$$

$$= 1996 - 1994$$

$$= 2$$

[例 34] 计算 $(4+7+\cdots+25+28) - (2+5+\cdots+23$
 $+26)$

分析与解 $(4+7+\cdots+25+28) - (2+5+\cdots+23+26)$

$$= 4+7+\cdots+25+28-2-5-\cdots-23-26$$