SHU XUE SHI JIAO XUE DAO LUN

数学史教学导论

骆祖英　编著

浙江教育出版社

数学史教学导论

shuxueshi jiaoxue daolun

骆祖英　编著

数学史教学导论

编著　骆祖英

*

浙江教育出版社出版发行

(浙江省杭州市体育场路347号　邮编310006)

杭州市长命印刷厂印刷

开本850×1168　1/32　印张13.5　字数326000

印数　1—4700

1996年9月第1版　1996年9月第1次印刷

ISBN 7-5338-2520-9/G·2512　定价:12.80元

序

20世纪数学的巨大发展,比以往任何时代都更令人信服地确定了数学作为整个科学技术的基础地位.数学正在向人类的一切知识领域渗透.随着科学技术数学化趋势的增长,数学在提高全民素质,培养现代化人才方面也具有日益突出的教育功能.数学科学,已成为推动现代文明的不可或缺的重要因素.

现代化需要数学,现代化人才需要学习数学,这一点已经日益获得社会的认同.而要真正学好数学、掌握数学,需要学一点数学史,这也越来越成为学术界有识之士的共识.

数学是人类文明历史中最悠久的知识领域之一.从远古简单的数与形概念,到现代数学科学的庞大系统,数学这门古老却又常新的科学,从内容、意义到方法都经历了深刻的变化.如果我们不去追溯古今数学思想的演变与进化,就不可能真正理解现代数学成就的真谛,正确把握现代数学发展的方向.正如法国伟大的数学家庞加莱所说:"如果我们希望预知数学的未来,最合适的途经是研究这门科学的历史和现状".在我国,数学史的教育与研究还有特殊的意义.中国古典数学的悠久传统与光辉成就,不仅是进行爱国主义教育的生动教材,同时也是我们古为今用,建设数学大国的重要借鉴.

世界上许多国家的高等院校都开设有数学史课程.笔者在英国剑桥大学、德国慕尼黑大学、荷兰乌德勒支大学等都参与过这样的课程.从1995年开始,欧洲共同体国家的"大学合作计划"联合举办暑期"全欧数学史荣誉课程",以后每年一次.在我国,数学史的教育自改革开放以来也有很大的开展.目前许多高等院校特别是师范院校数学系都开设数学史课程.摆在我们面前的这本《数学史教学导论》,就是作者从事十年数学史教学实

践的理论概括与系统总结.与目前看到的同类著作比较,《数学史教学导论》具有自己的鲜明特色.

《数学史教学导论》采取了纵横结合的结构.除了综述整个数学发展的历史外,又分科剖析算术、代数、几何、三角、解析几何、微积分等的形成与沿革,同时以史引人,介绍重要数学家的贡献及生平业绩.全书还贯穿了科学情操教育与爱国史观教育.《数学史教学导论》考虑师范教学的需要与特点,辟有专章论述中学数学中的数学史教育、教师应具备的数学史素养等等.这些都使本书成为一本适宜的数学史教材.

在《数学史教学导论》中介绍了一些国内外数学的最新进展(如费马大定理、机器证明等)以及数学史界关注的一些热点问题(如"李约瑟难题"等).另外,作者身处中国数学史人才辈出的浙江省,书中列入对浙江数学家评述也是很有价值的史料.因此,从数学史研究的角度来看,本书也是值得一读的佳作.

数学史作为一门学科,在我国已受到一定程度的重视.早在1976年,数学史就被列入国家自然科学学科规划(数学部分).1981年,中国数学会与中国科学技术史学会共同设立了数学史分会.目前,全国有2个博士点、5个硕士点负责培养数学史方面的人才.但笔者认为,为了进一步适应赶超世界数学先进水平的需要,我国的数学史教育与研究还亟待加强,而高等院校数学史课程的加强与改善尤为关键.相信《数学史教学导论》的出版,必将有益于这方面工作的开展.

李文林

1995年9月于北京

前　言

数学是累积性最强的基础性学科，数学本身就是历史的一种记录. 作为传授数学的教师，应将数学历史的知识、观点和思想渗透于教学之中，以弘扬祖国的优秀文化，培养跨世纪的人才. 因此，怎样做到数学、数学史和数学教育的辩证统一，怎样有效地进行数学史教学，是广大教师亟待研究的课题.

《数学史教学导论》是在作者编写的《中外数学史概论》讲义使用近十年的的基础上，经过不断充实和提高，并渗透近年来本学科领域研究的最新进展和本人的科研成果编撰而成.

该书概述古今中外数学发展状况；介绍从数的产生、算术、数学各分支学科到数学科学的演变过程；展示中外数学名著、名家、名题和重要数学事件的背景与现状；阐述数学史教学与研究的重要意义、基本观点和从事中学数学史教学的基本方法；渗透数学思想史与数学教育史；剖析当前数学发展与数学史研究的热点问题：如李约瑟难题、陈省身猜想、四色定理与费马大定理的证明、机器证明与计算机等.

本书采取纵横交织、史哲共熔、内外结合的编写方法，将数学及数学史、思想史和教育史相互渗透，处理史料，阐述问题. 第一、二章通论中国数学史；第三、四章展示中国传统数学对数与形的独特研究方法及其成果；第五章介绍著名中国数学家的业绩与贡献；第六章俯视世界数学史全貌；第七章择典型性学科予以剖析；第八章介绍近现代数学发展的某些侧面；第九章结合中外数学教育简史，阐述数学史教学的方方面面. 每章的“问题研究”兼有习题性质；“论文选读”是选择作者已发表的部分论文作为史料和信息，供读者学习和研究时参考；附录给阅读本书和从事数学教学带来方便.

“应当主要从科学教育的角度研究数学教育改革”，这是国家教委 1994 年颁发的《普通高等师范学校数学教育专业(本科)教育教学基本要求》(试行)的“说明”中阐明的观点，在“数学教育类课程”中设置《数学及其思想史》就是出于这样的考虑. 本书正是从数学及其思想史出发来阐明科学教育的观点，注重师范的教育性、科学性和地方性，旨在未来和在职教师的培养.

多年来，笔者有幸得到著名科学家钱学森教授和吴文俊教授的诚挚关心，著名数学史家沈康身、梁宗巨、李迪教授的悉心指导，李文林、张奠宙、袁小明教授等众位师友的热情鼓励和无私帮助，终使本书得以完稿.

特别地，中国科技史学会副理事长、中国数学史学会理事长、中科院数学所博士生导师李文林研究员为本书作序，国际教育委员会执行委员、华东师范大学张奠宙教授审阅了本书提纲并提出了指导性意见，浙江师范大学数学系领导和省重点扶植学科数学教育及其负责人何伯镛教授和陈芳跃副教授等诸位同仁的多方关照，使本书得以问世.

另外，本书的出版还得到何鼎潮、黄维龙、谭虎修、解启法、边学平、金红成等同志的热情支持. 汪晓勤、张菊娥、赵世寅、赵淼清、杨美仙、金健舟、丁敢真等同志做了许多具体工作，特此一并致谢.

由于水平有限，书中错漏之处，望读者见谅并指正.

骆祖英
1995 年 10 月 1 日

目　录

绪　　论

天地日月，混沌乾坤，从野蛮愚昧的原始群落走进现代社会的文明殿堂，人类历经了 100 多万年的漫长岁月. 记载着人类生活与生产、战争与和平、发明与创造、曲折与变革的全部活动的文化史已翻过了 5000 余年的历史画卷，一幅名为"数－数学－数学科学"的壮丽画面展现了数学史的绮秀风光. 从数的概念到数的理论，从常量数学到变量数学，从连续到离散，从适定到随机，从精确到模糊，从适变到突变，从本科到边缘，数学这棵参天大树，挺拔屹立，郁郁葱葱.

当今，数学与人类生活息息相关. 随着科学技术的迅速发展，人们生活水平质量的提高，数学作为一门科学，一门关于客观世界的模式的科学，再也不能像当年恩格斯那样仅仅用一句"数学是研究现实世界数量关系和空间形式的科学"来描述了. 而要应用今天的数学，展望明天的数学，必须了解数学的发展历程. 学习历史，以鉴未来.

《数学史教学导论》正是为了向所有需要学习数学和研究数学的人们，特别是向传授知识的在职和未来的教师们，展示从"数－数学－数学科学"的历史发展进程. 她将引导人们去经历数学的变迁，浏览不同时代的数学成果，凭吊不同领域的大师的灵魂，汲取不同风格流派的思想；阅读此书还可拓广知识视野，增强数学素养，提高自身的聪明才智，为数学事业的发展作出有益的贡献.

一、数学科学与数学史

1. 数是怎样产生的？数又是怎样发展成为数学的？

恩格斯指出："科学的发生和发展，一开始就是由生产决定的."根据考古发现和科学推测，数的形成和发展经历了漫长的岁月. 在原始社会的旧石器时代，原始人要生存，必须狩猎、捕渔和采集野果充饥. 原始共产意识、集体群居的结果往往是食物分配的剩余与不足，生儿育女之后更涉及生存与死亡，于是"多"、"少"的概念最先形成，"数数"的意识也逐步产生. 人们本能地将自身的器官(头、耳、手指、脚趾等)和身边的石块、贝壳、树枝等作为与食物"对应"的"参照物"，自然物集合间的这种"对应"便使"数数"成为可能，为了保存数数的结果，原始人开始用结绳，刻道道和打洞等来记录.《易・系辞下》记载："上古结绳而治，后世圣人易之以书契."汉郑玄(127～200 年)曾说："事大，大结其绳；事小，小结其绳，结之多少，随物众寡."从此由计数转为记数，人们开始从具体事物的"个数"向抽象记忆的"数字"转化.

刀耕火种的新石器时代，社会生产力发生大变革，畜牧业和制造石木工具的出现，加速了农业的发展；气候气象，天文历法开始被人们所认识，制陶、建筑、运输开始兴起，不仅促进了各种记数方法的完善，同时开始对"形"引起重视. 汉武梁祠有"伏羲手执矩，女娲手执轨"的造象，就是古代对"规矩方圆"的生动写照和形象描绘.

奴隶制国家的产生，不仅推动了社会的进步，也孕育了数的发展，自然数及其运算和简单几何图形的应用，预示着"数学"的诞生.

随着社会的进步和生产的发展，数学之树不断成长，树根是代数、平面几何、三角、解析几何和无理数，树干是微积分，树枝

是复变、实变、变分法、概率等等，百余个分枝如同百余个分叉学科，争奇斗艳，竞相参长.

2. 什么是数学？数学又是怎样发展的？

中国历史上对数学的含义经历了从“算术”、“算学”到“数学”的认识过程，“算”又有“筭”、“算”、“祘”三种不同的写法，许慎《说文解字》中解释为：“筭，长六寸，计历数者，从竹从弄，言常弄乃不误也”，“算，数也，从竹从具，读‘若’”，“祘，神事也”等等. 把“算术”、“算学”理解为计算的方法和技术. 直到 1936 年，中国数学会第二次年会审定数学名词时，才统称为“数学”.

自古以来，世界上众多哲学家、数学家都在寻求“数学”的正确定义，许多先哲也确实给出了各自关于什么是“数学”的答案. 例如：

古希腊哲学家亚里士多德(Aristotle，公元前 384～公元前 322)认为：“数学是量的科学”，这是典型的反柏拉图主义的观点. 作为亚里士多德的老师柏拉图(Plato，公元前 429～公元前 348)，对数学持这样一种观点：数学研究的对象尽管是抽象的，但却是客观存在的，而且它们是不依赖于时间、空间和人的思维而永恒存在的，数学家提出的概念不是创造，而是对这种客观存在的描述. 他主张通过研究数学、学习数学来认识世界，甚至说认识不到数学的重要性的人“像猪一样”.

集合论的创始人康托尔(Georg Cantor，1845～1918)也持相同的观点，尽管它颠倒了具体事物与抽象概念的关系，并且很少能被数学家所接受.

以洛包林(Lobourin)为代表的经院哲学的唯名论观点认为：数是纸上的符号或头脑中特定的概念. 这种对数的认识的机械唯物主义倾向，同样很少有人赞同.

18 世纪末兴起的德国古典哲学的优秀开创者康德(Kant)则认为：数是思维创造的抽象实体，数是人们总结经验创造出来的. 康德的思想对 19 世纪的一部分数学家有深刻的影响，它是

以后直觉主义和构造主义的哲学背景.

西方现代实证主义哲学家认为：数学的公理、符号、对象、结论的正确性，无非是人们之间的一种约定，按约定的规则承认什么是存在的，什么是不存在的；什么是正确的，什么是不正确的.这种约定论的观点对数学的解释完全避开了数学的实质问题，避开了数学的内容，它无法使人对数学有更深刻的认识.

19世纪出现了以英国数学家、哲学家罗素(Russell，1872～1970)为代表的逻辑主义，以德国数学家希尔伯特(David Hilbert，1862～1943)为代表的形式主义和以荷兰数学家、哲学家布劳威尔(Luitzen Brouwer，1881～1966)为代表的直觉主义，都力图按各自的观点建造数学的基础，当然在整个数学基础形成的过程中，他们都作出了各自的贡献.

罗素提出："纯粹数学完全包含这样的论断，如果某个命题对于某些事物是真的，那么另外的某个命题对于那些事物就是真的，它根本不讨论第一个命题是否确实是真的，也不管所假定的那些事物是真的，……，如果我们假设是关于一般事物而不是某些特殊事物的话，我们的推动就构成了数学，这样的数学可定义为一种科目，我们决不知道其中说明的是什么，也不知道所说的是真的还是假的."这个说法深奥莫测，于是有人认为：数学是一种莫名其妙的科目.

布劳威尔认为：数学对象是人靠智力活动构造出来的，只有像自然数那样明显地用有限步骤构造出来(即 $1+1=2,2+1=3,\cdots$，等)，才可以被认为是存在的，至于全体自然数、全体实数等等是构造不出来的，统统不能考虑.直觉主义主张"构造性数学"，尽管像波莱尔(Borel，1871～1956)，庞加莱(Jules Poincaré，1854～1912)，勒贝格(Henri Lebesgue，1875～1941)等数学大师拥护直觉主义观点，但作出的成绩却是非构造性数学.就连布劳威尔在数学上最重要的贡献——不动点定理，证明的方法也是被布劳威尔禁用的反证法.然而中国的古代数学被认为是构造

性数学，布尔巴基学派(Bourbaki)所阐明的也是构造性数学. 吴文俊教授指出：由于计算技术的发展，构造性数学在不远的将来会出现大的发展，甚至成为数学的主流.

通晓数学的众多领域的形式主义学派领袖希尔伯特认为：无论数学的公理系统或逻辑的公理系统，其中基本概念却是没有意义的，其公理也只是一行行的符号，无所谓真假，只要能够证明该公理系统是相容的，不互相矛盾的(即形式数学系统的完全性与协调性)，该系统便获得承认，它便代表一种真理. 虽然希尔伯特将整个数学公理化并验证其无矛盾性的企图被奥地利青年数学家哥德尔(Kurt Godel, 1906～1978)打破，但将数学形式化的基本思想作为一种原则已被广泛接受，且对元数学 ——证明论的研究已发展成为数学基础领域的重要部分.

进入 20 世纪中叶以来，逻辑主义、直觉主义和形式主义间的争论渐趋平息，数学家们发现，丰富的数学内容不能简单地归结为逻辑，也不能视为人的直觉创造，它的正确性更不能用符号的推演去证明. 无论哪一派的主张，都不可能一劳永逸而令人满意地解决数学的基础问题，于是导致各派最后都潜力于对“算法”的研究，在这一研究的基础上出现了计算机理论，它将成为 21 世纪的主要研究方向.

恩格斯提出：“数学是数量的科学，它从数量这个概念出发，纯数学的对象是现实世界的空间形式和量的关系，是非常现实的材料(《自然辩证法》)”，因此，“数学是研究现实世界的量的关系和空间形式的科学.”

今天，数学研究范围已远远超出了恩格斯所处时代的领域. 数学不仅研究空间的形式与数量关系，还研究世界的任何形式或关系，甚至逻辑上的可能形式与关系，只要这种关系能抽象出来，用清晰准确的方式予以表达，即化归为数学模型. 因此，无论是摩利兹(Morilz)在《数学家语录》中列举了数以百计的数学定义及其对数学的描述，还是卡普拉(J. Kapur)在《数学家谈数学

本质》中选编的 900 余条数学家的思想言论录，都难以给数学一个完美无缺的、一成不变的定义，因为数学仍在不断地发展着.

3. 提出"数学科学"的时代背景如何？其重大意义是什么？

正当人们对"数学"的定义争论不休时，有的学者却冷静地指出（胡作玄《数学与社会》）：从数学所从属的工作领域看，数学是艺术，是文化，是技术，是逻辑，是自然科学，是科学，……；从数学的对象看，数学研究计算，研究数和量，研究现实世界的数量关系和空间形式，研究无穷，……；从数学的社会价值看，数学是语言，是工具，是框架，是符号游戏，…….诚然，所有这一切都可用以作为数学的解释，但都未能充分概括现代数学研究的全部特点.原因十分简单，如著名数学家冯·诺伊曼（John Von Neumann，1903～1957）所说："在今天，谁能掌握纯数学领域中 $\frac{1}{3}$ 以上的知识，看来都是不可能的."

尽管当今世界仍有一部分数学哲学家热心于数学本原的新探索和再认识，而数学这门被赋于现代权威的古老科学，仍以它固有的旋律迅速发展壮大.

有一位著名数学家曾指出：在过去 60 年中，数学的分支总数和种类都有很大增长，新的知识分支在数学方法的基础上被创造出来了，其中可以提到的有试验设计、数学人口理论、风险理论、符号逻辑、生物数学、因子分析、质量控制、通讯的数学理论、信息论、策略和博奕理论、线性规划、周期图分析以及时间序列和统计决策理论.他还进一步指出：现代数学和数理逻辑已经使下述事情成为可能，即不但在物理和工程中应用数学，而且在工业规划、医学、生物化学、生物物理，以致在哲学和语言问题中应用数学.

美国著名的斯蒂恩（Lynn Arthar Steen）教授在 1988 年国际数学教育大会上更以其远见足识谈到："高等数学语言——从控制论到组合数学，从微分几何到统计学——已经明显地渗透