

基于状态相关剪胀理论的 堆石料强度与变形特性

丁树云 毕庆涛 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

基于状态相关剪胀理论的 堆石料强度与变形特性

丁树云 毕庆涛 著



内 容 提 要

本书针对堆石料的状态相关剪胀特性进行了试验、理论和数值计算研究，提出将砂土的状态相关剪胀理论引入堆石料的应力变形分析当中，从而解决实际工程当中，对由堆石料构成的土工结构物进行数值分析时缺乏有效的模拟手段，不能用一个统一的方式描述堆石料工程从施工到运营，再到地震荷载的施加的问题。本书的研究成果为堆石料工程的合理设计，为改善有抗震缺陷的堆石料土工结构物的抗震性能，提出合理有效的加固方案提供技术依据。

本书可供土木工程、水利工程等专业科研技术人员参考，亦可作为高等院校相关专业的师生的教学参考书。

图书在版编目（C I P）数据

基于状态相关剪胀理论的堆石料强度与变形特性 /
丁树云，毕庆涛著. — 北京 : 中国水利水电出版社,
2015.8

ISBN 978-7-5170-3615-9

I. ①基… II. ①丁… ②毕… III. ①堆石料—材料
强度—研究②堆石料—岩石变形特性—研究 IV.
①TU521.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第206410号

书 名	基于状态相关剪胀理论的堆石料强度与变形特性
作 者	丁树云 毕庆涛 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (发行部) 北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
经 售	
排 版	北京时代澄宇科技有限公司
印 刷	北京中献拓方科技发展有限公司
规 格	184mm×260mm 16开本 6.75印张 160千字
版 次	2015年8月第1版 2015年8月第1次印刷
定 价	25.00元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

前言 /

作为土石坝的主要筑坝材料，堆石料在剪切过程中具有明显的剪胀特性。大量的室内试验结果表明，堆石料在受剪时可能发生剪缩，也可能发生剪胀，其剪胀性取决于堆石料的当前状态，包括堆石料的密度和所处的应力状态。目前土石坝应力变形计算分析过程中，常用的堆石料本构模型均无法反映土体密度变化带来的影响，对于具有不同密度的同一种堆石料，往往只能通过试验得到不同的参数，当成不同的材料进行模拟，这给土石坝的应力变形计算带来了一定的问题。

近来一些学者针对砂土提出了状态相关剪胀理论，并建立了基于状态相关剪胀理论的临界状态模型，成功地模拟了砂土的剪胀特性。堆石料与砂土都是由颗粒集合而成的粒状材料，其工程性质类似。

基于此，本书通过室内试验系统地研究了堆石料的变性特性和临界状态，揭示了堆石料变形的密度与应力状态相关性；采用基于状态相关剪胀理论的临界状态模型对大型三轴排水压缩试验的模拟，只需一套参数就能反映堆石料的各种特性；通过SUMDES2D有限元程序对长河坝进行了二维静动力有限元计算，揭示了其在地震作用下的变形和破坏机理。

本书的内容主要取材于著者的博士学位论文。论文的指导老师蔡正银教授为本书的写作指出了思路，并提供了大量帮助，在此表示感谢。书中所做试验全部在南京水利科学研究院大三轴实验室完成，实验室工作人员为试验的开展提供了帮助，书中涉及的有限元程序均由深圳大学明海燕教授提供，在此一并感谢。

本书第2章、第3章及第4章的部分内容由华北水利水电大学的毕庆涛参与撰写，其余内容由华北水利水电大学丁树云撰写，全书由丁树云负责统稿。

由于作者水平有限，错误和不当之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

著者

2015年5月

目 录 /

前言

第1章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 堆石料变形特性试验研究	2
1.3 堆石料静动力本构模型	4
1.3.1 堆石料静力本构模型	5
1.3.2 堆石料的动力本构模型	10
1.4 状态相关剪胀理论	12
1.4.1 剪胀理论的发展历程	13
1.4.2 经典应力剪胀理论及其适用性	14
1.4.3 状态相关剪胀理论	14
1.5 土石坝有限元分析常用程序	16
1.6 问题的提出及本书的主要研究内容	18
1.6.1 目前研究中存在的问题	18
1.6.2 本书主要工作	19
第2章 堆石料强度和变形特性试验研究	21
2.1 引言	21
2.2 试验概况	21
2.2.1 试验土样描述	21
2.2.2 试验设备	22
2.2.3 仪器设备的检定和校准	22
2.2.4 试样制备	23
2.2.5 试样饱和	24
2.2.6 固结排水剪切试验过程	24
2.3 试验初始条件	24
2.4 试验结果分析	25
2.4.1 堆石料的固结特性	25

2.4.2 堆石料变形特性	27
2.4.3 堆石料的临界状态	28
2.5 本章小结	32
第3章 堆石料强度和变形特性数值模拟	33
3.1 引言	33
3.2 土的状态相关剪胀理论与本构模型	34
3.2.1 土的状态的描述	34
3.2.2 剪胀理论	36
3.2.3 塑性模量	38
3.2.4 基于状态相关剪胀理论的无黏性土本构理论	39
3.2.5 剪切模量的取值	40
3.2.6 计算参数	41
3.3 数值模拟	41
3.3.1 模拟方法	41
3.3.2 模拟结果	42
3.4 与其他模型对比分析	45
3.4.1 邓肯-张模型与南水模型模拟方法	45
3.4.2 邓肯-张模型与南水模型模拟结果	46
3.4.3 不同模型模拟结果对比	50
3.5 本章小结	52
第4章 SUMDES2D有限元程序的开发应用	53
4.1 引言	53
4.2 SUMDES2D有限元程序简介 ^[151,152]	54
4.2.1 程序结构	54
4.2.2 基本假定及符号约定	54
4.2.3 场方程	55
4.2.4 边界条件	55
4.2.5 时间和空间的离散	56
4.2.6 有限单元及高斯积分	56
4.2.7 数值更新	56
4.2.8 基于状态相关剪胀理论的临界状态模型	57
4.3 SUMDES2D前处理	57
4.4 邓肯-张模型与南水模型的二次开发应用	58
4.5 SUMDES2D有限元模拟	58
4.5.1 三轴试验的模拟	59

4.5.2 网格数量对计算精度的影响	64
4.5.3 与其他有限元计算结果的比较	64
4.6 均质坝算例	65
4.6.1 计算模型与参数选取	66
4.6.2 计算结果与分析	66
4.7 本章小结	70
第5章 考虑剪胀的堆石坝静动力有限元模拟	71
5.1 引言	71
5.2 工程实例	71
5.3 二维有限元数值模拟	73
5.3.1 二维有限元网格和边界条件	73
5.3.2 有限元计算模拟方案	74
5.3.3 材料本构模型及计算参数	74
5.4 静力二维有限元计算分析	76
5.4.1 竣工期坝体沉降及水平位移	76
5.4.2 蓄水期坝体沉降及水平位移	77
5.4.3 坝体及覆盖层大小主应力分布	77
5.4.4 计算结果分析	78
5.5 动荷载作用下堆石坝二维有限元计算分析	79
5.5.1 坝顶动力反应	81
5.5.2 单元稳定性分析	83
5.5.3 地震永久变形分析	83
5.5.4 局部土的应力应变响应	86
5.6 本章小结	89
第6章 结论与展望	91
6.1 结论	91
6.2 展望	92
参考文献	94

第1章 绪论

1.1 引言

堆石料通常指由块石、碎石（或砾卵石）、石屑、石粉等粗颗粒组成的无黏性混合料，或者是黏性土中含有大量的粗颗粒混合土^[1]，从分类上看，属于砾类土，是粗粒土的一种，但作为堆石坝的重要组成材料，人们习惯将堆石坝上下游的主体部分材料称为堆石料。作为高土石坝的重要工程材料，如何正确模拟堆石料的强度与变性特性，建立合理的反映这些特性的本构模型，进而采取有效的数值计算方法，对坝体在填筑、蓄水及地震等静动力荷载作用下的变形和应力进行分析，不仅具有重要的理论意义，而且具有很大的工程应用价值。

目前，关于堆石坝的有限元分析通常的做法是将其施工期和蓄水期的静力计算、动力计算和永久变形分析人为分开，独立进行，这主要是基于分析问题时所采用的本构模型的局限性。如静力分析中常用的邓肯-张模型、南水模型；动力分析中常用的等价黏弹性模型、非线性模型和超静孔压模型等。由于模型本身不含状态相关的参量，故不能用统一的方式描述土在整个加载过程中的随状态变化而变化的行为特点。大量的试验结果表明，随着材料内部状态和外部应力的改变，土的行为特点会相应改变，堆石料在剪切过程中是应变硬化还是应变软化、剪胀与否不仅取决于当前应力状态，而且取决于土体本身的密度。同时，堆石坝的不同分区常常是采用同一种堆石料，而密度不同，且堆石坝在填筑、蓄水、运行过程中或遭遇地震时，土的密度和应力状态会发生变化，即土的状态既是空间的函数也是时间的函数。采用传统模型进行堆石坝分析的通常做法是用多组参数描述同种但不同状态的土从而涵盖初始状态在空间上的变化，这种方法并不能捕捉状态随过程的进展而发生的变化。所以传统模型对从简单加载到复杂循环荷载，从低密度到高密度，从小应变到大应变下体应变积累规律的模拟能力是有限的^[2]。寻找一个能够模拟堆石料多种加载条件下力学性状的统一模型，进而发展堆石坝静动力分析和永久变形预测的统一算法是有重要意义的。

近年来，一些学者在建立无黏性土的弹塑性本构模型时，将土体的密度作为变量引入

剪胀方程，建立了状态相关剪胀理论^[3]。该模型建立在临界状态土力学的框架之下，并加入了与状态相关的剪胀性这一概念。模型参数为单独一套与应力和材料状态无关的材料内部参数，模型能够自动处理材料因过程的发展而产生的各种状态变化。对于一种或几种类似的土，参数一经率定，不论材料什么状态，模型能够以统一的方式模拟材料从起始阶段近似弹性的响应直到趋于临界状态破坏包括流动液化在内的全程响应，无须在分析过程中人为干预调整模型参数。因为它能捕捉到材料内部状态的变化，因而既可以分析静力问题，也可以分析循环荷载作用下的动力问题，这一点与现有土石坝计算过程中所采用的本构模型完全不同。蔡正银、曹培等采用该模型较好地模拟了砂土在各种状态下的变形特性^[4-5]。明海燕在 SUMDES2D 有限元平台上采用该模型系统的分析了美国加利福尼亚州 Upper San Fernando 和 Lower San Fernando 两个土坝在 1971 年 San Fernando 地震作用下的动力响应^[6-11]，分析结果与试验观测基本一致。

堆石料与砂土都是颗粒集合而成的粒状材料，其工程性质类似。这两种材料的物理力学性质几乎可用统一的试验原理和方法来理解^[1]。而堆石料是否存在临界状态，状态相关剪胀理论对于堆石料是否适用，有待于验证。下面将在总结吸收前人研究工作的基础上，对堆石料的状态相关剪胀特性进行了试验研究、数值分析和理论探讨。

1.2 堆石料变形特性试验研究

随着土工测试技术的发展，堆石料已作为重要的工程建筑材料被广泛用于土石坝填筑、建筑物地基处理、路基加固等工程中，尤其是在水利工程建设中，以堆石料为主体的堆石坝目前已成为最具竞争力的筑坝类型之一。近半个世纪以来，国内外许多学者陆续发表了堆石料工程特性的研究成果，本节主要在前人试验研究的基础上对堆石料的工程特性进行总结。

自 20 世纪 40 年代以来，各国学者从仪器设备、试验材料的模拟方法以及尺寸效应、试验资料的整理分析等方面对堆石等粗粒料的工程特性，特别是强度和变形特性、渗透及渗透稳定性进行了系统研究^[12]。为适应 300m 级高土石坝的应力和变形分析的需要，堆石料在高围压下以及复杂应力状态下的强度和应力—应变关系成为岩土力学研究的重要内容。张启岳^[13]、柏树田^[14]、秦红玉^[12]、程展林^[15-17]、张嘎^[18]、刘萌成^[19,20]、张兵^[21]、田堪良^[22]等分别采用大三轴试验对高低围压下粗粒料的应力应变特性、抗剪强度、内摩擦角和颗粒破碎特性进行了对比分析。得到如下结论：

(1) 堆石料的应力变形特性：密实的堆石料在低围压下，强度曲线先上升，到达某一峰值后下降，呈现出应变软化的特征；当围压较高时，粗颗粒被压碎，使细颗粒含量增加，颗粒间重新排列，应力—应变关系呈微软化型或硬化型，堆石料的强度具有明显的应力水平相关性。

(2) 抗剪强度：堆石料的抗剪强度呈现出非线性的特点，在较大的应力范围内，其抗剪强度与法向应力间的比例关系不是一个常数，而是随法向应力的增加而降低，即 φ 随 σ 增大而减小，用莫尔强度包线表示则是向下弯曲的曲线，并且在低围压下弯曲最明显；高围压条件下强度包线弯曲现象并不明显，基本符合莫尔-库仑强度准则，且黏聚力比较大(0.15~0.35MPa)^[23,16]。

(3) 剪胀性：粗粒土的颗粒粒径较大，且有棱角，粗颗粒形成骨架作用明显，但其间较大孔隙缺少细颗粒充填，受剪时一些颗粒必须上抬才能绕过前面的颗粒产生错动滑移，所以剪胀效应明显；但当围压较高时，粗颗粒被压碎，使细颗粒含量增加，剪胀现象减弱，表现为剪缩。

(4) 蠕变性：程展林^[17]等采用大型三轴试验研究了堆石料的蠕变与时间的关系、与应力状态的关系、与应力增量的关系，认为：当应力增量足够大时，堆石料的蠕变只与最终的应力状态相关，而与应力增量大小无关。

(5) 应力路径相关性：相彪^[24]、谢婉丽^[25]、刘萌成^[19]等通过研究复杂应力路径下堆石料的应力-应变特征，得出了堆石料应力-应变特征严格受控于应力路径，不同应力状态下的堆石料变形模量存在较大差异的结论。

(6) 颗粒破碎：与砂土材料相比，堆石料受力过程具有更大的破碎潜力，颗粒破碎需要消耗能量，这部分能量由剪力增量做功提供，破碎程度将对材料的剪胀性和抗剪强度产生影响^[26]。

由于堆石料的颗粒尺寸较大，无法在常规的振动三轴仪和共振柱上进行试验。因此有关堆石料动力方面的研究较少。国内南京水科院和大连理工大学从大量的为实际工程所做的试验中总结出：堆石料在动力循环荷载作用下，动应力-应变关系具有非线性、滞后性和变形积累（永久变形）三个特性，而且受荷载大小、振次、应力状态、颗粒特性和排水条件等因素的影响。沈珠江^[27]通过吉林台面板堆石坝堆石料的大型振动三轴试验结果，求得了堆石料的动模量、阻尼比和残余变形的变化规律，同时认为堆石料具有相当大的体积收缩变形，如果在堆石坝地震永久变形中无视这一点，将会带来不可允许的误差。日本学者 Got 与 Tatsuoka (1991)^[28,29]开发的局部位移计 (local displacement transducer)，使常规测试系统的量测精度提高至少一个数量级。孔宪京^[30]等借鉴这一技术，在三轴试验中应用一种微小应变量测装置——局部位移计，不仅使试验精度提高了一个数量级，即达到0.001% (10^{-5})，而且能够在一次试验中准确而连续地量测 $10^{-6} \sim 10^{-1}$ 应变范围内的变形特性。Hardin (1972)^[31]根据砂土室内试验结果，将初始等效动模量换算成等效剪切模量，并引入孔隙比函数来消除孔隙比的影响，给出初始等效剪切模量 G_{dmax} 的经验公式：

$$G_{dmax} = G_0 \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} \sqrt{p' p_a} \quad (1.1)$$

式中： P' 为平均有效正应力； e 为孔隙比； G_0 为模量系数。

从上式可以看出纯弹性剪切模量与平均有效正应力成正比，而与土的孔隙比成反比，显然，在已知 $G_{d\max}$ 、 e 和 p 的情况下可按式（1.1）反推 G_0 值，式（1.1）后被广泛应用于堆石料。对于堆石料，由于不能进行共振柱试验， $G_{d\max}$ 目前的通常做法是根据初始等效弹性模量 $E_{d\max}$ 按照式（1.2）换算得到。

$$G_{d\max} = \frac{E_{d\max}}{2(1+\mu_d)} \quad (1.2)$$

按照静力初始弹性模量的求法，假定初始等效动弹性模量 $E_{d\max}$ 和平均有效正应力 p ($p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$) 在对数坐标下近似为直线关系，见式（1.3）：

$$E_{d\max} = k'_2 p_a \left(\frac{\sigma_m}{p_a} \right)^n \quad (1.3)$$

式中： p_a 为工程大气压力； n 是模量指数； k'_2 为等效动弹模系数。

Kokusho 等人（1980）^[32]的研究指出，棱角状人工碎石料在固结压力下，颗粒间接触点容易破碎，具有较强的颗粒结构，初始剪切模量大于河卵石料。

从上述堆石料的试验研究现状来看，由于堆石体最大颗粒粒径较大，基于缩尺效应的考虑，需进行大型三轴试验，对设备要求较高，故已有研究大多是结合具体工程而进行的试验，实际工程相对密度多在 90% 以上，因而有关堆石料强度和变性特性的系统研究成果较少。这就导致无法系统地研究堆石料的临界状态。

1.3 堆石料静动力本构模型

在外力作用下，土体内部产生的应力应变以及时间之间有一定的关系，称为“土的本构关系”^[33]。对于土的本构关系理论的系统研究，在国外已有 40 多年历史^[34]，而我国也对此进行了 30 多年的研究，目前，国内外研究者提出的本构关系的数学模型已达数以百计。这些模型有的是以土力学的基本原则建立起来的，有的是试验基础上提出来的，有的是纯理论方面的推导。

Poul V. Lade^[34]和他的学术团队总结了当今世界上最具影响力的 31 种模型，把它们分为线弹性模型，非线性弹性模型、临界状态模型、亚塑性模型、多屈服面模型、双屈服面模型、边界面模型、单屈服面模型。这些模型有的为静力模型，有的为动力模型。文中对各种模型对排水条件的适用性、能否用于软化、能否用于大变形以及适用土类等作了系统的总结。

国内对于堆石坝静力计算和动力计算往往是人为分开独立进行的，通常又把动力问题分离为动力反应问题和动力永久变形分析两个过程。在堆石坝的静力计算中得到广泛应用的模型主要是以邓肯-张模型、修正 K-G 模型为代表的非线性弹性模型和以双屈服面模型、剑桥模型为代表的弹塑性模型；用于动力分析的模型，常见的主要有：双线性模型、

黏弹性模型和弹塑性模型。下面将对用于堆石料的常见静动力本构模型进行总结。

1.3.1 堆石料静力本构模型

堆石坝的计算分析中，主要采用非线性弹性模型，其中尤以邓肯-张双曲线模型的应用最为广泛，近年来，以 Domaschuk 和 Wade^[35] 的 $K-G$ 模型为基础，我国学者致力于采用 $K-G$ 模型来描述粗粒土的应力应变特性，张斌、曲智炯等^[36]引用 Prevost 的软化曲线表达式推导出考虑应变软化与剪胀因素的粗粒土简化非线性 $K-G$ 模型，高莲士等^[37]通过考虑 p 、 q 的耦合作用反映堆石的剪胀性，同时还考虑应力路径的影响，提出了清华解耦 $K-G$ 模型。此外，还有部分计算分析采用了弹塑性模型，其中一般以双屈服面弹塑性模型较为多见，主要是河海大学殷宗泽^[38]提出的椭圆-抛物双屈服面模型和南京水利科学研究院沈珠江^[39]提出的椭圆-幂函数双屈服面模型。这些模型从不同的方面反映了堆石料的应力应变关系。下面简要介绍最常用的邓肯-张双曲线模型和南水双屈服面弹塑性模型。

1. 邓肯-张双曲线模型

邓肯等人根据康纳 (Kondner) 的建议，将三轴剪切试验中当 σ_3 等于常数时的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$ 关系和 $\epsilon_3 - \epsilon_1$ 关系近似的用双曲线来表示为

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\epsilon_1}{a + b\epsilon_1} \quad (1.4)$$

$$\epsilon_3 = \frac{h\epsilon_1}{1 - d\epsilon_1} \quad (1.5)$$

在上述两个基本假定的基础上，邓肯和张推导了切线弹性模量和切线泊松比的表达式，称为著名的 $E-\mu$ 模型。模型中的两个弹性常数的表达式为

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f (1 - \sin\varphi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2c\cos\varphi + 2\sigma_3 \sin\varphi} \right]^2 K_i p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (1.6)$$

$$\nu_t = \frac{d\epsilon_3}{d\epsilon_1} = \frac{G - F \lg (\sigma_3 / p_a)}{d (\sigma_1 - \sigma_3)} \quad (1.7)$$

$$K_i p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3) (1 - \sin\varphi)}{2c\cos\varphi + 2\sigma_3 \sin\varphi} \right]$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c\cos\varphi + 2\sigma_3 \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} \quad (1.8)$$

式中： K 、 n 、 R_f 、 G 、 F 、 D 为模型参数； R_f 为破坏比： $R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}$ ； $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 为剪应力极限值； $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 为破坏剪应力，根据莫尔-库仑强度准则通过式 (1.8) 确定； c 为黏聚力； φ 为内摩擦角。

卸荷和重复加载时的回弹模量采用式 (1.9) 计算：

$$E_w = K_w p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (1.9)$$

式中: K_w 为回弹模量指数, 一般取 $K_w = (1.5 \sim 3) K$ 。

式 (1.6)、式 (1.7)、式 (1.9) 构成了邓肯—张 $E-\mu$ 模型。模型共有 9 个参数。

1980 年, Duncan 提出了修正模型, 用切线体积模量 K_t 替换原模型中的切线泊松比 μ_t , 并假设 K_t 与侧限压力 σ_3 关系亦采用 Janbu 公式形式:

$$K_t = \frac{dp}{d\epsilon_v} = K_b p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^m \quad (1.10)$$

式中: K_b 及 m 分别为切线体积模量系数与指数。

式 (1.6) 与式 (1.10) 共同构成了邓肯—张 $E-B$ 模型。模型共有 8 个参数。

2. 南水模型

沈珠江于 1990 年在第五届土力学及基础工程讨论会上提出了椭圆-幂函数双屈服面模型。他把屈服面看做弹性区域的边界, 用塑性系数的概念代替传统的硬化参数概念, 其重要的特点是可以利用大家熟知的邓肯—张模型参数进行计算, 从而方便推广。具体思想如下:

采用下列双屈服面:

$$f_1 = p^2 + r^2 \tau^2 \quad (1.11)$$

$$f_2 = \tau^s / p \quad (1.12)$$

式中: $p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$; $\tau = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}$ (τ 为剪应力, 可以取不同的形式, 这里以八面体剪应力为例); r 为椭圆的长短轴之比; s 为幂次, 对于堆石料, 两个值都建议建议取 2。

应变增量按下列公式计算:

$$\{\Delta\epsilon^p\} = A_1 \{n_1\} \left\{ \frac{\alpha f_1}{\alpha\sigma} \right\} \{\Delta\sigma\} + A_2 \{n_2\} \left\{ \frac{\alpha f_2}{\alpha\sigma} \right\} \{\Delta\sigma\} \quad (1.13)$$

$$\Delta\epsilon_{ij} = \Delta\epsilon_{ij}^e + A_1 \Delta f_1 \frac{\alpha f_1}{\alpha\sigma_{ij}} + A_2 \Delta f_2 \frac{\alpha f_2}{\alpha\sigma_{ij}} = [\mathbf{D}]^{-1} \{\Delta\sigma\} + A_1 \Delta f_1 \frac{\alpha f_1}{\alpha\sigma_{ij}} + A_2 \Delta f_2 \frac{\alpha f_2}{\alpha\sigma_{ij}} \quad (1.14)$$

写成具体形式为

$$\Delta\epsilon_v = \frac{\Delta p}{K} + A_1 \frac{\partial f_1}{\partial p} \Delta f_1 + A_2 \frac{\partial f_2}{\partial p} \Delta f_2 = \frac{\Delta p}{K} + \left(4p^2 A_1 + \frac{\tau^{2s}}{p^4} A_2 \right) \Delta p + \left(4r^2 p \tau A_1 - \frac{s\tau^{2s}}{P^3 \tau} A_2 \right) \Delta \tau \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_q &= \frac{\Delta\tau}{G} + \frac{2}{3} \left(A_1 \frac{\partial f_1}{\partial q} \Delta f_1 + A_2 \frac{\partial f_2}{\partial q} \Delta f_2 \right) = \frac{\Delta\tau}{G} + \\ &\quad \frac{2}{3} \left[\left(4r^4 \tau^2 A_1 + \frac{s^2 \tau^{2s}}{p^2 \tau^2} A_2 \right) \Delta q + \left(4r^2 p \tau A_1 - \frac{s\tau^{2s}}{p^3 \tau} A_2 \right) \Delta p \right] \end{aligned} \quad (1.16)$$

或表示为

$$\{\Delta\sigma\} = [\mathbf{D}]^{ep} \{\Delta\epsilon\} \quad (1.17)$$

式中: A_1 、 A_2 为相应于屈服面 f_1 、 f_2 的塑性系数, 为非负数; $\{n_1\}$ 、 $\{n_2\}$ 为屈服面法

线的方向余弦； $[D]$ 为弹性矩阵； $[D]_{ep}$ 为弹塑性矩阵。

设 $f_{1\max}$ 和 $f_{2\max}$ 为历史上最大的 f_1 和 f_2 ，则当 $f_1 > f_{1\max}$ 且 $f_2 > f_{2\max}$ 时判为全加荷， A_1 和 A_2 均大于零；当 $f_1 \leq f_{1\max}$ 或 $f_2 \leq f_{2\max}$ 时判为部分加荷， $A_1 = 0$ 或 $A_2 = 0$ ；当 $f_1 \leq f_{1\max}$ 且 $f_2 \leq f_{2\max}$ 时判为全卸荷 $A_1 = A_2 = 0$ 。

针对常规三轴试验：

$$\Delta p = \frac{1}{3} (\Delta \sigma_1 + 2\Delta \sigma_3) = \frac{\Delta \sigma_1}{3} \quad (1.18)$$

$$\Delta \tau = \Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3 = \Delta \sigma_1 \quad (1.19)$$

$$\Delta \varepsilon_v = \Delta \varepsilon_1 + 2\Delta \varepsilon_3 \quad (1.20)$$

$$\Delta \varepsilon_q = (2/3) [(\Delta \varepsilon_1 - \Delta \varepsilon_2)^2 + (\Delta \varepsilon_2 - \Delta \varepsilon_3)^2 + (\Delta \varepsilon_3 - \Delta \varepsilon_1)^2]^{1/2} \quad (1.21)$$

$$E_t = \frac{\Delta \sigma_1}{\Delta \varepsilon_1}, \mu_t = -\frac{\Delta \varepsilon_3}{\Delta \varepsilon_1} \quad (1.22)$$

将式 (1.18) ~ 式 (1.22) 带入式 (1.15)，式 (1.16) 可求得 A_1 和 A_2 为

$$A_1 = \frac{r^2 \left(\frac{9}{E_t} - \frac{3\mu_t}{E_t} - \frac{3}{G_{ur}} \right) + 2s \left(\frac{3\mu_t}{E_t} - \frac{1}{B_{ur}} \right)}{(s + \eta^2 r^2)(1 + \eta r^2)} \quad (1.23)$$

$$A_2 = \frac{\left(\frac{9}{E_t} - \frac{3\mu_t}{E_t} - \frac{3}{G_e} \right) - r^2 \eta \left(\frac{3\mu_t}{E_t} - \frac{1}{B_e} \right)}{(s + \eta^2 r^2)(s - \eta)} \quad (1.24)$$

式中： $\eta = \tau/p$ ； E_t 为邓肯模型中的切线杨氏模量，按式 (1.6) 计算。

体变部分将邓肯-张模型的切线泊松比改用切线体积比 $\mu_t = \frac{\Delta \varepsilon_v}{\Delta \varepsilon_1}$ ，并按下式计算：

$$\mu_t = 2c_d \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^{n_d} \frac{E_i R_s}{\sigma_1 - \sigma_3} \frac{1 - R_d}{R_d} \left(1 - \frac{R_s}{1 - R_s} \frac{1 - R_d}{R_d} \right) \quad (1.25)$$

c_d 、 n_d 和 R_d 为代替 G 、 F 、 D 的另外三个参数，物理意义为： c_d 为 $\sigma_3 = p_a$ 时的最大收缩体应变， n_d 为收缩体应变随 σ_3 的增加而增加的幂次； R_d 为发生最大收缩时的 $(\sigma_1 - \sigma_3)_d$ 与极限值 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 之比。回弹时的体积和剪切模量按下式计算：

$$K_{ur} = \frac{E_{ur}}{3(1 - 2\nu)} \quad (1.26)$$

$$G_{ur} = \frac{E_{ur}}{3(1 + \nu)} \quad (1.27)$$

$$E_{ur} = K_{ur} p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (1.28)$$

应用 Prandtl-Reuss 流动法则可以推出应力应变关系：

$$\Delta p = B_p \Delta \varepsilon_v - P \frac{\Delta e_{hk}}{\sigma_s} \Delta e_{hk} \quad (1.29)$$

$$\Delta s_{ij} = 2G \Delta e_{ij} - P \frac{\Delta s_{ij}}{\sigma_s} \Delta \varepsilon_v - Q \frac{s_{ij} s_{hk}}{\sigma_s^2} \Delta e_{hk} \quad (1.30)$$

$$\Delta\sigma_{ij} = \Delta p + \Delta s_{ij} \quad (1.31)$$

将式(1.31)展开后, 可得弹塑性矩阵 $[D]_{ep}$ 的具体形式为

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc} (B_p + \frac{4}{3}G) - \frac{P}{\sigma_s} * (s_{11} + s_{11}) - Q \frac{s_{11}}{\sigma_s^2} s_{11} & (B_p - \frac{2}{3}G) - \frac{P}{\sigma_s} * (s_{11} + s_{22}) - Q \frac{s_{11}}{\sigma_s^2} s_{22} & (B_p - \frac{2}{3}G) - \frac{P}{\sigma_s} * (s_{11} + s_{33}) - Q \frac{s_{11}}{\sigma_s^2} s_{33} \\ (B_p - \frac{2}{3}G) - \frac{P}{\sigma_s} * (s_{11} + s_{22}) - Q \frac{s_{22}}{\sigma_s^2} s_{11} & (B_p + \frac{4}{3}G) - \frac{P}{\sigma_s} * (s_{22} + s_{22}) - Q \frac{s_{22}}{\sigma_s^2} s_{22} & (B_p - \frac{2}{3}G) - \frac{P}{\sigma_s} * (s_{22} + s_{33}) - Q \frac{s_{22}}{\sigma_s^2} s_{33} \\ (B_p - \frac{2}{3}G) - \frac{P}{\sigma_s} * (s_{11} + s_{33}) - Q \frac{s_{33}}{\sigma_s^2} s_{11} & (B_p - \frac{2}{3}G) - \frac{P}{\sigma_s} * (s_{22} + s_{33}) - Q \frac{s_{33}}{\sigma_s^2} s_{22} & (B_p + \frac{4}{3}G) - \frac{P}{\sigma_s} * (s_{33} + s_{33}) - Q \frac{s_{33}}{\sigma_s^2} s_{33} \\ -\frac{P}{\sigma_s} s_{12} - Q \frac{s_{12}}{\sigma_s^2} s_{11} & -\frac{P}{\sigma_s} s_{12} - Q \frac{s_{12}}{\sigma_s^2} s_{22} & -\frac{P}{\sigma_s} s_{12} - Q \frac{s_{12}}{\sigma_s^2} s_{33} \\ -\frac{P}{\sigma_s} s_{13} - Q \frac{s_{13}}{\sigma_s^2} s_{11} & -\frac{P}{\sigma_s} s_{13} - Q \frac{s_{13}}{\sigma_s^2} s_{22} & -\frac{P}{\sigma_s} s_{13} - Q \frac{s_{13}}{\sigma_s^2} s_{33} \\ -\frac{P}{\sigma_s} s_{23} - Q \frac{s_{23}}{\sigma_s^2} s_{11} & -\frac{P}{\sigma_s} s_{23} - Q \frac{s_{23}}{\sigma_s^2} s_{22} & -\frac{P}{\sigma_s} s_{23} - Q \frac{s_{23}}{\sigma_s^2} s_{33} \end{array} \right] \\ & \left[\begin{array}{ccc} s_{12} \left[-\frac{P}{\sigma_s} - Q \frac{s_{11}}{\sigma_s^2} \right] & s_{13} \left[-\frac{P}{\sigma_s} - Q \frac{s_{11}}{\sigma_s^2} \right] & s_{23} \left[-\frac{P}{\sigma_s} - Q \frac{s_{11}}{\sigma_s^2} \right] \\ s_{12} \left[-\frac{P}{\sigma_s} - Q \frac{s_{22}}{\sigma_s^2} \right] & s_{13} \left[-\frac{P}{\sigma_s} - Q \frac{s_{22}}{\sigma_s^2} \right] & s_{23} \left[-\frac{P}{\sigma_s} - Q \frac{s_{22}}{\sigma_s^2} \right] \\ -\left(G - Q \frac{s_{12}}{\sigma_s^2} \right) s_{12} & -Q \frac{s_{12}}{\sigma_s^2} s_{13} & -Q \frac{s_{12}}{\sigma_s^2} s_{23} \\ -Q \frac{s_{13}}{\sigma_s^2} s_{12} & \left(G - Q \frac{s_{13}}{\sigma_s^2} s_{13} \right) & -Q \frac{s_{13}}{\sigma_s^2} s_{23} \\ -Q \frac{s_{23}}{\sigma_s^2} s_{12} & -Q \frac{s_{23}}{\sigma_s^2} s_{13} & -\left(G - Q \frac{s_{23}}{\sigma_s^2} s_{23} \right) \end{array} \right] \end{aligned}$$

3. 堆石本构模型的应用评价

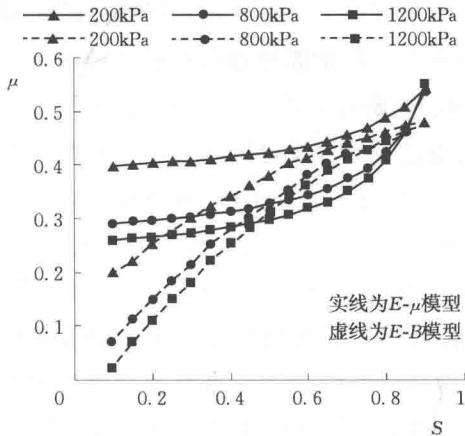
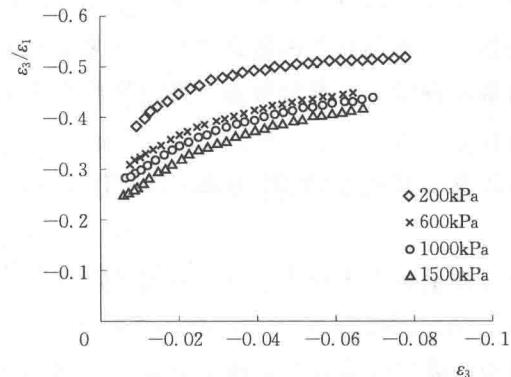
邓肯-张模型具有下述特点:

(1) 通过 E 、 μ 或 B 随应力的变化, 用于增量有限元计算, 邓肯-张模型反映了土体的非线性变形特性; 通过加荷模量与卸荷模量的不同, 间接地反映了土体的塑性变形, 反映了土体的非弹性。

(2) 模型恰当地反映了剪切变形随应力水平的增加而增加, 随围压的增加而减小的特点; 反映了体积变形随围压的增加而减小, 即土体的压硬性。

(3) 不能反映剪胀, 图 1.1 给出了某砾质土采用 $E-B$ 模型与 $E-\mu$ 模型计算出的切线泊松比 ν_t 与应力水平 S 的关系曲线, 以该结果为例来讨论 $E-\mu$ 模型与 $E-B$ 模型对体变描述的主要差别及局限性。 $E-B$ 模型算出的切线泊松比在应力水平较低时很小, 而在应力水平较高时, 泊松比则变得较大并接近其极限值 0.5, 但小于 0.5, 这意味着 $E-B$ 模型不可能反映粗颗粒土在剪切过程中发生的体胀现象; 从另外一个角度讲, 对于 $\epsilon_v - \epsilon_a$ 的双曲线假设使得体积应变增量 $\Delta\epsilon_v \geq 0$ 恒成立, 即体积应变增量不可能为负, 自然也就不能反映剪切过程中的体积膨胀了, 因此, $E-B$ 模型不能合理地描述粗颗粒土的体变特性。图 1.1 还表明, $E-\mu$ 模型算出的切线泊松比在应力水平较低时, 接近一个常数, 在应力水平较高时, 可能接近或超过 0.5, 这意味着 $E-\mu$ 模型在定性上可以反映粗颗粒土在应力水平较高时出现的体胀现象, 而现实中体胀现象一般发生在密实堆石料在应力水平较低

时, $E-\mu$ 模型算的结果与实际不符。为了定量验证 $E-\mu$ 模型对粗颗粒土体变特性的描述精度, 图 1.2 给出了上述砾质土心墙料三轴试验测得的 $\epsilon_3/\epsilon_1 - \epsilon_1$ 关系曲线。从图 1.2 可以看出, $\epsilon_3/\epsilon_1 - \epsilon_1$ 不存在明显的线性相关性, 也就是说, ϵ_3 与 ϵ_1 未表现出明显的双曲线关系。 ϵ_3 与 ϵ_1 的双曲线假设用于粗颗粒土变形分析时会带来一定的误差。

图 1.1 泊松比 μ 与应力水平 S 关系图 1.2 双江口心墙料($\epsilon_3/\epsilon_1 - \epsilon_1$)— ϵ_3 关系

(4) 模型对于 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_a$ 的双曲线假设使得剪应力增量 $\Delta(\sigma_1 - \sigma_3) \geq 0$ 恒成立, 即剪应力增量不可能为负, 自然也就不能反映剪切过程中的应变软化了。

基于此, 不少人建议对其体变的描述方式进行改进, 如郭庆国^[40]建议用割线模量和割线泊松比反映应力-应变曲线的非线性特性, 以便于区分应变软化和应变硬化; 张启岳、司洪祥^[41]采用指数方程表达抗剪强度, 基于 $\epsilon_v - \epsilon_a$ 偏离非双曲线的事实, 采用 Daniel 公式计算切线泊松比, 对原邓肯-张模型进行了较大修改; 张嘎等^[18]、罗刚等^[42]针对邓肯-张模型在描述体变特性方面的不足, 基于试验结果提出了新的体变描述公式, 提出了邓肯-张模型的改进模型。

沈珠江提出的“南水”模型引入体积屈服面和剪切屈服面, 加、卸载准则由屈服函数定义, 并用两个塑性系数定义模量的大小, 较好地反映了堆石料的卸荷体缩特性和各向异性。与邓肯-张模型相比, 具有下列特点:

- (1) 南水模型为弹塑性模型, 在理论上比较接近土体应力变形的实际情况, 理论体系比较严密。
- (2) 体积应变和轴向应变 $\epsilon_v - \epsilon_a$ 的抛物线假设, 使其能够反映土体的剪胀性; 但在高围压或较大的剪应变条件下, 仍存在着模拟土的剪胀性太大的不足。
- (3) 模型的大部分参数与邓肯-张模型的参数一致, 参数获取简单, 且与邓肯-张模型一样在工程分析中积累了大量的经验。

上述模型为堆石坝有限元数值分析中应用最为广泛的两个模型。虽然有一定的缺陷, 但由于这两个模型在实际工程中得到了广泛应用, 无论是参数求取还是实例分析均积累

了丰富的经验，因此可以获得较为丰富的工程类比成果。故采用上面两个模型并结合一些适当的修正，其计算分析的结果基本上可以反映堆石坝的实际变形特征，从工程实用的角度而言，其分析结果也较为可信。

但上述模型仅从数学表达式的角度解释了现象，从表观性状入手，利用试验得出应力应变关系，采用数学表达式对试验曲线进行拟合，未从机理上进行分析，不能考虑材料状态（如孔隙比和各向异性张量等）变化的影响。对具有不同密度的堆石料进行分析时，具体做法是将具有不同密度的同一种堆石料作为不同的材料，分别用多组参数进行的模拟，这既不科学，又费时费力。同时模型对于工程运行过程中密度变化较大的情况无能为力。

1.3.2 堆石料的动力本构模型

如果在动荷载条件下，研究土体内部应力-应变之间的关系则称为“土的动力本构关系”。它是表征土动力学特性的重要关系，是土动力学研究的中心问题之一，也是分析土动力失稳过程等一系列特性的重要基础。在用有限元解决土体内的应力及强度变形稳定问题时，它也是必不可少的基本关系^[43]。

目前，已经建立的动力本构模型已多达数十个，大致可分为两个部分，即黏弹性理论和弹塑性理论，它们是根据动力作用下三个基本的力学元件即弹性模型（R. Hooke 模型）、黏性模型（I. Newton 模型）、塑性模型（St. Venant 模型）的不同组合而得到的。刘汉龙^[44]、孔亮^[45]、李亮^[46]等对目前已有的动力本构理论进行了深入的总结，下面在他们的总结的基础上对常用的动力模型进行简要介绍。

1. 基于黏弹性理论的土体动力本构模型

土的黏弹性模型主要有线性黏弹性模型〔凯尔文（Kelvin）模型〕，等效线性模型、曼辛型非线性模型三种。凯尔文模型是最早的和最简单的模型，它是由一个线性弹簧和一个线性阻尼器并联组成，它能表明土的动力性质随振动频率的变化，但不能反映剪切模量和阻尼比随动应变而变化的非线性性质，也不能反映土在周期荷载作用下呈现出的应力应变关系的滞后性，特别是不能用于大应变情况下进行动力反应分析；等效线性模型是目前应用最为广泛的一种黏弹性模型，它能够反映土在周期荷载下应力应变关系的非线性和滞后性特点，该模型把土体视为黏弹性材料（因此不能反应永久变形），采用等效弹性模量 E （或 G ）和等效阻尼比 λ 这两个参数来反映土动应力-动应变关系的两个基本特征，并且将模量和阻尼比均表示为动应变幅值的函数，即 $E_d = E(\epsilon_d)$ 和 $\lambda = \lambda(\epsilon_d)$ 。同时，在确定上述关系中考虑静力有效平均主应力的影响，Hardin - Drnevich 双曲线模型、Ramberg - Osgood 模型以及一些组合曲线模型均属于等效线性模型，等效线性方法本质上仍然是弹性方法，不能够计算地震引起的永久变形，常常需要借助经验公式估算永久变形的大小；曼辛型模型则是以等效线性模型曲线为骨干，改用瞬时剪切模量代替前面的等效剪切模量，根