

基于连接函数的 熵市场及风险度量

Risk Correlation Measurement in
Entropic Market with Copula Approach

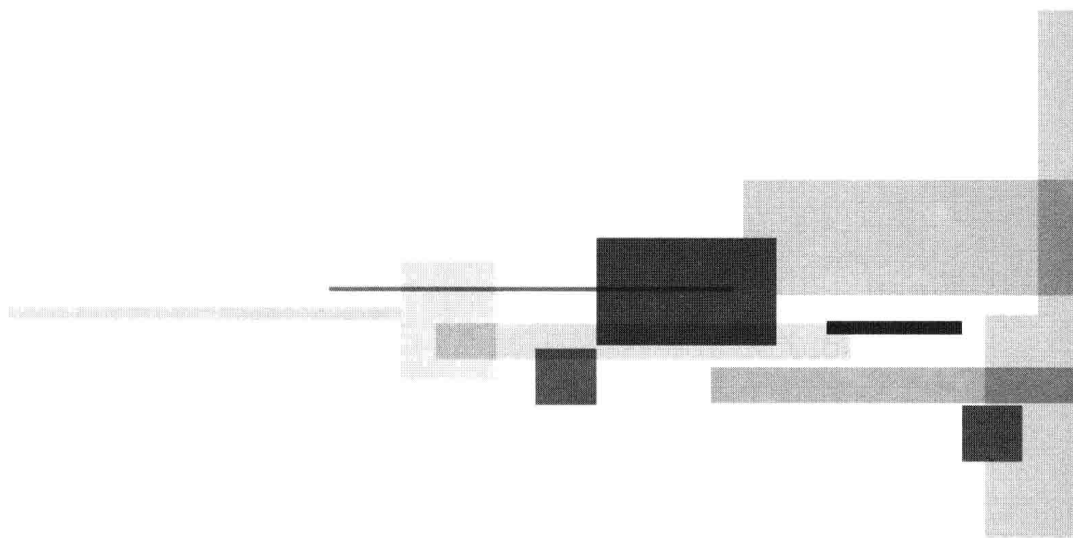
赵 宁 著

中国社会科学出版社

基于连接函数的 熵市场及风险度量

Risk Correlation Measurement in
Entropic Market with Copula Approach

赵 宁 著



中国社会科学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

基于连接函数的熵市场及风险度量/赵宁著. —北京:
中国社会科学出版社, 2015. 2

ISBN 978 - 7 - 5161 - 5524 - 0

I. ①基… II. ①赵… III. ①熵—应用—金融市场
IV. ①F831. 5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 026865 号

出 版 人 赵剑英

责任编辑 卢小生

特约编辑 林一木

责任校对 王佳玉

责任印制 王超

出 版 中国社会科学出版社

社 址 北京鼓楼西大街甲 158 号 (邮编 100720)

网 址 <http://www.csspw.cn>

中文域名: 中国社科网 010 - 64070619

发 行 部 010 - 84083635

门 市 部 010 - 84029450

经 销 新华书店及其他书店

印 刷 北京市大兴区新魏印刷厂

装 订 廊坊市广阳区广增装订厂

版 次 2015 年 2 月第 1 版

印 次 2015 年 2 月第 1 次印刷

开 本 710 × 1000 1/16

印 张 9.5

插 页 2

字 数 163 千字

定 价 30.00 元

凡购买中国社会科学出版社图书, 如有质量问题请与本社发行部联系调换
电话: 010 - 84083683

版权所有 侵权必究

本书得到以下项目资助：

国家自然科学基金天元基金

“基于Copula贝叶斯估计的IT商业价值研究”（批准号：11226250）

国家博士后基金54批面上项目

“基于Copula贝叶斯估计的危机后期系统风险动态分析”（批准号：2013M541236）

辽宁省教育厅重点实验室基础研究项目

“基于Copula的后危机时代系统风险分析”（批准号：LZ2014048）

国家自然科学基金面上项目

“上市金融机构系统性风险传导与演化机制实证与模拟研究”（批准号：71273042）

东北财经大学青年科研人才培育项目

“信息技术投资回报及驱动作用动态分析”（批准号：DUF2014Q22）

前 言

量化分析在金融研究中占有重要地位，数量化模型一直被认为是现代金融的核心内容之一。熵理论作为由热力学物理中诞生并发展至今的特殊量化框架，为变幻莫测的金融市场带来了新的理念和研究工具。本书将以熵概念为基础，着重介绍熵及连接函数（Copula）在金融研究中的一些应用。

熵作为不确定性的一种定量化的度量工具，奠定了现代信息论的理论基础，随后最大熵原理及最小叉熵原理进一步丰富了熵的内涵。以此为基础，熵进入金融量化研究领域，以熵为工具和研究理念的市场结构框架被称为熵市场框架。

熵市场框架的构建拓宽了金融研究理论框架，但熵理论本身存在一个结构性的假设——独立性，这项假设的存在限制了熵作为研究工具在金融研究中的应用范围，为了拓宽它的应用领域，本书将 Copula 概念融入熵市场框架下，在相关性风险度量、投资组合优化及投资期限问题上予以应用。

首先，针对投资前期的市场选择问题，以区域证券指数的联合波动情况代表市场因素变化的思路，建立了更加完备可信的市场因素，以此为基础所提出的 Copula 熵的概念，用以作为市场内部相关程度的衡量指标，以评估市场内部风险。通过对比分析 Copula 熵、相关系数及互信息，证明了 Copula 熵在度量相关性问题上的有效性及优势。数据试验中，以 Copula 熵为衡量指标度量了三大经济区域市场内部风险的时变性及结构差异性，以经济理论对分析的有效性进行了验证。

其次，针对投资组合问题中的基金投资问题，提出了两阶段分析法：基金成分股联合波动分析以及基金组合分析。根据所建立的联合熵优化模型推导出针对不同情况的求解方法：联合熵对偶法和 Copula 熵数值法。本书将 Jayness 极大熵优化模型进行扩展，借鉴熵优化问题的对偶方法推

导出最大联合熵及最小联合叉熵的优化问题求解方法。通过 Copula 熵与熵理论之间的联系，建立了联合熵与 Copula 熵之间的转化关系，提出了基于 Copula 熵的求解方法。利用 Copula 的构建思想将熵优化扩展到多元的情况，拓宽了熵理论在投资组合问题中的适用范围。由于基金等封装类的金融产品在我国属于新兴金融产品，缺少其本身的历史数据作为投资参考，该方法可以帮助投资者通过成分股信息分析基金组合，并形成适当的投资策略。

最后，本书针对 CES - CAPM 模型中的投资期限问题尝试性使用了 Copula 贝叶斯估计方法，用以获得参数系统风险值与投资期限比的后验分布。在样本数据相关性明显存在的有力证据下，使用似不相关回归 (Seemingly Unrelated Regressions, SUR) 替代普通估计方法进行参数估计；使用 Copula 贝叶斯估计替代原有贝叶斯估计方法进行了估计。似不相关回归的使用主要用以考虑残差之间相关性对参数的影响，Copula 贝叶斯方法将基于 Copula 联合函数获得后验分布。数据试验分析了 6 个工业产业证券收益所受系统风险与其投资期限比之间的关系，进行了灵敏度分析。

本书全部章节名均采用中文，其中依惯例将 Copula 译为连接函数。鉴于笔者能力有限，本书难免有疏漏之处，望批评指正。在此，感谢东北财经大学金融学院对本书出版的大力支持，感谢李兴斯教授、丰雪副教授对本书提供的宝贵意见。

目 录

前言	1
第一章 绪论	1
第一节 研究目的及意义	1
第二节 熵在金融领域的应用及发展	6
第三节 连接函数方法的应用及发展	10
第二章 连接函数理论	16
第一节 相关性研究	16
第二节 连接函数的定义	19
第三节 连接函数的基本分类	21
附录一 连接函数生成	27
第三章 熵函数及熵市场	30
第一节 熵介绍	34
一 熵在热力学中的起源	34
二 信息论中的熵	35
第二节 熵优化原理	37
一 最大熵优化	37
二 最小叉熵优化	41
附录二 熵优化推导	46
第三节 熵与风险度量	49
一 基于熵的风险度量	52
二 熵和方差的统一	54

三 风险估计	56
第四节 熵市场假设	59
一 风险中性定价的理论框架	61
二 熵市场假设理论	65
附录三 熵市场假设例题	67
第四章 连接函数熵的相关性度量	69
第一节 连接函数熵的定义	69
第二节 相关性度量指标比较分析	71
第三节 连接函数熵的建立	74
一 边际分布	75
二 相关结构	76
三 连接函数熵的计算	77
第四节 市场相关程度度量	77
一 样本数据	79
二 二元连接函数熵	83
三 三元连接函数熵	87
四 比较分析	88
第五章 连接函数熵的优化问题	91
第一节 投资组合问题与熵优化	91
第二节 联合熵的优化问题	93
第三节 联合熵优化的对偶	95
第四节 连接函数熵优化	96
第六章 连接函数贝叶斯估计	101
第一节 贝叶斯方法及其应用	101
一 贝叶斯估计原理概述	103
二 贝叶斯先验分布与似然函数	105
第二节 连接函数贝叶斯方法	107
一 连接函数贝叶斯方法的有效性	107
二 连接函数贝叶斯估计的基本理论	108

第三节 CES 函数的推导及转化·····	109
第四节 连接函数贝叶斯估计在投资期限研究中的应用·····	111
一 CAPM 投资期限问题的提出 ·····	111
二 数据表述与描述性统计·····	113
三 投资期限模型的参数估计·····	115
四 对称连接函数似然函数·····	118
五 Archimedean - 连接函数的似然函数 ·····	120
六 结果分析·····	122
结语·····	127
参考文献·····	129

第一章 绪论

第一节 研究目的及意义

金融数学是指应用数学理论和方法,研究金融运行规律的一门边缘学科。其核心问题是收益与风险的博弈,也就是在不确定条件下实现有效资产组合选择和定价的理论。它的历史可以追溯到1900年,法国数学家Bachelier在他的博士学位论文《投机的理论》(*The Theory of Speculation*)中以布朗运动建立随机模型,并将其应用在期权评估中,这项研究为金融数学的发展奠定了基础。^①但该工作很长时间并没有引起金融数学界的重视,直到1952年Markowitz^②的著名论文投资组合选择(Portfolio selection)的出现,该模型以均值一方差的形式首创了收益与风险相对应的金融量化研究模型。以此为基础,Sharpe^③、Lintner^④、Mossin^⑤提出了著名的资本资产定价模型(Capital Asset Pricing Model, CAPM)。1976年, Ross (1965)提出了套利定价理论(The Arbitrage Pricing Theory, APT)。Markowitz于1990年荣获了诺贝尔经济学奖,随后, Scholes 和 Merton 均以期权定价理论荣获了1997年诺贝尔经济学奖。这两套理论在国际金融

① Bachelier, L., "Théorie de la Speculation", *Annales Scientifiques del école Normale Supérieure*, Vol. 3, No. 17, 1900, pp. 21 - 86.

② Markowitz, H., "Portfolio Selection", *The Journal of Finance*, Vol. 7, 1952, pp. 77 - 91.

③ Sharpe, W. F., "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions Risk", *Journal of Finance*, Vol. 19, 1964, pp. 425 - 442.

④ Lintner, J., "The Valuation of Risk Asset and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolio and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 47, 1965, pp. 13 - 37.

⑤ Mossin, J., "Equilibrium in a Capital Asset Market", *Econometric*, Vol. 34, 1966, pp. 768 - 783.

中心——华尔街被称为重大的革命。现代证券组合理论、资本资产定价理论、套利定价理论、期权定价理论被认为组成了现代金融数学理论的核心内容。

金融资产运作的本质是一场收益与风险的博弈，金融活动经过漫长时间的演化，越来越多的因素被加入分析中，随着金融市场的复杂化，探索其变化规律的研究也趋于多样。然而，无论各种因素如何变化，研究手段如何发展，我们想得到的依然是对未知的掌控，对收益的计算，对风险的度量，对更加适当的实务操作的探究。金融数学作为一门边缘学科，应用大量的数学理论方法、解决金融中与之相关的理论及实务问题，例如，风险的估量、最优组合配置、金融产品定价，等等。

由于金融问题的日趋复杂，计算精度要求的提高，所用数学知识，除基础知识外，大量现代数学理论和方法不断被加入金融理论研究和实务中。1995年，美国花旗银行（City Bank）副总裁柯林斯（Collins）在英国剑桥大学牛顿数学科学研究所的讲演中说：“在18世纪初，和牛顿（Newton）同时代的著名数学家 Bernoulli 曾宣称：‘从事物理学研究而不懂数学的人实际上处理的是意义不大的东西。’那时候，这样的说法对物理学而言是正确的，但对银行业而言不一定对。在18世纪，你可以没有任何数学训练而很好地运作银行。过去对物理学而言是正确的说法现在对于银行业也正确了。于是现在可以这样说：‘从事银行业工作而不懂数学的人实际上处理的是意义不大的东西。’”他还指出：花旗银行70%的业务依赖于数学，他还特别强调，“如果没有数学发展起来的工具和技术，许多事情我们是一点办法也没有的……没有数学我们不可能生存”。这里银行家用他的经验描述了数学的重要性。

冷战结束后，美国原先在军事系统工作的数以千计的科学家进入华尔街，大规模的基金管理公司纷纷开始雇用数学博士或物理学博士。这是一个重要信号：金融市场不是战场，却远胜于战场。但是市场和战场都离不开复杂艰深而迅速的计算工作。

然而，在国内却不能回避这样一个事实：受过高等教育的专业人士都可以读懂国内经济类、金融类核心期刊，但国内金融专业的本科生却很难读懂本专业的国际核心期刊 *Journal of Finance*，证券投资基金经理少有人去阅读 *Journal of Portfolio Management*，其原因不在于外语的熟练程度，而在于内容和研究方法上的差异，目前国内较多停留在以描述性分析为主

的方法，或称为描述金融；而国外学术界以及实务界则以数量性分析为主，或称为分析金融。

再回到柯林斯的讲话，在金融证券化趋势中，无论是我们采用统计学的方法分析历史数据，寻找价格波动规律，还是用数学分析的方法去复制金融产品，谁最先发现了内在规律，谁就能在瞬息万变的金融市场中获取高额利润。金融问题中，数学方法的开发、扩展以及改进对我国金融研究的未来发展将起到不可估量的重要作用。

近 20 年是一个世界经济加速融合和变迁的阶段，国际大额资本加速流动，金融产品及衍生品的日趋复杂，信息技术的发展，跨国经济活动的迅速增加都使得世界各地的经济联系越来越密切，各范围内的金融市场，其系统风险不再是一个独立的待估量的个体：以地域为单位的平行市场之间相关性的增强，市场之间相关结构的变化，以及同一地域内不同资本流向，市场之间的联动问题已经很大程度上决定着系统风险状况，并逐渐受到越来越多的关注。而这一阶段，对我国的金融市场来说，却是一个由诞生到发展，由建立到成长，由孤立运作到逐步开放的过程。随着市场放开，我国将受到越来越多的来自跨国家跨市场的影响，如跨国竞争冲撞加剧，资本流动能力增强，防范危机的难度加大等。尤其是近几年，金融问题频发、全球经济联动效应的快速增强，小范围内金融问题的爆发，几乎都会随着这种联动效应席卷全球，这是 20 年前未出现过的局面。

20 世纪 90 年代初期，这种状况还不明显，1991 年日本曾经出现资产价格泡沫危机，但当时亚洲经济并没更大程度上受到影响；1992—1993 年欧洲出现的汇率制的“黑色星期三”，墨西哥 1994 年由于投机性攻击和债务拖欠，出现的经济危机，其后续效应的时间都并不长；但到了 1997 年发生了泰国金融危机，却历时弥久，甚至席卷整个东南亚，成为地域性的危机。2007 年又出现了美国的次贷危机，它的影响和连带作用至今尚未消退。在这些金融危机中，我们可以总结出一些规律：由 20 年前至今，小范围内的危机开始出现得愈加频繁，而原本相对独立的事件开始不断扩大影响范围，延长影响时间。其中的原因包含经济全球化带来的负面影响，对第三世界国家不利的国际分工、贸易和货币体制。在生产领域和交换领域，发达国家对非发达国家的劳动力和资源依赖，非发达国家对发达国家的核心技术依赖等。Johnson 和 Soenen 的研究结果发现，澳大利亚、中国、中国香港、马来西亚、新西兰和新加坡的股票市场与日本股

票市场呈现高度正相关性, 拉美金融市场的波动更容易向世界其他地区扩散、传染, 亚洲地区这种现象虽然还不明显, 但也存在一定程度的波动溢出效应。2003 年, Hsiao 研究发现, 美国股市的暴跌在 2001 年 9 月至 2002 年 12 月期间对亚太地区主要股票市场 (日本、韩国以及中国台湾) 具有显著的市场引导效应。Hsiao 同时指出, 美国和亚太地区股市联动性增强的原因之一是信息技术革命。随后, Premaratne 和 Bala^① 考察了中国香港、日本、英国股票市场对新加坡股票市场的协同波动溢出效应的程度与统计特征, 实证结果表明, 这三个股票市场对新加坡市场存在高度的协同波动溢出效应。Cheng 和 Glascock 的研究结果显示: 1993—2004 年美国、日本和大中华区 (包括中国大陆、中国香港和中国台湾), 相比较于日本, 美国对大中华区内股市溢出效应更大, 在大中华区内, 美国对中国香港股市的波动溢出影响最大。而中国台湾股市对中国大陆和中国香港股市有显著正向溢出效应, 中国香港的市场波动会通过中国台湾市场这一中介进而影响中国大陆股市^②。2007 年下半年的美国次级抵押贷款市场危机印证了之前的全球联动假设。此次危机在美国国内造成的影响已经相当严重, 美联储不断向市场注资以增强流动性, 主要金融机构均宣布大规模减持结构化金融产品。但这次危机还是很快导致整个西方金融市场资产证券化和衍生化链条断裂, 其产生的全球影响至今尚未消退。

世界环境的复杂化使得逐步开放的中国金融市场面对双重的挑战。

首先, 中国的金融业将要面对逐步开放的挑战。我国的金融市场在相当长的一段时间以来都处于一种近乎完全封闭的状态中, 风险尤其是系统风险, 难以在封闭的市场之间传递, 这也是早期的全球经济危机并没有更多地影响我国市场的主要原因^③。2007 年美国次贷危机快速席卷整个西方金融市场, 却并没有直接扩展到中国、印度等新兴市场国家, 2007 年 10—11 月间这两个国家的股票市场还创下不错的业绩。但金融市场的逐步开放是一个必然的趋势, 中国大陆的金融业目前正在逐步打开自己的大

① Ramsay, C. M., "Loading Gross Premiums for Risk without Using Utility Theory", *TSA*, Vol. 45, 1993, pp. 305 - 348.

② Johansson, A. C. and Ljungwall, C., "Spillover Effects among the Greater China Stock Markets", *World Development*, Vol. 37, No. 4, 2009, pp. 839 - 851.

③ Hong, Y. M., Liu, Y. H., Wang, S. Y., "Granger Causality in Risk and Detection of Extreme Risk Spillover between Financial Market", *Journal of Econometrics*, Vol. 150, No. 2, 2009, pp. 271 - 287.

门,开始由一个相对封闭、独立的环境逐渐转变为一个适应国际资本流动,允许外资融资,同时也将受到跨市场系统风险影响的市场。1998年,我国开始设立 QF II 制度 (Qualified Foreign Institutional Investors, QF II)。QF II 制度是在资本项目尚未完全开放的国家 and 地区实现有序、稳妥开放证券市场的特殊通道,它的建立标志着我国金融市场面对国际资金的初步开放。2011年8月,国务院副总理李克强在港出席论坛时再次表示,将允许以人民币境外合格机构投资者方式 (RQF II) 投资境内证券市场,标志着我国金融市场逐步开放,国际资金流动逐步增强。2012年2月,花旗银行有限公司获得了中国银监会批准,即将在中国内地地区开展信用卡业务,成为内地首张由外资银行发行的单位信用卡。种种迹象表明,我国金融业的完全开放将是一个时间性的问题。

其次,日益复杂的世界经济环境使得各国金融业共同面临新的挑战。无论任何一个国家的金融业都存在一个逐步与世界连通的过程。例如,英国的金融相关产业的真正开放是在第一次世界大战的契机之下,当时的全球经济虽然是以欧洲为中心,但经济全球一体化程度并不高,金融市场环境远没有现今复杂,英国金融市场在逐步过渡为完全市场化、自由竞争的体系。可以说,当年的英国金融市场是与全球金融发展共同成长起来的,经过百年发展,以西方国家为代表的金融市场已经渡过了由起步到成熟的阶段,彼此之间的贸易,协作和竞争,其复杂程度与创建之初已经不可同日而语。与不同的是,我国的金融业相对世界金融环境的发展起步较晚,虽然创建伊始便不断借鉴经验,完善自我,但我国的金融市场是在已经近乎成熟的世界环境中诞生并开始发展的,这种时间差异已经形成,不可逆转。

金融业作为一个流通性行业,金融经济全球一体化,市场的开放无疑将促进我国金融产业的发展。同时面对复杂的世界环境,我国可以引进借鉴多国的发展经验,避免重蹈一些国家早期发展时经历的误区,这些对我国的金融市场发展都将起到正面的积极作用。但是,刚刚逐步开放的中国金融市场就要面对的是一个高度发展、竞争激烈、联动效应明显的世界经济环境。市场开放的趋势将我国远未成熟的金融市场放在了一个极其复杂的世界环境中。如何在逐步开放中适应世界金融规律,如何在全新的大环境下确定中国金融业的位置,扶持和协助还不成熟的中国金融产业走上良性发展的道路并逐步成熟,已经成为中国金融监管部门和调控政策制定机

构将面临的新课题。分析市场间的系统风险传导机制,并建立有效的间歇性隔离政策,无疑是中国金融市场所需要的,也正是监管部门所需要的。

近十年来,相关性的研究在金融领域引起了广泛重视。传统意义下的相关性度量指标——线性相关系数对金融资产相关性的描述已不再适用。线性相关系数对椭圆形分布如正态分布、学生 t 分布是合适的,椭圆形分布函数可以由线性相关系数唯一确定。然而,对一些具有尖峰、厚尾分布特征的观测样本,再用相关系数描述就不合适了。

第二节 熵在金融领域的应用及发展

熵的概念最初源于热力学,是德国物理学家 Clausius 在 1850 年创造的一个术语。他将熵定义为热流量与温度之比,表示任何一种能量在空间中分布的均匀程度。能量分布得越均匀,熵就越大。对所考虑的系统来说,能量完全均匀地分布,那么这个系统的熵就达到最大值。Boltzmann 与 1877 年通过建立波尔兹曼定律给出了熵的统计意义,并将这一概念拓宽到统计力学。1948 年,Shannon^① 通过其经典论文 “A Mathematical Theory of Communication”,建立了关于不确定性的一种定量化的度量,奠定了现代信息论的理论基础。随后,Jaynes^② 于 1957 年提出了最大熵原理,Kullback - Leibler^③ 于两年后提出了最小叉熵原理。两项原理的提出进一步丰富了熵的内涵,并拓宽了它的应用领域。人们对熵作为不确定性度量的认可以及两个熵优化原理,将熵的概念带入一个全新时代,不仅被应用于自然科学,而且渗透到了社会科学、医学和经济学等各个学科领域。

在有关熵的研究文献中,熵的概念定义为:信息 I ,它与概率信息 f_i 构成的函数 $I(f_i)$ 密切相关,满足 f_i 越小,信息值越大,且对两个独立的信息:

① Shannon, C. E., “The Mathematical Theory Communication”, *Bell Systems Technical Journal*, Vol. 27, No. 4, 1948, pp. 279 - 423, 623 - 656.

② Jaynes, E. T., “Information Theory and Statistical Mechanics”, *The Physics Review I*, Vol. 106, 1957a, pp. 620 - 630; *The Physics Review II*, Vol. 108, 1957b, pp. 171 - 190.

③ Kullback, S., *Information Theory and Statistics*, New York: John Wiley, 1959.

$$f_{ij} = f_i f_j \quad (1.1)$$

存在:

$$I(f_{ij}) = I(f_i) + I(f_j) \quad (1.2)$$

满足条件的函数形式是:

$$I(f_i) = -C \log f_i \quad (1.3)$$

如果获得 n 个概率信息, 则获得的总信息:

$$IG = \sum_{i=1}^n I(f_i) = -C \sum_{i=1}^n \log f_i \quad (1.4)$$

若考虑的是获得的平均总信息, 一般情况下对总信息的加权形式为

$$IG = -C \sum_{i=1}^n f_i \log f_i \quad (1.5)$$

在一般文献中通常取 $f_i = p_i$, $C = 1$, 这样得到通常的熵 S 的表达形式

$$S = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (1.6)$$

在概率论中, 依据大数定律和中心极限定理, 随机系统的行为通过几个参数如均值和方差来描述。在统计物理中, 这个过程作为物质宏观的性质可以通过描绘相互关联的粒子之间的分布来获取。研究一个随机系统通常采用从宏观到微观的顺序。随机系统是以微观形式定义, 而需要一定的法则来描述系统行为的宏观态表现。在统计物理里, 熵是连接微观态和宏观态的桥梁, 建立起宏观物理量与微观物理量之间的定量联系。由此很多研究者将基于熵的研究思路应用到金融风险领域, 将所研究的不确定问题定义在一个随机系统中, 运用熵的物理意义来描述该系统的宏观运动规律, 由此导出所研究问题的解决办法。

熵作为金融风险度量领域的研究, 被认为最早始于 Philippatos 与 Wilsont 在 1972 年发表的文章: “Entropy, market risk, and the selection of efficient portfolios”。^① 该项研究针对投资组合问题, 建立了期望—熵模型, 并构造了有效前沿, 提出投资组合的均值—熵方法。将方差和熵进行对比, 归纳了使用熵作为风险度量工具的五大优势, 并通过实际分析得到与 Markowitz 全协方差模型和 Sharpe 单指数模型一致的结论。但是, Philippatos 和 Wilson 也指出, 将信息理论中不确定性度量的熵方法用到

① Philippatos, G. C. and Wilsont, C. J., “Entropy, Market Risk, and the Selection of Efficient Portfolios”, *Applied Economics*, Vol. 4, 1972, pp. 209 - 220.

金融理论中也存在着两个主要不足之处,并在文章中总结了有待研究的问题方向。

Nawrocki 和 Harding^①总结了早期熵在金融领域的研究现状。通过研究发现,在离散的投资组合中,熵并不是很好的度量组合风险的工具,首次提出了熵的计算忽视了不同概率取值下的状态值,由此研究了用状态值加权熵度量风险的方法,通过定义加权熵:

$$H = - \sum_{i=1}^n C^* p_i \log p_i \quad (1.7)$$

及具有 m 个组合, n 个状态的组合加权熵:

$$H = \sum_{i=1}^n H_i = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C^* p_{i,j} \log p_{i,j} \quad (1.8)$$

给出 C^* 的形式可直接取状态值、方差或绝对偏差等。

此外, Maasoumi 和 Theil^②根据收益率分布的前四阶矩,引入熵函数对收益率风险进行度量; McCauley^③指出,熵具有捕捉系统复杂性的能力,且不需要做任何影响结果的假设,把熵定义为股票市场无序程度或不确定性的度量;一些研究者^{④⑤⑥⑦}将熵度量不确定性的内涵看作标准风险度量方法的补充,在投资组合以及风险度量领域中,作为一种新的投资组合模型或调整定价原则;在风险排序中, Ebrahimi、Maassoumi 和 Soofi^⑧指出,熵随着概率分布的很多参数的改变而改变; Chandra 和 Singpurwalla^⑨

① Nawrocki, D. N. and Harding, W. H., "State - value Weighted Entropy as a Measure of Investment Risk", *Applied Economics*, Vol. 18, 1986, pp. 411 - 419.

② Maasoumi, E. and Theil, H., "The Effect of the Shape of the Income Distribution on Two Inequality Measures", *Economics Letters*, Vol. 4, 1979, pp. 209 - 220.

③ McCauley, J., "Thermodynamic Analogies in Economics and Finance: Instability of Markets", *Physica A*, Vol. 329, 2003, pp. 199 - 212.

④ 李华、李兴斯:《证券投资组合理论的一种新模型及其应用》,《运筹与管理》2003年第6期。

⑤ 李华、李兴斯:《证券投资组合中的熵优化模型研究》,《大连理工大学学报》2005年第1期。

⑥ 丰雪、李兴斯、张阔:《不完全信息下损失风险的研究》,《数学的实践与认识》2008年第5期。

⑦ 姜昱汐:《保险精算的信息熵方法》,大连理工大学,2005年。

⑧ Ebrahimi, N., Maasoumi, E., Soofi, E. S., "Ordering Univariate Distributions by Entropy and Variance", *Journal of Econometrics*, Vol. 90, 1999, pp. 317 - 336.

⑨ Chandra, M. T. and Singpurwalla, N. D., "Relationships between Some Notions Which Are Common to Reliability Theory and Economics", *Mathematics of Operations Research*, Vol. 6, 1981, pp. 113 - 121.