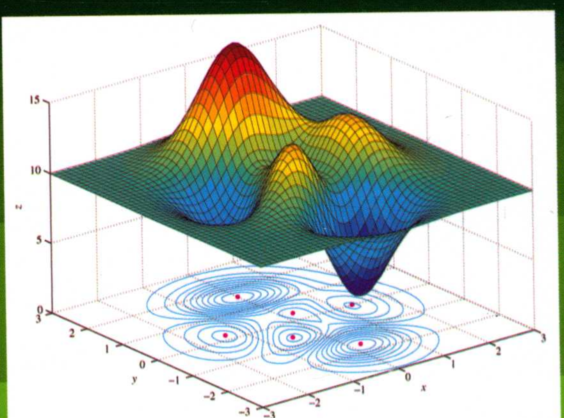
国家科学技术学术著作出版基金
NFAPST

电磁波时程精细积分法

马西奎 等 著



科 学 出 版 社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

电磁波时程精细积分法

马西奎　等　著

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书系统地总结了作者及其学术团队20余年来对电磁波时程精细积分法的科学研究成果，使读者在阅读本书以后能具备用电磁波时程精细积分法处理实际问题的必要知识，掌握计算机编程的明确途径。本书共 9 章。第 1 章简要介绍计算电磁学的产生和意义，以及几种重要的电磁场数值计算方法。第 2 章介绍瞬态微分方程问题的时程精细积分法。第 3 章介绍基于 2 阶空间中心差分格式的电磁波时程精细积分法。第 4 章介绍瞬态涡流场分析中的时程精细积分法。第 5 章介绍基于 4 阶空间中心差分格式的电磁波时程精细积分法。第 6 章介绍电磁波时程精细积分法应用中的子域技术。第 7 章介绍小波 Galerkin 电磁波时程精细积分法。第 8 章介绍广义小波 Galerkin 电磁波时程精细积分法。第 9 章介绍柱坐标系中的电磁波时程精细积分法。

本书可供在计算电磁学、电磁场理论、电磁场工程等领域从事科学研究和开发工作的科技人员参考，也可作为高等学校相关专业高年级本科生和研究生的教学参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

电磁波时程精细积分法/马西奎等著. —北京：科学出版社，2015.6
ISBN 978-7-03-044436-3

Ⅰ. ①电… Ⅱ. ①马… Ⅲ. ①电磁波－积分法 Ⅳ. ①O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 114191 号

责任编辑：耿建业 陈构洪 高慧元 / 责任校对：桂伟利
责任印制：张 倩 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

北京彩虹伟业印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 6 月第 一 版 开本：720×1 000 1/16
2015 年 6 月第一次印刷 印张：17
字数：323 000

定价：96.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

本书撰写人员

马西奎　西安交通大学

白仲明　西北民族大学

赵鑫泰　东南大学

孙　刚　西安高压电器研究院有限责任公司

前　　言

电磁场理论及其应用的发展与数学物理方程的发展是并行的、不可分割的过程。早在 1873 年，电磁场基本方程就由 Maxwell 建立起来。从物理角度来说，Maxwell 方程定义了所有可能知道的一切。因此，曾经出现过这样一种说法：作为一门学科，电磁学已经完全“结束”了。但是，我确信电磁学的发展还远未“结束”。实际上，对于一个工程电磁场问题，若找不出 Maxwell 方程在给定条件下的解答，问题还是不能解决。电磁场的分析与计算是电磁场理论应用中的重要课题之一。在电气设备绝缘设计、放电现象分析、电子透镜设计、雷达技术、微波和天线技术、电波传播、光纤通信、电磁探测、电磁成像、电磁兼容等领域中，都需要应用电磁场的分析与计算。在这些领域中，如果没有电磁场计算，其他分析计算几乎都不能进行，而且决定结构形状和大小设计的大部分工作都是通过电磁场计算来进行的。换句话说，求解是通向应用的必经之路，对于 Maxwell 方程在给定条件下的求解方法至今尚需研究和发展，也是当前艰巨的任务。

在一些简单的情况下，例如，区域的边界面与坐标面相重合的情况，可以用解析方法精确地求解电磁场问题。解析法是计算机问世之前被使用的唯一求解方法，但它能够求解的问题十分有限。今天，以电磁场理论为基础，以计算机为工具和以高性能科学计算技术为手段，运用计算数学提供的各种方法，在电磁场与微波技术学科中诞生了一门解决复杂电磁场理论和工程问题的应用科学——计算电磁学。或者可以这样说，用计算数学的方法求解电磁场问题就称为计算电磁学。随着计算电磁学的建立和发展，已经提出求解电磁场基本方程的许多有意义的数值解法，它们已经成为解决复杂工程电磁场问题不可缺少的重要工具，已经不是配角而是主角，极大地推动了电磁场理论应用的发展。很多无法直接通过理论分析或者通过实验手段来得到结果的实际工程问题，往往可以通过采用数值计算方法来得到符合工程精度的解答。不仅如此，它甚至给某些领域的设计方法和分析计算方法带来了革命性的变革。理论分析方法、实验方法和数值计算方法已经成为当代电磁场工程领域的三大支柱，满足高性能科学计算的各种电磁场数值计算方法的研究已经成为当前电磁场理论及其应用发展的一个重要方向。随着电磁场理论的广泛应用和计算机技术的发展，各种电磁场数值计算方法的研究也在不断地深入。

耦合问题、逆问题、瞬态问题和非线性问题都代表了电磁场数值分析研究的前沿课题。就计算电磁学发展的实际情况来看，在静态电磁场和稳态电磁场分析计算取得巨大成果的形势下，目前瞬态电磁场问题（尤其是特快速电磁瞬态过程）已自然地被推到了前台。实现瞬态电磁场的高精度、稳定和快速计算无疑是一个引人注目的课题，

也是颇具挑战性的难题。例如，只有应用计算电磁学进行严格的电磁仿真分析，来预测超高速窄脉冲信号在复杂互连封装系统中的传输结果，才可以为超高速集成电路的高密度封装、高可靠度互连提供理论依据和设计参数。再如，为在相同的绕组和电流的情况下获得更大的磁能，电工设备中大量地使用了铁磁材料，在设计中就需要对其中的电磁场瞬态变化过程进行计算，从而准确地估计涡流的大小。当前熟知的瞬态电磁场求解算法是时间差分法（如中心差分法、Newmark 法等）。例如，K. S. Yee 于 1966 年提出的时域有限差分法自 20 世纪 80 年代后期备受人们的青睐，被列为重要的时域电磁场数值方法之一，它在各个领域中的应用尤为突出。国际学术界对时域有限差分法的理论、计算技术以及应用都做了大量的工作。

时域有限差分法以 Yee 元胞为空间离散单元，首先对时间和空间偏微分算子均采用差分算子近似，将两个旋度 Maxwell 方程转化为差分方程，然后在时间轴上逐步推进地计算，就可以方便地给出电磁场随时间推进的时间演化过程。实质上，时域有限差分法是在计算机所能提供的离散数值时空中仿真再现电磁现象发生的物理过程，容易可视化。Yee 元胞反映了现实世界中电场和磁场互为因果的物理本质，符合电磁波在空间传播的规律性。以它为基础编写的计算程序，对解决几乎所有的电磁问题具有通用性。但是，时域有限差分法的最大缺陷是，将微分算子转化为差分算子而带来了稳定性与计算精度的问题。采用并论述瞬态电磁场问题 FDTD 解的文章数以千计，总得涉及此问题，这就限制了时域有限差分法的应用。例如，对弯曲表面或倾斜表面的阶梯近似所引起的误差是由最大网格尺寸决定的，但是为了缩小网格尺寸却必须使用很小的时间步长，从而导致数值色散误差积累会随计算时间增加而变得不容忽略。对于电大目标电磁问题，减小网格是不现实的，否则会由于计算时间长和成本高，使得时域有限差分法的使用更困难。对于具有局部细微结构的电磁问题，由于目标离散精度的要求，网格应当足够小以便能精确模拟目标几何形状和电磁参数，因此时域有限差分法的计算效率可能很低。期望的算法是既具有隐式差分格式的无条件稳定性又具备显式差分格式计算相对简单的优点。1999 年，T. Namiki 提出了著名的交变隐式差分方向方法，具备了期望的特性。然而，其计算精度明显地低于时域有限差分法，采用交变隐式差分方向方法的难点在于缺乏高效、准确的人工边界条件，以及 PML 边界条件难以纳入这一算法；另一方面，增大的数值色散误差和附加的截断误差也都是交变隐式差分方向方法在应用中的主要困难。

不难看出，时域有限差分法是将偏微分方程直接转化为代数方程来近似原问题的解，它实质上是一种面向代数方程的求解方法。然而，在偏微分方程和全离散后的代数方程之间，存在着一类半解析半离散的常微分方程。例如，Kantorovich 半解析法，这类方法可以归类为面向常微的方法，即以常微分方程解来近似偏微分方程解的方法，它比面向代数方程的方法在求解方式上高一个层次，也更接近于原工程问题的偏微分方程模型。回顾近 30 年来计算电磁学的蓬勃发展，发现人们的研究有所偏废，往往忽视了充分发挥近百年来已打下坚实基础的解析法在解决电磁场问题中所应有的作用。

虽然纯解析法能解决的问题范围有限已是不争的事实，但能否利用它来弥补纯数值解法的不足呢？实际上，解析法和数值法的结合——半解析数值方法正是解决问题的有效途径。它至少可以借用部分解析研究成果以减少纯数值方法的计算工作量。

基于上述思想，马西奎等在开展瞬态电磁场问题分析的半解析数值方法研究中，提出了面向常微求解瞬态电磁场问题的一种半解析数值方法——电磁波时程精细积分法。它对两个旋度 Maxwell 方程只在空间中进行差分离散，但保留时间微分算子，从而建立起对时间的常微分方程组，然后采用钟万勰院士在计算力学领域中所提出的计算矩阵指数的精细积分法进行时程积分求解。这是一种面向常微的半解析数值方法，它放弃了通常对时间坐标的差分离散，而是利用精细算法能够在计算机字长范围内精确计算矩阵指数的特点，可在计算机上得到对于时间的常微分方程组事实上的精确解。这种方法不仅可以将时程积分的计算精度大幅度提高，并且稳定性好，其稳定性判据是时域有限差分法稳定性判据的 2^N 倍（一般取 $N = 20$），要远远比时域有限差分方法的 CFL 条件宽松得多。特别是，它解决了时间差分方法难于处理的长时间过渡问题以及计算误差随计算时间增长而急剧增加的问题。在电磁波时程精细积分法的应用中，就允许时间步长的选择来说只需考虑精度的要求而几乎不用受稳定性评估的约束，可以采用很大的时间步长来进行计算，大的时间步长可以缩短计算的时间和提高计算效率。还有，时程精细积分方法的数值色散特性完全不受时间步长取值的影响。电磁波时程精细积分方法创立的一个重要意义是改变了目前大多数现存时域方法中以求解差分方程为基本手段的现状，不仅由差分方程的求解上升到常微分方程的求解这一更高档次的计算平台，而且更接近于原求解问题的理论模型。电磁波时程精细积分法在各个领域中已经有了很多成功的应用，具有良好的发展前景。它不仅为工程电磁场问题分析开辟了一条新的途径，也符合现代计算电磁学的发展趋势——主要体现在对各种快速算法的研究上，将对其发展起到积极的推动作用，给学科的发展增添活力。

时程精细积分法在电磁波问题分析中应用的初期研究是在 20 世纪 90 年代。迄今为止，由西安交通大学马西奎教授领导的科研小组对电磁波时程精细积分法的基本理论、实施方法及其应用进行了系统深入的研究。在开展电磁波时程精细积分法的研究过程中，先后有六位博士生和两位硕士生参加了这一课题的研究。以获得博士学位或硕士学位的先后时间为序，他们分别是赵进全博士、唐旻硕士、杨梅硕士、赵鑫泰博士、白仲明博士和孙刚博士。还有正在攻读博士学位的刘琦和康祯。他们是完成这一课题研究工作的生力军，作出了创造性贡献，并在国内外学术期刊上发表了一系列论文。这些研究成果既为面向常微的电磁波时程精细积分法建立了稳定性分析和误差估计的理论体系，也为用有限常微分方程组的解任意逼近偏微分方程的解及其推广应用奠定了理论和技术基础。本书实际上就是我们就这一课题研究成果进行的系统总结。本书试图详细介绍电磁波时程精细积分法的基本内容，使读者在阅读本书以后能具备用电磁波时程精细积分法处理实际问题的能力，掌握计算机编程的明确途径。

在开展电磁波时程精细积分法这一课题的研究过程中，先后得到了国家自然科学

基金、教育部高等学校博士学科点专项科研基金和教育部高等学校骨干教师资助计划的资助；本书的出版得到了 2014 年度国家科学技术学术著作出版基金的资助；本书在编写和出版过程中也得到了西安交通大学电气工程学院、电力设备电气绝缘国家重点实验室以及科学出版社的大力支持，我们在此一并表示衷心的感谢。

马西奎、白仲明、赵鑫泰和孙刚参加了本书的撰写工作。

本书的出版与作者课题组多年来的科研工作是密不可分的，在此向为本书所包括的研究成果作出宝贵贡献的研究生表示感谢。同时感谢所有协助本书出版的人们。特别是，我要感谢有一个耐心和支持我工作的家庭，感谢我的妻子丁西亚教授和我的女儿马丁，她们在我多年的教学和科研工作中给予了许多理解和默默的支持。

限于我们的学识水平，虽然数易其稿，书中可能会有不足和疏漏，热忱欢迎各位提出宝贵意见。

马西奎

2014 年 10 月

于西安交通大学

目　　录

第 1 章　绪　　论

在本章中，首先概述了科学计算的作用和追求的目标，计算电磁学的产生和意义。其次，简要介绍了计算电磁学中几种重要的电磁场数值计算方法。最后，比较详细地介绍了时程精细积分法的研究现状和存在问题。

1.1　计算电磁学的产生和意义

1.1.1　科学计算的作用和追求的目标

实验是一切科学知识和真理的试金石和唯一鉴定者。但是知识的源泉是什么？又是从哪里产生了那些需要检验的定律？从某种意义说，实验为我们提供了种种线索而促成了这些定律的产生。然而，要从这些线索中作出有价值的判断而得到几条新定律，却需要完成想象、猜测、推演和论证这一系列理论分析工作，并最终得到实验的鉴定。这已足以说明理论分析与科学实验有着内在的联系。实验需要理论的指导，理论却反过来需要实验的验证。理论分析与科学实验早已是人们进行研究工作的两种科学研究方法和手段。在电子计算机广泛应用的今天，科学计算也已成为另一种科学研究方法。长久以来，计算仅被看做一种为了尽可能正确地进行定量分析的手段，只是在数值计算方法与计算机技术结合后，才使它在科学研究中成为一个十分重要的武器。现代科学研究与工程设计向我们提出了越来越多的复杂问题，这些问题的解决几乎都离不开近似解，科学计算已成为一个不可缺少的有力工具。

与理论分析和科学实验一样，科学计算今天也已成为现代科学研究所采用的基本方法和手段之一。科学研究工作的早期发展与理论分析和科学实验都是分不开的。今天，理论分析、科学实验和科学计算三者之间已呈现出互相联系、互相依赖和互相推动的发展趋势。对于理论模型十分复杂的问题，科学计算可以为理论分析提供进行复杂的数值及解析运算的方法、手段和计算结果；而对于实验费用十分昂贵甚至根本无法进行的实验，科学计算却可以获得由实验很难得到甚至根本得不到的数值模拟和动态显示的科学结果[1]。反过来，理论分析的研究也为科学计算研究提供了基本的理论依据和数学方程，进而验证其计算结果；科学实验也为之提供实验结果，以验证其计算结果的正确性。历史的发展已经表明，科学计算对于任何一门科学理论发展的影响和工程问题的解决绝不仅仅是提供了一个计算工具，而是为其研究开辟了一条新的途径。

科学计算追求的目标是高性能科学计算技术，它通常包含科学的建模、精密的参

数、高效良好的算法以及高性能计算机，是一种综合的能力[2, 3]。随着国家经济、国防建设和科学技术的不断发展和国际竞争的日益激烈，越来越多的行业和领域意识到了高性能科学计算的重要性。许多国家投入大量的资金和人力用于加强对高性能计算的研究和开发。目前，高性能科学计算已经渗透到原子能、航空、航天、激光、气象、石油、海洋、天文、地震、生物、材料、医药、化工等各个方面。例如，全球气候变化和天气预报、生物分子结构探索、湍流研究、新材料探索以及不少国防研究课题，都迫切需要高性能的科学计算[2~4]。可以这样说，定量化和精确化几乎是今天所有学科的发展趋势之一，从而在近 30 年来产生了诸如计算力学、计算物理、计算化学、计算生物学、计算气象学、计算材料学、计算传热学、计算流体力学和计算电磁学等一系列的计算性学科分支。

1.1.2 计算电磁学的产生及其重要性

电磁场理论及其应用的发展与数学物理方程的发展是并行的、不可分割的过程。早在 1873 年，电磁场基本方程就由 Maxwell 建立起来，但是在给定的条件下若找不出其解，问题还是不能解决。因此，求解是通向应用的必经之路，对于它的求解方法至今尚需研究和发展，也是当前艰巨的任务。解析法是计算机问世之前被使用的唯一求解方法，但它能够求解的问题十分有限。今天，以电磁场理论为基础，以计算机为工具和以高性能科学计算技术为手段，运用计算数学提供的各种方法，在电磁场与微波技术学科中诞生出了一门解决复杂电磁场理论和工程问题的应用科学——计算电磁学（computational electromagnetics）[1~3, 5, 6]。或者可以这样说，用计算数学的方法求解电磁场问题就称为计算电磁学。

随着计算电磁学的建立和发展，已经提出求解电磁场基本方程的许多有意义的数值解法，例如，矩量法（method of moment，MoM）、有限差分法（finite difference method，FDM）、有限元法（finite element method，FEM）、边界元法（boundary element method，BEM）、有限体积法（finite volume method，FVM）、模拟电荷法（charge simulation method，CSM）、等效源法（equivalent source method，ESM）、时域有限差分法（finite difference time-domain method，FDTD）等。特别是有限元法和时域有限差分法以其灵活性和通用性强、解题能力广等优点而受到普遍欢迎。目前，电磁场数值计算方法的研究及其应用已深入到高电压设备的绝缘设计、放电现象的分析、电子透镜的设计、雷达技术、微波和天线技术、电波传播、光纤通信、电磁探测、电磁成像、电磁兼容等领域。在这些领域中，如果没有电磁场计算，几乎任何分析计算都不能进行，而且决定结构形状和大小的设计的大部分工作都是通过电磁场计算来进行的。只有依靠电磁场数值计算方法，这些复杂的电磁场计算问题才有可能得到解决。在这里，电磁场数值计算方法已经成为解决复杂电磁场工程问题的一种不可缺少的重要工具，已经不是配角，而是主角。很多无法直接通过理论分析或者通过实验手段来得到结果的实际工程问题，往往可以通过采用数值计算的方法来解决。不仅如此，它甚至给某些领域

的设计方法和分析计算方法带来了革命性的变革。理论分析方法、实验方法和数值计算方法已经成为当代电磁场工程领域的三大支柱[1, 5~8]，满足高性能科学计算的各种电磁场数值计算方法的研究已经成为当前电磁场理论及其应用发展的一个重要方向。随着电磁场理论的广泛应用和计算机技术的发展，各种电磁场数值计算方法的研究也在不断地深入。

耦合问题（coupled problem）、逆问题（inverse problem）、瞬态问题和非线性问题都代表了电磁场数值分析研究的前沿课题。就计算电磁学建立和发展的实际情况来看，在静态电磁场和稳态电磁场分析计算取得巨大成果的形势下，目前，瞬态电磁场问题（尤其是特快速电磁瞬态过程）已自然地被推到了前台。实现瞬态电磁场的高精度、稳定和快速计算无疑是一个引人注目的课题，也是颇具挑战性的难题。例如，专家指出，封装和互连设计作为信息高速公路建设重要基础之一的超高速集成电路研制中的一项关键技术，其实现强烈地影响着超高速集成电路系统速度的提高。只有应用计算电磁学进行严格的电磁仿真分析，来预测超高速窄脉冲信号在复杂互连封装系统中的传输结果，才可以为超高速集成电路的高密度封装、高可靠度互连提供理论依据和设计参数[1]。再如，为在相同的绕组和电流的情况下获得更大的磁能，在电工设备中大量地使用了铁磁材料，而铁磁材料中的涡流不仅使得其内部的磁场不能迅速增加或减小，同时会产生损耗，导致效率减低。因此，在设计电磁器件及装备时，需要对其中的电磁场瞬态变化过程进行计算，从而准确地估计涡流的大小[9, 10]。

1.2　几种重要的电磁场数值计算方法

计算电磁学乃是利用数值方法把连续变量函数离散化，把微分方程化为差分方程，或把积分方程化为有限和的形式，从而建立起收敛的代数方程组，然后分别利用计算机进行求解。综观目前电磁场数值分析中常用的各种方法，如矩量法、有限元法、边界元法、有限差分法、时域有限差分法等几种重要的电磁场数值计算方法，都是想方设法将问题转化为代数问题，以代数方程的解答来近似原问题的解答。因此从共性上来讲，目前的绝大多数方法都是面向“代数方程”的求解方法[11]。在这些方法中，两项普通而又关键的技术，即微分/积分方程的空间离散和时间离散，以及代数方程组的计算机解的应用，使得它们得到了革命性的推动与发展。

由于任何方法的优越性都是相对的，所以对于一个具体的问题，选择哪种数值计算方法就变成了一个很重要的问题。初始选择一般依据待解问题的结构，通过几方面性能（计算的难易、计算效率、计算成本、结果的精度、存储要求、多功能性等）进行比较后来决定。算法选取的好坏是影响到能否计算出结果、精度的高低或计算量大小的关键。一般来说，利用计算机进行求解之前，数值方法都需要进行解析预处理。预处理工作量越少，该方法实现起来就越容易。在本节中，将简要介绍电磁场数值计算中广泛应用的矩量法、有限元法、边界元法和时域有限差分法等几种重要的方法。

1.2.1 矩量法

矩量法[12]是由 Harrington 于 1968 年提出的一种求解泛函方程问题的普遍方法。它既适用于求解微分方程，又适用于求解积分方程。其核心思想是先用预先选取的一组基函数的线性组合来表示待求函数并将其代入待求函数所满足的算子方程，然后再用一组选定的权函数对所得的方程采用加权余量方法进行加权平均，从而将需要求解的算子方程转换为一组线性代数方程组，最后就是通过利用计算机对该线性代数方程组的求解来得到其数值解。

目前，矩量法大都用来求解积分方程，已成功地用于人们感兴趣的电磁问题，例如，静电场和静磁场计算问题、天线和天线阵的辐射特性确定问题、二维和三维散射计算问题、微波结构特性确定问题、微带贴片天线分析问题、电磁波传播及人体电磁吸收等。对电小尺寸问题，矩量法非常有效，其计算结果也很精确。但对电大尺寸问题，由于求解问题被转化为含有很多个未知量的线性代数方程组，通常需要大量的数值计算，一般的计算机难以完成计算任务。必须指出的是，对于积分方程问题的求解，采用矩量法离散后的代数方程组的系数矩阵通常为满矩阵；对于微分方程问题的求解，采用矩量法离散后的代数方程组的系数矩阵通常为大型病态稀疏矩阵。无论满矩阵还是大型病态稀疏矩阵的快速计算，其所需的计算机硬件速度、内存容量与计算工作量都浩大惊人，造成理论上矩量法都能解决，而实际上由于经费、计算机条件所限，在工程上又难以实现的状态。可以说，计算电磁学中有关矩量法研究的很多工作都是为了克服这一困难的，如何在建模时就采用快速算法模型和对矩阵进行快速计算一直都是人们努力的方向。

人们认识到，基函数和权函数对于算子方程离散化后得到的代数方程组的系数矩阵的性质起着决定性的作用。近年来，小波基函数和样条基函数已被成功地应用到矩量法中作为基函数[1]。例如，由于小波具有局部化、正负对消和多分辨率特性，使得矩量法所得系数矩阵中离开对角线距离较远的非对角元素的值迅速减小，系数矩阵可以化为准对角矩阵，在一定程度上克服了传统矩量法的缺点。此外，在代数方程组的计算机求解方面，提出了区域分解快速算法、快速多重多极子算法、共轭梯度算法等。

1.2.2 有限元法

有限元法是求微分方程边值问题近似解的一种极为有效的数值计算方法。应该指出，数学家、物理学家和工程师分别独立地创立了这个重要的方法。这种方法最早见于数学家柯朗（Courant）1943 年的一篇论文[13]。他在这篇文章中，首次使用一组“三角形元素”来求解力学中的一个扭转问题。但在当时人们并没有重视这一思想和意识到这一方法的应用前景。只是在过了大约 10 年后，才有人做过类似的工作。到了 20 世纪 50 年代，首先在力学领域中开始把有限元法用于飞机的设计。后来，该方法在理