解析几何学习指导書

華東師范大学數学系
几何教研組 編

（供函授生用）

（內部發行　僅供参考）

華東師范大学函授部

目　錄

解析几何学習指導

引　言

学習理論必須進行艰苦思想劳動。因为只有通过自己的独立思考，才能深入地学好理論。數学理論不是一些簡單的表面現象和几只複雜公式的堆積，不是看一看，摸一摸，記一記就可以理解的东西，數学理論是反映現实世界空間形狀和數量關系的。我們人類研究現实世界空間形狀和數量關系，曾經化費了極其艰巨的劳動，單是解析几何的創始人笛卡儿（Dercartes）一人就化費了几十年的時間，看來僅僅是把几何与代數結合的方法，但却包含着多么巨大的思想劳動！当然我們今天來接受它，理解它，应用它比前人創造的時候要容易得多，數学既然是从自然界現象和具体事物中概括与提高出來的，它必然是抽象的，我們要理解这些抽象的原理，就必須通过自己的思考，來摸清楚这些理論的來龍去脈，这样才能具体領会这些原理的含义。

学習理論必須進行艰苦思想劳動，还有一个更重要的原因，这就是：学習理論的目的并不僅僅在于理解書本上定理及公式，而且要掌握这些定理及公式作为研究理論的工具；不僅要開動腦筋理解那些已有的定理和公式，而且更重要的是要研究这些定理和公式建立的邏輯思維。

学習理論必須進行艰苦思想劳動，并不是說学習理論是个沉重不堪的苦事。只要循序漸進，逐步鑽研，隨時实踐——完成作業，学習就会变成愉快的事，甚至会成为最珍貴的精神享受。

下面介紹祖國与苏联的偉大數学家。祖冲之的計算圓周率。商高的勾股弦定理。秦九韶的弦位法。罗巴切夫斯基（Лобачевский）創立非歐几何学。卡伐立夫斯加娃（Ковалевская）微分方程方面做了很多的重要工作。切布希夫（Чебышев）數論方面有很大貢献。路晴（Лузин）數学分析方面有光輝的成績。

解析几何本身的目的，就是利用代數及分析來作几何性質的研究(正如我們以后会学到的解析几何就是講各种方法，把一方面几何圖形和另一方面的數建立密切的联系，使得每个几何圖形或它的任何性質，对应于确定的一組數字或數字間若干确定的關系。

因此可以把几何圖形集中应用代數的豐富成果，但另一方面也可以把分析上的問題，化为几何圖形來討論，使解答更加簡單，所以几何便成为分析的主要助手，解析几何不但对高等數学的敎学和敎材上起着極大的作用，就是对初等數学的敎学和敎材上也有很大的帮助。例如解三元一次联立方程組時，解的几何意义及討論，对学过解析几何的來講，可以很方便很正确地作出結論來。

解析几何旣是这样的重要，我們必須進行艰苦的思想劳動來獲得优良的成績。下面初步提出学習解析几何的一些方法，供讀者参考。因为沒有經驗，所以不恰当的地方很多，希望讀者随時來信指正，以便下年度作適当的修改：

關于閱讀方面有下面几點意見：(1)要注意課本的系統性，章節的联貫性，反对断章取义。(2)精讀敎材，搞清基本概念，务使每章每節徹底明了，有疑难時可参考課本或指導書上的例題，因为这些例題就是帮助讀者消化和鞏固理論的。(3)理解公式的導來及理論的根据以及公式中每一元素的几何意义例如 $y=kx+b$ 中 x, y 为直綫上的流動坐标，k 为直綫的角系數，b 为 y 軸上的截距。(4)分析定理的結構：假設，結論，証明三部分，并研究假設的不可缺少性。(5)類似的理論，概念，公式多作比較，这样能使讀者深入理解，便于記憶。(6)理解及掌握每一章節解决的主要問題。(7)学完一章必須作重點的總結，这样对于学習下一章是有帮助的。

解題的目的使讀者学習怎样运用所学到的理論知識來解决实际問題，及時使讀者進一步消化和鞏固这些理論知識，培养邏輯思維，独立工作能力。關于解題有下面几點意見：(1)完全掌握了規定的学習材料，訂好了解題計划，才能動手解題。(2)題解需做在練習簿上，推理要嚴密，計算要詳細。反对粗枝大叶，潦草完事。(3)选比較容易的題先解，假如碰到困难，必需反覆研究敎材及例題。(4)反对应

用理論根据不清楚或結果不知道的公式。(5)解完一題必須檢查，檢查的方法有下面三种：i)用兩种不同的方法來解同一題。ii)用特殊的數字驗算。iii)在刻有格子的紙上作圖校对，隨着各題的特征可灵活掌握檢查的方法。

第一章　坐標法

这一章里基本概念比較多，希望讀者能很好的掌握它，理解它，因为以后各章要不断地用到它。

§1. 有向綫段　要学会區别有向綫段 $\overline{AB}$ 和綫段 AB，有向綫段的起點和終點，有向綫段的值和有向綫段的長，公式 (1) 值 $\overline{AB}$ + 值 $\overline{BC}$ = 值 $\overline{AC}$，要从有向綫段的數值來理解它，如果有向綫段換了綫段，那有根本的不同，試研究之。公式 (1′) 值 $\overline{AB_1}$ + 值 $\overline{B_1B_2}$ + . . . + 值 $\overline{B_nC}$ = 值 $\overline{AC}$ 是根据什么得來的？这个公式含有什么意义？公式(1)及公式(1′)以后用得很多，要特别留意。

§2. 直綫上的坐標　从有向綫段數值的概念，建立了直綫上點与实數的对应，也就是在直綫上建立了坐标系，使每一个实數在坐标軸上可找到一个點(唯一的)与它对应，軸上每一點可有一个实數(唯一的)与它对应。所以就有了數与點的一对一的对应關系。

§3. 直綫上兩點間的距離　有了有向綫段數値的概念，以及直綫上點坐标的概念，就引出了坐标軸上兩點間的距离的概念，也就是拿點的坐标來表達有向綫段的長。有向綫段的長永远是正的。$\overline{AB}$ 的長度 = $\overline{BA}$ 的長度 = $|x_2-x_1|$ = AB，[A (x_1)，B(x_2)]，所以有向綫段的長与綫段的長是一样的。

§4. 平面上的直角坐標　这節是由直綫上的坐标法推擴，定出平面上的坐标法，所以这節里是講一个方法，根据这方法，可从一对实數來确定平面上一點的位置(唯一的)，反过來也可以由平面上給出的任何一點的位置來决定兩实數(唯一的)，就是这點的坐标，簡單地說，这方法就是建立平面上的點与一对实數間的一对一的对应關系。这是解析几何里最基本方法之一，以后各節都根据坐标法建立的。所以由點找一对实數，由一对实數找一點的方法，要搞得很熟悉。

§5. 平面上兩點間的距離　由平面上的坐标法，确定了平面上每點的坐标。由點的坐标可以來表達兩點間的距，这也是直綫上兩點間距离的推擴，求 A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2)兩點間距离。(1)理論根据，是商

高定理(畢氏定理)； (2)計算的步驟，先找 A,B 的坐标，然后求同名坐标之差式平方和的平方根，就得 AB 的距离

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}。$$

注意：i)根式前的符号，ii)AB//Ox(或 AB//Oy，及 A,B 中有一點合于坐标原點時的特殊情形。

§6. 划分綫段爲定比　定比分點也是根据平面上的坐标法及有向綫段的數値概念。有一定比可求出唯一的分點坐标；反之也成立。但当 $\lambda=-1$ 時，M 點不存在；当 M=B 時，λ 不存在，为什么？

(1)定比 λ 的數値与分點 M 的位置的關系

比　値		A	中　點	B	
$\|\lambda\|<1$	M	⋮	⋮		
$\lambda=0$		M	⋮		
$\lambda=1$			M		
$\|\lambda\|>1$					M

由上面的表我們看到当 λ 的數値定后，M的位置完全被确定，所以比式 $\dfrac{\overline{AM}}{\overline{MB}}=\lambda$ 中字母的次序不能任意更改。

(2)根据分點 M 的位置來确定比値 λ 的符号

1. 当分點 M 在 A, B 間，則 $\overline{AM}$ 与 $\overline{MB}$ 同向，故 λ 为正。

2. 当分點 M 在 A, B 外，則 $\overline{AB}$ 与 $\overline{MB}$ 異向，故 λ 为負。

(3)求分點坐标的步驟

1. 建立綫段的比例式 $\dfrac{\text{値 }\overline{AM}}{\text{値 }\overline{MB}}=\lambda$

2. 以 $\overline{AM}$, $\overline{MB}$ 在 x 軸上的投影代入上式 $\dfrac{x-x_1}{x_2-x}=\lambda$ $[M(x,y), A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)]$。

3. 解上式卽得

$$\left.\begin{aligned} x&=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda} \quad (6)\\ \text{同理}\quad y&=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda} \quad (7)\end{aligned}\right\}(\lambda\neq-1)$$

分點 M 为 A,B 的中點時,卽 $\lambda=1$ $\therefore$ $\left.\begin{aligned} x&=\frac{x_1+x_2}{2}\\ y&=\frac{y_1+y_2}{2}\end{aligned}\right\}$

若 $\lambda=\frac{m}{n}$ 則 $\left.\begin{aligned} x&=\frac{nx_1+mx_2}{n+m}\\ y&=\frac{ny_1+my_2}{n+m}\end{aligned}\right\}$

(4)解釋公式(6)及(7)的用法

1.已知點 A, B 的坐标及比値 λ 時,可求分點 M 的坐标。

2.已知分點 M 及 A (或 B) 的坐标及比値 λ 時, 可求 B (或 A) 的坐标。

3.已知分點 M 及 A, B 的坐标時可求比値 λ。

(5)定比分點举例

例1. 在通过 $M_1(1, 2)$ 和 $M_2(4, 3)$ 的直綫上求點 M 使綫段 M_1M, MM_2 長的比等于 2。

由題意 $\frac{|M_1M|}{|MM_2|}=2$。 卽 $\frac{M_1M}{MM_2}=\pm2=\lambda$。

若 M(x,y) 則, $x=\frac{1\pm2\cdot4}{1\pm2}=3,\ 7$ $y=\frac{2\pm2\cdot3}{1\pm2}=\frac{8}{3},\ 4$

$\therefore$ $M\left(3,\frac{8}{3}\right)$, 或 M(7,4) 为所求。

注意: 这里为什么可以取 $\lambda=\pm2$?

例2. 已知平行四边形的兩个相鄰頂點 A(1, 3), B(2, −5)和它的对角綫的交點 K(1, 1), 求其余兩个頂點。

在平行四边形ABCD中, $C(x_1,y_1)$, $D(x_2,y_2)$, 則由公式(6), (7)

$\frac{\overline{AK}}{\overline{KC}}=1$ 時, $\left.\begin{aligned} 1&=\frac{1+x_1}{2} \quad \therefore x_1=1\\ 1&=\frac{3+y_1}{2} \quad \therefore y_1=-1\end{aligned}\right\}$

$$\frac{\overline{BK}}{\overline{KD}}=1\text{ 時,}\qquad \left.\begin{array}{ll} 1=\dfrac{2+x_2}{2} & x_2=0 \\ 1=\dfrac{-5+y_2}{2} & y_2=7 \end{array}\right\}$$

$\therefore$ C(1, −1), D(0,7) 为所求。

§7. 兩軸間的角度 上面已講过兩點間的距离，現在这節講兩有向直綫(有向直綫也叫做軸，所謂兩軸不是坐标軸)的交角。我們常常把 l_1 看作始綫。l_2 先由重合于 l_1 出發轉到任何位置 l_2 所得的角就叫做 l_1 与 l_2 的交角。交角是唯一的。l_2 叫做終綫。l_2 轉動的方向与坐标系的取左系或右系相对的。現在用右系的規定下，l_2 依反時針方向轉動所得的角定义为正角，反之定义是負角。

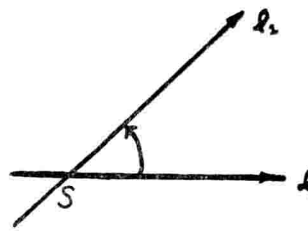


圖 1

§8. 射影論的基本原理 由前面點在直綫上射影的定义可推擴到有向綫段在直綫上射影的定义。由此可建立射影理論的基本原理，从公式(9)射影$_l\,\overline{AB}=AB\cos\alpha$，与公式(10)射影$_l\,\overline{AB}=\overline{AB}\cos\varphi$ 的不同处來理解有向綫段在軸上的射影原理，然后可得出公式(9)与公式(10)的一致性。从公式(11)射影 $\overline{ABCDEF}$ = 射影 $\overline{AB}$ + 射影 $\overline{BC}$ + 射影 $\overline{CD}$ + 射影 $\overline{DE}$ + 射影 $\overline{EF}$。得出兩个結論(1)有共同起點和終點的所有有向折綫在同一軸上的射影都相等，且等于以折綫的起點为起點，終點为終點的有向綫段的射影。(2)封閉折綫的射影等于零。

注意：公式(9)(或(10))及(11)要深入理解、記憶，以后許多公式都根据此推導。

§9. 有向綫段在坐標軸上的射影 根据射影的原理，得出有向綫段在坐标軸上的射影，得公式(15)

$$(15)\quad\left\{\begin{array}{l} d\cdot\cos\alpha=x_2-x_1 \\ d\cdot\sin\alpha=y_2-y_1 \end{array}\right.$$

对公式(15)需要理解 d, α 及(x_1,y_1), (x_2,y_2)的几何意义，公式(15)

的应用，例如導出 A, B 兩點間的距离公式 $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ 及公式(16)，在(16) $\mathrm{tg}\,\alpha=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，以 $\overline{AB}$ 換成 $\overline{BA}$ 后，不过多加角 π，因为 $\mathrm{tg}(\pi+\alpha)=\mathrm{tg}\,\alpha$，所以公式 (16) 不改变。这就是說，把有向綫段 $\overline{AB}$ 换作綫段 AB 后公式 (16) 还是成立的。

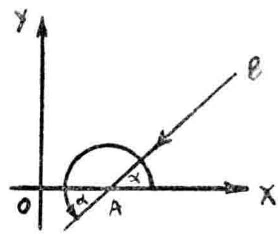


圖 2

§10. 三角形的面積 平面上點的坐标确定后，三角形的面積可由三角形的三頂點來表示。如果三頂點的坐标已知，則三角形的面積可应用公式(17)求得。公式 (17) 的導來及理論的根据要弄清楚，面積一般總是指正的而講，因此公式 (17) 取絕对值，在 (17′) 里当行列式具有負值時，前面取一号，使得負負得正。反之取正号，假如公式(17)不取絕对值，那末它的正負号根据 A, B, C 的次序而定，例如三角形三頂點 A(1,2)，B(−2,3)，C(0,5)

若 A→B→C 時，則 $s=\frac{1}{2}[(1-0)(3-5)-(-2-0)(2-5)]$

$$=-4$$

若 A→C→B 時，則 $s=\frac{1}{2}[(1-(-2))(5-3)$

$$-(0-(-2))(2-3)]=4$$

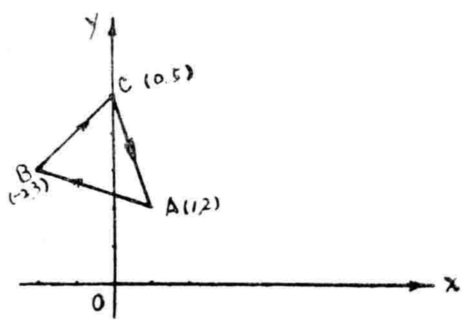


圖 3

由此可知，若三角形三頂點次序采取反時針方向排列時，面積为正，反之为負。为簡單起見，我們用絕对值便可不管頂點排列的次序了。

公式(17)有很多的应用。例：(1)求任意多边形的面積把(多边形分成几只三角形，求各个三角形的面積，再相加)。(2)檢查三點是否共綫的情形(三角形面積为 0)。

注意公式(18′)里当 $x_2=x_3$ (或 $y_2=y_3$)時，我們必須令 $x_1=x_3$ (或 $y_1=y_3$)，这样可使公式(18′)与公式(18)完全相等了。

§11. 極綫坐標 在§4里，我們已学过平面上的直角坐标法，那个方法不是唯一的，現在我們又可以用極綫坐标法，使平面上的每一點有唯一的一对实數与之对应、这对实數 (γ, φ) 叫做點的極坐标。$\gamma>0$，$-\pi<\varphi\leqslant\pi$ (或 $0\leqslant\varphi<2\pi$) 在作圖時常常擴充 γ 和 φ 之值使 $-\infty<\gamma<\infty$，$-\infty<\varphi<\infty$，但是要注意这時的 (γ, φ) 与點不一定成一对一的对应了。参考第二章§6的例1，例2。

由公式(21) $\operatorname{tg}\varphi=\frac{y}{x}$ 來确定 φ 有兩值。究竟怎样选擇可参考下面的例題：

例：設定點 M 的直角坐标为 $(-2,2)$，求 M 點的極坐标。

$$\gamma=2\sqrt{2}, \quad \operatorname{tg}\varphi=-1。\qquad \therefore\ \varphi=\frac{3\pi}{4} \quad 及\ \varphi=-\frac{\pi}{4}。$$

但是由笛氏坐标法知 M 點在第二象限，因此 $\varphi=\frac{3\pi}{4}$。

以后我們研究曲綫或曲面時，往往用極坐标比直角坐标方便、簡單，所以有時需要把含有 x, y 的方程換成 γ, φ 的方程后再研究的。因此对于兩种坐标的互換關系式(19)，(20)，(21)要特別熟悉。

第二章　曲綫及其方程

平面解析几何的主要問題之一是用联系着坐标的方程來做这些曲綫的分析表示，为了灵活掌握以后各章，我們必須認眞地学習曲綫方程的基本概念。

1. § 1. 在第一章里我們已学过一对实數与平面上的點建立一一对应關系，現在我們利用这工具來建立平面曲綫与兩变數的方程間的对应關系，由此我們能把曲綫的几何性質的研究引導到所对应的方程的解析研究去。

例 1. 點的縱标等于横标時：x 与 y 必滿足關系式：$x=y$ 就是 $x-y=0$。初等几何学里已学过：与定角兩边等距离的點的軌迹是角平分綫，所以縱标等于横标的點的軌迹一定是 I，III 坐标角的平分綫。$y-x=0$ 就确定了这直綫，也就是說只有 I，III 坐标角的平分綫上的點的坐标才滿足 $y-x=0$，所以 $y-x=0$ 就是这直綫的方程，直綫是滿足 $y-x=0$，具有 x，y 为坐标的點的几何軌迹，因为只有滿足 $y-x=0$ 的點才会在这直綫上。由此可知方程的成立是點在曲綫上的充分与必要条件。

2. § 2. 一般我們常以 $F(x, y)=0$ 來表示某一条曲綫的方程。

例 2. 与定點有定距离的點的軌迹是一圓。

若定點为原點定距离为 R，由第二章 § 5 $d=\sqrt{x^2+y^2}$

$\therefore$ $\sqrt{x^2+y^2}=R$ 卽 $x^2+y^2=R^2$，凡點移動時按照已知的規律——与原點的距离为 R。也就是點沿着圓周移動時，且只有当點在圓周上移動時，它的坐标会滿足 $x^2+y^2=R^2$。所以这方程是曲綫——圓的方程。反之若點的坐标滿足 $x^2+y^2=R^2$ 時，則動點与原點的距离等于定長 R，所以動點的几何軌迹为一圓周，所以圓周就是方程的几何軌迹曲綫。

3. § 5. 除了用 $F(x, y)=0$ 來表示曲綫外，在直角坐标系統下我們还可以用含有参數 t 的方程組來表示：$\begin{cases} x=\varphi(t) \\ y=\psi(t) \end{cases}$。以参數方程

來表示曲綫有很多好处：(1)参數方程在力学中占有重要的位置，它用來作为所謂运動方程式，如果一質點 M 在平面上运動，則在每一瞬時 t，它都有一定的坐标 x，y。凡表示 x 和 y 为時間 t 的函數的方程式，叫做 M 點的运動方程式，这样一來我們便可以把質點的运動作为數学問題來研究。(2)从方程的几何意义一節里，我們看到在方程 $F(x,y)=0$ 中当 x 确定后，可由一个或兩个 y 与之对应，所以一个 x 值可确定平面上一个或兩个點。研究曲綫時比較複雜。現在如果用参數方程表示曲綫，則一个 t 值只对应一个點 (x, y)，所以一个 t 值只确定平面上唯一的一點，这样便成为 t 与點的一对一的对应，研究曲綫比較方便。

例如：圓的半徑 R，圓心在坐标原點，那末这圓的参數方程为：

$$\begin{cases} x=R\cos\varphi \\ y=R\sin\varphi \end{cases} \quad (0\leqslant\varphi<2\pi)$$

这里 φ 就是参數。φ 取任一值，就确定着一对 (x,y)，也就是确定着圓周上一點，若令 $\varphi=30°$，則 $x=\frac{\sqrt{3}}{2}R$，$y=\frac{R}{2}$，所以 $\varphi=30°$ 对应着點 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R,\ \frac{1}{2}R\right)$。因为 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R\right)^2+\left(\frac{1}{2}R\right)^2=R^2$，所以这點在圓周上。因此每一个 φ 对应着圓周上一點，当 φ 取遍 0 到 2π 的所有值，則对应點就是整个的圓周。

4. §6. 从第一章里我們已經学过笛氏坐标法。同極綫坐标法。且也学过兩者間互为表達的關系式，有時研究曲綫的性質及作圖都是用極坐标來得簡單，例如阿基米特螺綫的極綫坐标方程 $\gamma=a\varphi$，对數螺綫方程 $\gamma=ae^{K\phi}$。它們的圖解及其他性質的研究可参考課本。这里要注意 (γ,φ) 与平面上的點的对应關系。

總結：曲綫是方程的几何軌迹，而方程是曲綫的解析表示，表示的方法有三种。

(1) $F(x,y)=0$ (2) $\begin{cases} x=\varphi(t) \\ y=\psi(t) \end{cases}$ (3) $\gamma=f(\varphi)$。

在这章里我要掌握兩个主要問題：I 从給出一条作为几何的點軌迹的曲綫，建立这曲綫的方程，如例 2。II 从給出标坐 x 和 y 間的

方程。作出满足这方程的曲綫，如課本§2三个例題。在作曲綫時应当注意几个原則：(i) 關于坐标軸与原點的对称性。(ii) 曲綫的变化(遞增或遞縮)。(iii)曲綫存在的范圍。§2例3作出由方程 $x^2-y=0$ 所决定的曲綫。

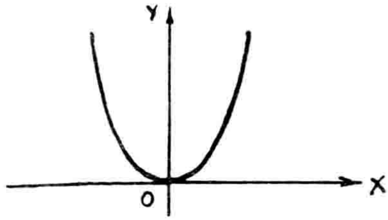


圖 4

解　(1)因为方程里含有 x^2，所以 x 可以 $-x$ 代替，故曲綫關于 y 軸对称。因为方程里只含一次的 y，因此对于 x 軸不对称。方程不能同時以 $-x$，$-y$ 代替，因此曲綫關于原點不对称。但是因为 $x=0$，則 $y=0$，所以曲綫过原點。

(2) $|x|$ 增加時，y 隨着增加，因此曲綫遞增。

(3)当 $-\infty<x<\infty$ 变化時，總有 y 值与之对应，且 $y>0$，故曲綫在 x 軸的上半平面。有了上面的討論我們只需画出第一象限的一枝，然后由对称性便能得整个曲綫。

为了要掌握这兩个主要問題，必須徹底了解曲綫与方程間的關系。

第三章　直　綫

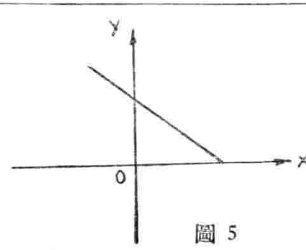
在前章里我們已建立了平面上曲綫与含有兩变數的方程間的对应關系，在前章 §1，例 1 看到一次曲綫是直綫。現在要詳細地研究直綫的各种不同形式的表示，以便解决各种類型的直綫問題。

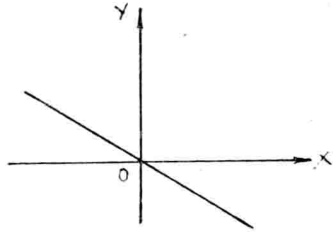
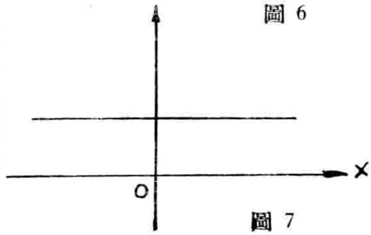
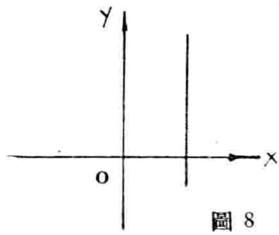
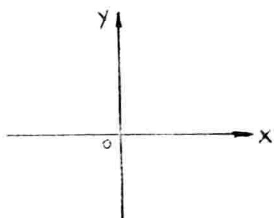
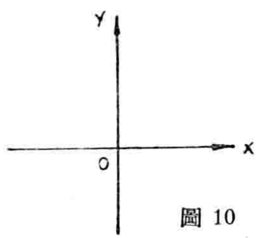
1. 在 §1 里直綫的角系數，可以从兩有向直綫的交角來理解直綫对 x 軸的傾角。这傾角的正切定义为这直綫的角系數。虽然我們并沒有給直綫方向，一般直綫總取向上作正方向。課本上圖 39 及圖 40 所表示的角就含有这意义。对于角的符号一般与第一章 §7 中的規定相同，依反時針方向旋轉所得角为正。要注意当直綫合于 x 軸或 y 軸時的角系數。

2. 在 §2 里要注意帶有角系數的直綫方程 $y=kx+b$(1) 的建立，方程 (1) 里，k，b 的几何意义。由此可掌握从給定了直綫的角系數及 y 軸上的截距后，怎样來寫該直綫的方程。

3. 在 §3 里建立一般一次方程 $Ax+By+C=0$ 在 $A^2+B^2\neq0$ 的情形根据 §2 的 (1) 知道是一直綫。再由 §2(1) 知道直綫是一次方程，因此确立了这一个理論「每条直綫都是一次方程，每个一次方程都表示一直綫」。同時要注意 y 可用 x 的一次式來表達，卽 $y=kx+b$。或者叫做 y 是 x 的綫性函數，所以綫性函數圖形是直綫。这个概念將來在數学分析是有用的。还要掌握由直綫的一般方程怎样來求該直綫的角系數及在 y 軸上的截距参考本節例題。

4. 从 §4 研究一般一次方程，作下面一只表：

直綫關于直角坐標的位置	條件	方程的形式	圖解
①直綫交二坐標軸，不過原點	$A\neq0$ $B\neq0$ $C\neq0$	$Ax+By+C=0$	 圖 5

②直線過原點	$A \neq 0$ $B \neq 0$ $C = 0$	$Ax + By = 0$	 圖 6
③直線平行于 x 軸	$A = 0$ $B \neq 0$ $C \neq 0$	$By + C = 0$ 或 $y = b$	 圖 7
④直線平行于 y 軸	$B = 0$ $A \neq 0$ $C \neq 0$	$Ax + C = 0$ 或 $x = a$	 圖 8
⑤直線重合于 x 軸	$A = 0$ $C = 0$ $B \neq 0$	$y = 0$	 圖 9
⑥直線重合于 y 軸	$A \neq 0$ $B = 0$ $C = 0$	$x = 0$	 圖 10