

王金彦 董万鹏 龚红英 编著

# 有限元法与塑性成形 数值模拟技术

YOUXIAN YUANFA YU SUXING CHENGXING  
SHUZHI MONI JISHU



化学工业出版社

王金彦 董万鹏 龚红英 编著

# 有限元法与塑性成形 数值模拟技术

YOUXIAN YUANFA YU SUXING CHENGXING  
SHUZHI MONI JISHU



化学工业出版社

· 北京 ·

本书由浅入深、系统全面地介绍了有限元方法的理论基础、构造方法以及金属塑性成形的数值模拟技术。内容包括有限元等数值分析方法产生的历史背景、常用商业有限元软件介绍，有限元法的数学力学理论基础，一维单元、连续体单元、等参单元及一般壳体单元的构造方法，金属塑性成形的刚塑性、大变形弹塑性有限元理论基础及数值模拟技术。

本书可作为高等院校材料成型及控制工程专业研究生、高年级本科生学习塑性成形数值模拟技术的教材，也可供其他相关工程专业的师生、从事材料加工及机械制造的科技人员学习相关技术时参考使用。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

有限元法与塑性成形数值模拟技术/王金彦，董万鹏，龚红英编著. —北京：化学工业出版社，2015.5

ISBN 978-7-122-23165-9

I. ①有… II. ①王… ②董… ③龚… III. ①有限元法-应用-金属压力加工-塑性变形 IV. ①TG3-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 039117 号

---

责任编辑：刘丽宏

文字编辑：颜克俭

责任校对：边 涛

装帧设计：刘丽华

---

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011）

印 装：三河市延风印装有限公司

710mm×1000mm 1/16 印张 14 1/4 字数 329 千字 2015 年 9 月北京第 1 版第 1 次印刷

---

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686） 售后服务：010-64518899

网 址：<http://www.cip.com.cn>

凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

---

定 价：68.00 元

版权所有 违者必究

# 前言

近十几年来，随着计算机软硬件技术、计算力学基础理论以及对材料加工过程物理规律本质认识的深入，材料成形过程的数值模拟技术获得了飞速发展。它为材料成形的工艺及模具设计、产品质量控制等带来了方法和手段的革命性变革，产品研发人员借助计算机模拟就可以预测材料成形过程中的缺陷，及时修改和优化设计，减少物理试验次数，缩短产品开发周期，降低生产成本。材料成形数值模拟技术在工业发达国家已经得到广泛的认同和应用，一些国际上著名的制造业公司已经将该项技术作为产品开发的一个必要环节。

材料成形的数值模拟技术理论是材料成型及控制工程专业开展研究生及本科教学的重要技术理论课，它为提高学生的软件应用及开发能力起到了至关重要的作用。我们在从事该专业研究生及本科生的教学时发现，由于金属塑性加工涉及的有限元理论基础很深，例如金属板料成形涉及材料非线性、几何非线性及接触非线性的强非线性问题，而学习非线性有限元的前提是必须要具备线性有限元分析的知识，所以学习塑性成形有限元理论必须要具有系统性和深入性。而开展本课程的教学在该专业教学计划上又不可能像力学专业那样拿出太多的学时，因此编写本书的目的就是针对我校及有关高校学生相关基础课程掌握水平的实际情況，量体裁衣，由浅入深，力求学生系统掌握有限元法及塑性成形数值模拟的理论知识。教材编写总的原则是尊重认知规律、由浅入深、兼顾理论体系的严密性和完整性，这应该是本教材的特色。

本书所必需的基础课程是高等数学、线性代数、材料力学及金属塑性成形原理。考虑到本专业多数学生未学习弹性力学的课程，本书第2章补充了弹性力学的基础知识。本书第1章至第5章为线性有限元理论知识，第6章至第9章为非线性有限元理论及塑性成形数值模拟技术，其中第8章相关理论部分介绍了当前显式有限元软件的一些主流算法。为了使学生学习更加方便，在线性有限元理论部分每章后布置了一定数目的习题。

本书内容安排是，第1章讲述了有限元等数值分析方法产生的历史背景、常用商业有限元软件介绍；第2章讲述了弹性力学的基础知识及有限元法的数学理论基础；第3章以最简单的有限元模型一维单元为例，讲述了有限元分析的全过程；第4章讲述了工程上常见的连续体单元的构造方法；第5章讲述了等参单元的概念、构造理论

及工程上最常用的一般壳体单元的构造方法；第6章讲述了金属体积成形的刚塑性有限元理论基础；第7章讲述了体积成形数值模拟的若干技术问题处理及软件应用技术；第8章讲述了大变形弹塑性有限元理论基础及当前显式有限元分析的一些主流算法；第9章讲述了板料成形数值模拟的若干技术问题处理及软件应用技术。

本书第1~5章及第8章由王金彦负责编写；第6、第7章由董万鹏负责编写；第9章由龚红英负责编写。全书由王金彦统筹定稿。研究生于秋华、饶轮、刘雅芳、吴璐、王斯凡为本书的编写做了大量工作，在此表示感谢！上海工程技术大学材料工程学院的领导和老师为本书的编写提供了很多支持和帮助，在此一并表示感谢！鉴于笔者水平有限，书中难免有不当之处，恳请同行和专家批评指正。

### 编著者

# 目录

## 第1章 绪论

1.1 数值分析方法 .....	1
1.1.1 数值分析方法来源于工程实际 .....	1
1.1.2 数值分析方法分类 .....	2
1.1.3 有限元法的发展历史 .....	3
1.2 材料成形方法及数值模拟 .....	4
1.2.1 常用材料成形方法 .....	4
1.2.2 数值模拟方法及软件构成 .....	4
1.3 常用商业有限元软件 .....	5
1.3.1 大型通用有限元软件 .....	5
1.3.2 塑性成形专业有限元软件 .....	7
复习题 .....	9

## 第2章 弹性力学基本方程与变分原理

2.1 弹性力学基本方程 .....	10
2.1.1 应力平衡方程 .....	10
2.1.2 几何变形方程(应 变-位移关系) .....	11
2.1.3 物理方程 (应力-应变关系) .....	12
2.1.4 边界条件 .....	15
2.2 变分原理与加权余量法 .....	16
2.2.1 变分原理 .....	16
2.2.2 加权余量法 .....	17
复习题 .....	18

## 第3章 一维问题的有限元法

3.1 杆单元的位移模式及形状函数 .....	20
3.1.1 阶梯状二杆结构描述 .....	20
3.1.2 二节点杆单元位移模 式及形状函数 .....	21
3.2 单元刚度矩阵 .....	22
3.2.1 单元应变及应力表达 .....	22
3.2.2 势能方法及单元刚度矩阵 .....	22
3.3 整体刚度矩阵的集成 .....	23
3.3.1 整体刚度矩阵的集成 .....	23
3.3.2 整体刚度矩阵的性质 .....	25
3.4 边界条件处理及求解 .....	26
3.4.1 边界条件的处理方法 .....	26
3.4.2 杆结构问题求解 .....	27
3.5 有限元法的一般解题步 骤及计算实例 .....	27
3.5.1 有限元法的一般解题步骤 .....	27
3.5.2 计算实例 .....	28
3.6 杆单元的坐标变换 .....	30
3.6.1 平面问题杆单元的坐标变换 .....	30
3.6.2 空间问题杆单元的坐标变换 .....	32
3.7 平面四杆桁架结构 的有限元分析 .....	33
3.7.1 问题描述 .....	33
3.7.2 结构有限元分析的过程 .....	33
复习题 .....	36

## 第4章 连续体问题的有限元法

4.1 连续体问题的离散化 .....	38
4.2 平面三节点三角形单元 .....	39

4.2.1 单元位移场的表达及形函数 .....	39	4.4.4 单元势能的表达及刚度方程 .....	56
4.2.2 单元的应变场表达 .....	41	4.5 位移函数构造与收敛性准则 .....	58
4.2.3 单元应力场的表达 .....	42	4.5.1 单元位移函数构造的一般性原则 .....	58
4.2.4 单元势能的表达及单元刚度方程 .....	43	4.5.2 有限元解的收敛性 .....	59
4.2.5 三角形面积坐标与形函数 .....	44	4.5.3 协调元与非协调元 .....	60
4.3 整体刚度矩阵的集成及边界条件的处理 .....	47	4.6 轴对称问题及单元构造 .....	60
4.3.1 整体刚度矩阵的集成 .....	47	4.6.1 轴对称问题基本方程 .....	60
4.3.2 边界条件的处理 .....	48	4.6.2 三节点三角形轴对称单元(环形单元) .....	61
4.4 平面四节点矩形单元 .....	53	4.7 空间问题的单元构造 .....	67
4.4.1 单元位移场的表达及形函数 .....	53	4.7.1 四节点四面体单元 .....	67
4.4.2 单元应变场的表达 .....	54	4.7.2 八节点正六面体单元 .....	70
4.4.3 单元应力场的表达 .....	55	复习题 .....	72

## 第 5 章 等参单元及一般壳体单元

5.1 引言 .....	76	5.5.2 八节点四边形单元 .....	88
5.2 等参元的概念及单元矩阵的变换 .....	77	5.5.3 六节点三角形单元 .....	89
5.2.1 等参元的概念 .....	77	5.5.4 十节点四面体单元 .....	90
5.2.2 单元矩阵的变换 .....	79	5.5.5 二十节点六面体单元 .....	91
5.3 等参变换的条件 .....	81	5.6 一般壳体单元 .....	93
5.3.1 等参变换的条件 .....	81	5.6.1 经典板壳理论 .....	93
5.3.2 等参变换的实现 .....	82	5.6.2 单元几何形状的描述 .....	94
5.4 数值积分 .....	83	5.6.3 单元位移描述 .....	95
5.4.1 数值积分的基本思想 .....	83	5.6.4 单元应变和应力的确定 .....	96
5.4.2 Newton-Cotes 数值积分 .....	83	5.6.5 单元刚度矩阵和等效节点载荷向量的形成 .....	98
5.4.3 Gauss 积分 .....	84	5.6.6 应力计算 .....	99
5.5 高阶等参元 .....	86	复习题 .....	99
5.5.1 九节点四边形单元 .....	86		

## 第 6 章 刚塑性有限元理论基础

6.1 引言 .....	103	6.3.1 刚塑性材料的基本假设 .....	115
6.2 塑性力学的几个基本概念 .....	103	6.3.2 刚塑性材料的力学基本方程及边值问题 .....	115
6.2.1 应力、应变和应变速率 .....	103	6.3.3 理想刚塑性材料的变分原理 .....	117
6.2.2 屈服准则 .....	107	6.3.4 刚塑性材料的完全广义变分原理 .....	117
6.2.3 列维-密塞斯方程 .....	112	6.3.5 刚塑性材料的不完全广义变分原理 .....	118
6.2.4 材料力学模型的简化形式 .....	114		
6.3 刚(黏)塑性材料的变分原理 .....	115		

6.3.6 刚(黏)塑性材料的变分原理	120	6.4.1 离散化	123
6.3.7 刚塑性可压缩材料 的变分原理	121	6.4.2 单元应变率矩阵	126
6.4 刚塑性有限元求解 的基本公式	123	6.4.3 刚塑性有限元求解基本公式	129
		6.4.4 刚塑性有限元分析过程	134

## 第7章 体积成形数值模拟

7.1 刚塑性有限元分析中若 干技术问题的处理	136	7.2.2 前处理器	142
7.1.1 初始速度场的生成	137	7.2.3 后处理器	142
7.1.2 收敛判据	138	7.3 锻造过程仿真	142
7.1.3 摩擦条件的选取	139	7.3.1 锻造实例及工艺分析	143
7.1.4 刚塑性交界面的处理	140	7.3.2 锻造过程仿真	143
7.1.5 速度奇异点的处理	140	7.3.3 缺陷预测	146
7.1.6 时间步长的确定	140	7.3.4 锻造工艺优化(毛坯优化)	148
7.1.7 网格的重划分	141	7.4 挤压过程仿真	149
7.2 体积成形专业软件		7.4.1 挤压实例及工艺分析	150
DEFORM 工作界面	141	7.4.2 挤压成形过程仿真	152
7.2.1 系统平台	141	7.4.3 缺陷预测	153
		7.4.4 挤压工艺优化(凹模优化)	154

## 第8章 大变形弹塑性有限元理论基础

8.1 引言	159	8.3.6 随动坐标系下的大变形理论	177
8.2 小变形弹塑性有限元法	160	8.3.7 大变形弹塑性有限元方程	180
8.2.1 弹塑性矩阵	160	8.4 材料的力学模型	182
8.2.2 弹塑性有限元方程	161	8.4.1 屈服函数	182
8.2.3 计算弹塑性有限元方程 需注意的几个问题	162	8.4.2 硬化模型	186
8.2.4 非线性方程组求解方法简介	164	8.4.3 流动法则及加、卸载准则	188
8.3 大变形弹塑性有 限元主流算法	166	8.4.4 屈服准则下的本构关系	189
8.3.1 连续体运动的坐标描述	167	8.5 板料成形经典 BT 壳 单元理论模型	194
8.3.2 大变形分析的应变度量	168	8.5.1 BT 壳单元的构造思想	194
8.3.3 大变形分析的应力度量	171	8.5.2 随动坐标系的定义	194
8.3.4 计算构型的选择比较	174	8.5.3 应变速率的计算	195
8.3.5 大变形弹塑性本构方程	174	8.5.4 应力合成和节点力	197
		8.5.5 沙漏控制技术	198

## 第9章 板料成形数值模拟

9.1 板料成形数值模拟有 限元方程的求解	200
--------------------------	-----

9.1.1 动力显式时间积分方法 .....	200	9.4 板料成形专业软件 DYNAFORM 的工作界面 .....	215
9.1.2 静力隐式算法 .....	201	9.4.1 DYNAFORM 软件主界面 .....	215
9.1.3 两种算法的比较 .....	202	9.4.2 前置处理模块 .....	216
9.2 板料成形数值模拟的 接触问题的处理 .....	202	9.4.3 分析计算模块 .....	216
9.2.1 接触搜索 .....	202	9.4.4 后置处理模块 .....	217
9.2.2 接触力的计算 .....	205	9.4.5 利用 DYNAFORM 模拟冲压 成形过程的一般步骤 .....	218
9.2.3 摩擦力的计算 .....	206	9.5 冲压过程仿真实例分析 .....	219
9.3 板料成形数值模拟若 干技术问题的处理 .....	207	9.5.1 冲压产品实例及工艺分析 .....	219
9.3.1 模具网格划分方法 .....	207	9.5.2 冲压成形仿真试验 .....	220
9.3.2 坯料网格划分方法 .....	208	9.5.3 成形结果分析及成 形缺陷的预测 .....	224
9.3.3 虚拟冲压速度及虚拟质量 .....	210	9.5.4 进行相应的冲压成形工艺 参数优化设计仿真试验 .....	225
9.3.4 拉深筋等效阻力模型 .....	210		
9.3.5 坯料预估 .....	214		

## 参考文献

# 绪论

## 1.1 数值分析方法

### 1.1.1 数值分析方法来源于工程实际

在科学技术及工程实际问题中，有许许多多的实际问题可以归结为微分方程（常微分方程或偏微分方程）及边值问题。通常能用解析法求出精确解的问题一般都是方程性质简单、求解域几何形状规则的问题，如图 1-1 所示悬臂梁弹性变形条件下各横截面上的位移、应变及应力计算，可以采用弹性力学的方法解出。但对于大多数问题，由于控制方程一般具有非线性性质，或由于求解区域几何形状比较复杂，则不能得出精确解。如图 1-2 所示具有复杂边界形状的物体承受简单载荷作用，即使在弹性变形条件下也难以求出精确解。

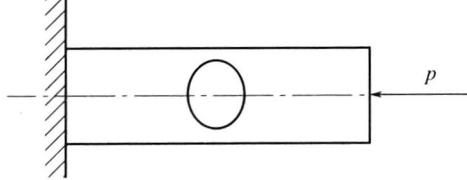


图 1-1 承受集中载荷作用  
的带孔洞悬臂梁（解析法）

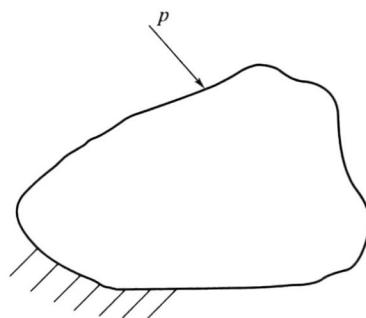


图 1-2 具有复杂边界形状的物  
体承受集中载荷作用（数值解法）

科学家和工程师寻求另一种求解问题的方法——数值解法，这种方法一般来说分为两个阶段。首先将连续的求解域划分为有限个网格及节点，选取适当的途径将微分方程及其定解条件转化为网格节点上相应的代数方程组，即建立离散方程组；然后在计算机上求解离散方程组，得到节点上的解，进一步利用插值函数计算网格内部任一点的解，从而得到微分方程定解问题在整个求解域上的近似。

解。近几十年来随着计算机技术的飞速发展，数值分析方法已经成为解决工程实际问题的主要工具。

### 1.1.2 数值方法分类

#### (1) 有限差分法

有限差分法 (Finite Difference Method, 简称 FDM) 是数值解法中最经典的方法。它是将求解域划分为差分网格，用有限个网格节点代替连续的求解域，并在网格节点上用差分代替微分，推导出含有离散点上有限个未知数的差分方程组。求差分方程组 (即代数方程组) 的解，就是微分方程定解问题的数值近似解，这是一种直接将微分问题变为代数问题的近似数值解法。

有限差分法特别适合求解建立于空间坐标系的流体流动问题，在流体力学领域，至今仍占据支配地位。当用于求解域几何形状复杂时，精度降低或求解困难。

#### (2) 有限体积法

有限体积法 (Finite Volume Method, FVM) 又称为控制体积法 (Control Volume Method, CVM)。其基本思路是：将计算区域划分为网格，并使网格点周围有一个互不重复的控制体积，将微分方程对每一个控制体积积分，从而得出一组离散方程，其中的未知量就是网格点上的场函数值。为了求出控制体积的积分，必须假定场函数在网格点之间的变化规律。

有限体积法是近年发展非常迅速的一种离散化方法，其特点是计算效率高，目前在流体力学领域得到广泛应用，大多数商用计算流体动力学 (CFD) 软件都采用这种方法。

#### (3) 有限元法

有限元法 (Finite Element Method, FEM) 的出现是数值分析方法研究领域内重大突破性进展。其基本思想是将一个连续的求解域分成有限个适当形状的离散化单元，在单元上分片构造场函数，然后根据变分原理或加权余量法将问题的控制方程 (微分方程) 转化为所有单元上的有限元方程，将所有单元总体合成，形成总体有限元方程 (代数方程组)，代入边界条件求出各个节点上的场函数值，再进一步利用插值函数求出求解域任一点上的未知量。

有限元法具有广泛的适应性，特别适用于几何及物理条件比较复杂的非线性问题，而且便于实现程序的标准化。在固体力学领域，绝大多数都采用有限元法，而在流体力学领域由于计算效率相对较低，因此得到一定的应用。

就离散方法而言，有限体积法可视作有限元法和有限差分法的中间物。有限元法必须假定场函数在网格节点之间的变化规律 (插值函数)，并将其作为近似解。有限差分法只考虑网格点上场函数的数值而不考虑场函数在网格点之间如何变化。有限体积法计算时只寻求场函数的节点值，但在寻求控制体积的积分时，必须假定场函数在网格点之间的分布。在有限体积法中，插值函数值只用于计算控制体积的积分，得出离散方程后就可以忘掉插值函数；如果需要的话，可以对微分方程中的不同项采用不同的插值函数。

### 1.1.3 有限元法的发展历史

有限元法的基本思想由特朗 (Courant) 在 1943 年提出, 他第一次尝试把定义在三角形区域上的分片连续函数和最小位能原理相结合来求解圣维南扭转问题——变分问题的里兹方法。工程上真正利用计算机采用有限元法解决工程实际问题的是特纳 (Turner) 和克拉夫 (Clough) 所做的工作。1956 年他们在分析飞机结构时, 第一次给出了用三角形单元求解平面应力问题的正确解答。三角形单元的单元特性由弹性理论方程确定, 采用直接刚度法推导单元刚度阵。1960 年, Clough 进一步处理了平面弹性问题, 并第一次提出了“有限单元法”的名称。1963 年 Melosh 认识到, 有限元法的数学基础是变分原理, 是一种基于变分原理的分片 Ritz 法, 这就奠定了有限元的数学理论基础。

早期的有限元法建立在虚功原理和最小势能原理基础上, 随着认识的加深, 各国学者建立了基于不同变分原理的有限元法。如基于最小势能原理及其修正形式的位移元、位移杂交元和非协调元等, 基于最小余能原理及其修正形式的应力元、应力杂交元等, 基于 Hellinger-Reissner 二场广义变分原理及其修正形式或 Hu-Washizu 三场广义变分原理及其修正形式的混合元、混合杂交元等。由于多变量有限元法的参数匹配以及稳定性和收敛性理论的复杂性, 在工程应用中目前仍以位移为未知量的位移法为主。20 世纪 70 年代初, 有限元基本理论和方法已发展成熟, 随后的研究致力于高精度单元、板壳单元、非线性问题的迭代求解方法、适用于新型材料的有限元方法、多尺度有限元法和多场耦合等问题的研究。现在有限元法的应用已从弹性力学平面问题扩展到空间问题、轴对称问题、板壳问题等, 从静力平衡问题扩展到稳定问题、动力学问题、传热学及热力学问题等。分析的对象从弹性材料扩展到弹塑性、刚塑性、黏弹性、黏塑性和复合材料等, 从固体力学扩展到流体力学、传热学、流固耦合、热力耦合、电磁场、多场耦合问题等。在工程分析中的作用已从分析和校核扩展到优化设计并和计算机辅助设计技术相结合。可以预计, 随着现代力学、计算数学和计算机技术等学科的发展, 有限元法及数值模拟技术必将在国民经济建设及科学技术发展中发挥更大的作用, 其自身也将得到进一步的发展和完善。

在塑性成形数值模拟过程中, 主要应用非线性有限元方法。Yamada 等在 1968 年推导了小变形弹塑性本构关系矩阵; Hibbit 等在 1970 年提出了基于 Lagrange 描述的大变形弹塑性有限元列式; Mcmeeking 等提出了基于 Euler 描述的大变形弹塑性有限元列式; Argris、Wempner 及 Belytschko 等最早提出了基于共旋格式的弹塑性大变形算法, 并广泛应用于非线性有限元计算中。至今, 大变形弹塑性有限元法仍在不断发展完善。在实际问题中, 很多问题可忽略弹性变形而采用刚塑性本构关系。1973 年, Lee 和 Kobayashi 提出了以 Lagrange 乘子法引入不可压缩条件的刚塑性有限元法; Zienkiewicz 等在 1975 年提出了采用罚函数法处理不可压缩条件的刚塑性有限元法; Mori 等在 1977 年提出了可压缩刚塑性有限元法。相对于弹塑性有限元法, 刚塑性有限元避开了几何非线性问题, 在增量较大的情况下以小变形方法来处理大变形问题, 建模简单且计算效率高, 收到了工程界的欢迎。在 20 世纪 90 年代以前, 非线性有限元的解法主要是静力隐式算法, 加州大学 Berkeley 分校的学者 Hughes 等人对这

种方法的进步做出了杰出贡献，在一定程度上解决了这种方法求解复杂非线性问题时出现的收敛性方面的困难。在计算方法上，Costantino 在 1964 年发展了最早的显式有限元程序。显式积分方法不需要计算刚度矩阵及其分解运算，不存在收敛性问题。显式有限元的重大进展是由 John Hallquist 博士在 Lawrence Livermore 实验室做出的，他在 1976 年发布了 Dyna 程序，该程序在世界上各大学和实验室广泛应用，成为当前显式求解程序的基础。由于不存在收敛性问题，目前显式分析程序广泛应用于复杂问题的非线性有限元分析中。

## 1.2 材料成形方法及数值模拟

### 1.2.1 常用材料成形方法

在现代制造业中，材料成形是生产各种零件或零件毛坯的主要方法。对金属材料而言，按原料的形态其成形过程可分为液态成形、固态成形和半固态成形。

液态成形方法是将液态金属浇注到具有和机械零件形状相适应的铸型型腔中，经过凝固、冷却之后，获得毛坯或零件的材料成形方法。固态成形方法主要包括金属塑性加工、焊接、粉末冶金及切削加工，其中金属塑性加工又主要包括轧制、挤压、拉拔、冲压和锻造，在现代制造业中占有重要地位。半固态成形是指将金属加热到半流动状态，然后用压力加工成产品或毛坯件。

塑性加工工艺根据变形特征的不同又可分为体积成形和板料成形。体积成形是通过金属材料体积的大量转移来获得产品，其特点是金属产生了较大的塑性变形，因此要求材料具有较好的塑性，成形过程通常在加热状态下进行，如轧制、挤压、锻造等工艺方法。板料成形是利用模具对板料进行塑性加工，成形时金属材料的塑性变形不是太大，通常材料的刚性平动、转动和变形同时发生，如冲压、旋压和冷轧等工艺方法。

### 1.2.2 数值模拟方法及软件构成

#### (1) 数值模拟方法

材料成形的工艺方法种类繁多，涉及的物理、化学和力学现象十分复杂，是一个多学科交叉、融合的研究和应用领域。材料成形过程的基本规律可以用一组微分方程及边值问题来描述，例如材料成形过程中需满足的流动方程、热传导方程、运动方程和力平衡方程等，以及还需要满足的力边界条件、位移边界条件或热传导边界条件等。这些微分方程（组）通常称为控制方程，例如板料在冲压过程中，变形体需要满足动力学平衡方程、力边界条件及位移边界条件：

在整个变形体内满足动力学平衡方程：

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i + c \dot{u}_i \quad (1-1)$$

在边界  $S_\sigma$  满足力边界条件：

$$\sigma_{ij} n_j = \bar{T}_i \quad (1-2)$$

在边界  $S_u$  满足位移边界条件：

$$u_i(X_j, t) = \bar{u}_i \quad (1-3)$$

对于工程中的绝大多数问题，微分方程及边值问题只能采用前面所述数值分析的方法解决。上述板料冲压过程中的动力学方程及边界条件可以根据变分法或加权余量法转化为有限元方程，从而实现对整个问题的求解。

所以材料的成形过程还未实际进行时，就可以根据其工艺方案和成形原理采用数值分析的方法在计算机上进行数值计算和模拟，检验该方案的可行性，为方案的改进和优化提供依据，节省生产成本。

## (2) 数值模拟软件构成

数值模拟是根据工程问题的基本规律（控制方程和边界条件），利用计算机程序求出满足工程要求的数值解，数值模拟技术是现代工程学的重要成果和推动力之一。其基本特点是：对研究区域进行离散化，使处处满足控制方程和边界条件的场变量化为仅在离散点上满足控制方程和边界条件导出的代数方程组，将一个连续的、无限自由度问题变成离散的、有限自由度问题。

现代工程学已经发展了众多的数值模拟软件，数值模拟软件通常有前处理、求解器（数值计算）、后处理三部分组成。

① 前处理 前处理主要完成实体造型、网格划分、物性赋值及定义单元类型等。实体造型是将研究问题直接进行几何造型，或将其他 CAD 软件完成的几何造型输入到 CAE 软件中。网格划分是将连续的实体进行离散化，形成节点和单元。物性赋值是将研究问题的各种物理参数，即问题涉及的各种力学参数、热力学参数、液体流动参数等输入计算机中。定义单元类型就是根据研究问题的特性将其定义为实体、板、壳、梁等单元类型。

② 求解器 求解器完成的主要功能就是数值计算，主要包括施加载荷、设定时间步和计算控制条件、求解计算等。

③ 后处理 后处理主要完成计算结果的显示和分析，根据成形缺陷准则完成结果评判，为后续分析和优化提供分析依据等。

## 1.3 常用商业有限元软件

### 1.3.1 大型通用有限元软件

① Nastran 适用于大型通用结构静、动力及非线性分析，可以计算结构位移、应变、应力、固有频率及模态分析、响应分析、谱分析及随机振动分析。NASTRAN 属于 Code（即求解器），动力学分析是它的特色，目前集成了非线性分析模块。该软件早期主要用于航空航天方面，以后在航空、汽车等业界享有声誉。

② Ansys 适用于大型结构静、动力及非线性分析，特别适合多场耦合分析。ANSYS 件软件是融结构、流体、电场、磁场、声场分析于一体的大型通用

有限元分析软件，该软件主要包括三个部分：前处理模块、分析计算模块和后处理模块。

前处理模块提供了一个强大的实体建模及网格划分工具，用户可以方便地构造有限元模型；分析计算模块包括结构分析（可进行线性分析、非线性分析和高度非线性分析）、流体动力学分析、电磁场分析、声场分析、压电分析以及多物理场的耦合分析，可模拟多种物理介质的相互作用，具有灵敏度分析及优化分析能力；后处理模块可将计算结果以彩色等值线显示、梯度显示、矢量显示、粒子流迹显示、立体切片显示、透明及半透明显示（可看到结构内部）等图形方式显示出来，也可将计算结果以图表、曲线形式显示或输出。

③ Abaqus 适用于大型结构静、动力及非线性分析，非线性分析功能强大。有独特的材料及单元用户程序接口，可二次开发，因此广泛用于高校、科研院所等学术研究机构。

Abaqus 有两个主求解器模块——Abaqus/Standard 和 Abaqus/Explicit，它还包含一个全面支持求解器的图形用户界面，即人机交互前后处理模块——Abaqus/CAE。对某些特殊问题，Abaqus 还提供了专用模块来加以解决。Abaqus 是一套功能强大的工程模拟的有限元软件，其解决问题的范围从相对简单的线性分析到许多复杂的非线性问题。Abaqus 包括一个丰富的、可模拟任意几何形状的单元库。并拥有各种类型的材料模型库，可以模拟典型工程材料的性能，其中包括金属、橡胶、高分子材料、复合材料、钢筋混凝土、可压缩超弹性泡沫材料以及土壤和岩石等地质材料。作为通用的模拟工具，Abaqus 除了能解决大量结构（应力/位移）问题，还可以模拟其他工程领域的许多问题，例如热传导、质量扩散、热电耦合分析、声学分析、岩土力学分析（流体渗透/应力耦合分析）及压电介质分析。

④ MSC. Marc 适用于大型结构静、动力、非线性及多场耦合分析，非线性功能强大。MSC. Marc 是功能齐全的高级非线性有限元软件的求解器，它具有极强的结构分析能力。可以处理各种线性和非线性结构分析，包括线性/非线性静力分析、模态分析、简谐响应分析、频谱分析、随机振动分析、动力响应分析、自动的静/动力接触、屈曲/失稳、失效和破坏分析等。

Marc 提供了丰富的结构单元、连续单元和特殊单元的单元库，几乎每种单元都具有处理大变形几何非线性、材料非线性和包括接触在内的边界条件非线性以及组合的高度非线性的超强能力。Marc 的结构分析材料库提供了模拟金属、非金属、聚合物、岩土、复合材料等多种线性和非线性复杂材料行为的材料模型。分析采用具有高数值稳定性、高精度和快速收敛的高度非线性问题求解技术。为了进一步提高计算精度和分析效率，Marc 软件提供了多种功能强大的加载步长自适应控制技术，自动确定分析曲屈、蠕变、热弹塑性和动力响应的加载步长。Marc 卓越的网格自适应技术，以多种误差准则自动调节网格疏密，不仅可提高大型线性结构分析精度，而且能对局部非线性应变集中、移动边界或接触分析提供优化的网格密度，既保证计算精度，同时也使非线性分析的计算效率大大提高。此外，Marc 支持全自动二维网格和三维网格重划，用以纠正过渡变形后产生的网格畸变，确保大变形分析的继续进行。

⑤ HyperWorks 大型通用有限元软件包，其旗舰产品是大型有限元前处理软件 Hypermesh。Hypermesh 有多种 CAD 格式接口并可以和多种 CAE 软件实现数据共享，适用于零件的网格划分，网格划分后零件的组装。其软件包 HyperWorks 集成多种求解器如 Optistruct、Radioss 等，可进行结构的静、动力、非线性及优化分析。

Altair HyperWorks 是企业级的、为工程师量身定做的 CAE 软件。HyperWorks 系列产品集成了开放性体系和可编程工作平台，可提供顶尖的 CAE 建模、可视化分析、优化分析以及健壮性分析、多体仿真、制造仿真以及过程自动化。HyperWorks 的开放式平台可以直接运用顶尖的 CAD、CAE 求解技术，并内嵌与产品数据管理以及客户端软件包交互的界面，具有高度的开放性、灵活性和友好的用户界面。HyperWorks 包括以下模块：Altair HyperMesh 高性能、开放式有限单元前后处理器，让您在一个高度交互和可视化的环境下验证及分析多种设计情况。Altair MotionView 通用多体系统动力学仿真及工程数据前后处理器，它在一个直观的用户界面中结合了交互式三维动画和强大无比的曲线图绘制功能。Altair HyperGraph 强大的数据分析和图表绘制工具，具有多种流行的工程文件格式接口、强大的数据分析和图表绘制功能以及先进的定制能力和高质量的报告生成器。Altair HyperForm 集成 HyperMesh 强大的功能和金属成型单步求解器，是一个使用逆向逼近方法的金属板材成型仿真有限元软件。

### 1.3.2 塑性成形专业有限元软件

① Ls-Dyna 非线性有限元分析求解器，其中显式分析最为有名。可用于碰撞分析、冲压分析、固液耦合及爆炸计算等。

Ls-Dyna 是世界上著名的通用显式动力分析程序，能够模拟真实世界的各种复杂问题，特别适合求解各种二维、三维非线性结构的高速碰撞、爆炸和金属成型等非线性动力冲击问题，同时可以求解传热、流体及流固耦合问题。在工程应用领域被广泛认可为最佳的分析软件包。与实验的无数次对比证实了其计算的可靠性。它以 Lagrange 算法为主，兼有 ALE 和 Euler 算法；以显式求解为主，兼有隐式求解功能；以结构分析为主，兼有热分析、流体-结构耦合功能；以非线性动力分析为主，兼有静力分析功能（如动力分析前的预应力计算和薄板冲压成型后的回弹计算）；军用和民用相结合的通用结构分析非线性有限元程序。

② Dynaform Dynaform 软件是美国 ETA 公司和 LSTC 公司联合开发的用于板料成形数值模拟的专用软件，由 LS-DYNA 求解器与 ETA/FEMB 前后处理器结合，是当今流行的板料成形与模具设计的 CAE 工具之一。

Dynaform 软件主要由基本模块、BSE（板料尺寸计算）模块、DFE（模面设计）模块等模块组成。Dynaform 软件包中包含 4 个程序。这 4 个程序包含了前处理、求解器和后处理。它们分别是：Dynaform、LS-DYNA、eta/PostGL 与 eta/GRAPH。在其设置选项中，几乎涵盖冲压模模面设计的所有要素，包括：确定最佳冲压方向、坯料的设计、工艺补充面的设计、拉延筋的设计、凸凹模圆角设计、冲压速度的设置、压边力的设计、摩擦系数、切边线的求解、压力机吨位等。Dynaform 软件适用的设备有：单动压力机、双动压力机、无压边压力机、螺旋压力机、锻锤、组合模具

和特种锻压设备等。主要应用于冲压、压边、拉延、弯曲、回弹、多工步成形等典型钣金成形过程、液压成形、辊弯成形、模具设计、压机负载分析等领域。

③ Autoform 由瑞士软件公司开发，板料成形有限元分析专用软件，隐式算法，可用于板料成形起皱、拉裂预测。该软件的特色是求解效率高，模面设计功能强大。

瑞士 Autoform 工程软件公司的 Autoform 是专门针对汽车工业和金属成形工业中的板料成形而开发和优化的 CAE 分析软件，用于优化工艺方案和进行复杂型面的模具设计。全世界有很多汽车公司、模具公司及零部件供应商都使用它来进行产品开发、工艺规划和模具研发，其目标是解决“零件可制造性（part feasibility）、模具设计（die design）、可视化调试（virtual tryout）”。它将来自世界范围内的许多汽车制造商和供应商的广泛的诀窍和经验融入其中，并采取用户需求驱动的开发策略，以保证提供最新的技术。由于是纯粹针对汽车板料成形这一特定领域，Autoform 拥有一个庞大的汽车零配件数据库，与各大汽车公司的合作较为密切，因此在这一领域占有巨大的市场份额和相关专利。

④ Pamstamp 板料成形专用有限元分析软件，法国 ESI 软件技术公司开发，主流显式分析，可用于板料成形起皱、拉裂及回弹分析。

Pamstamp 是法国 ESI 公司开发的商业化专业板料冲压成形分析软件。该软件集成了来自于 optris 和 viking 等软件的尖端冲压模拟技术，并提供了在线决策的可能性。从概念上来看，Pamstamp 是第一个和产品的生命周期一体化的金属冲压解决方案，该方案包括从模具设计的可行性研究、设计验证、直至制造工艺的优化的整个制造链。Pamstamp 的核心技术主要是由“冲压模拟开发集团”（SSDG）完成开发的。冲压模拟开发集团组合了欧洲主要汽车生产商，比如奥迪、宝马、戴姆勒-克莱斯勒、欧宝、PSA、雷诺和大众等。Pamstamp 的新的系统框架可以在各模块之间进行无缝的数据交换，也提供了可以客户化的应用程序编程界面。

⑤ Deform 由 SFTC 公司开发，是一套基于工艺模拟系统的有限元分析软件，专门用于分析各种金属体积成形过程中的三维流动，提供极有价值的工艺分析数据及有关成形过程中材料和温度的流动。

Deform 软件是一个高度模块化、集成化的有限元模拟系统，它主要包括前处理器、模拟器、后处理器三大模块。前处理器，主要包括 3 个子模块。a. 数据输入模块，便于数据的交互式输入。如初始速度场、温度场、边界条件、冲头行程及摩擦系数等初始条件。b. 网格的自动划分与自动再划分模块。c. 数据传递模块，当网格重划分后，能够在新旧网格之间实现应力、应变、速度场、边界条件等数据的传递，从而保证计算的连续性。模拟器：真正的有限元分析过程是在模拟处理器中完成的，Deform 运行时，首先通过有限元离散化将平衡方程、本构关系和边界条件转化为非线性方程组，然后通过直接迭代法和 Newton-Raphson 法进行求解，求解的结果以二进制的形式进行保存，用户可在后处理器中获取所需要的结果。后处理器：后处理器用于显示计算结果，结果可以是图形形式，也可以是数字、文字混编形式，获取的结果可为每一步的有限元网格；等效应力、等效应变；速度场、温度场及压力行程曲线等。