



ZHONGXUE QIJI KETANG

中学 奇迹 课堂

教材解析完全学习攻略

数学

配浙教教材
七年级
下册

- 优秀教师的教案
- 状元学子的笔记
- 家长辅导的蓝本



教育科学出版社

Educational Science Publishing House

· 新世纪英才系列 ·

ZHONGXUE QIJI KETANG

中学奇迹课堂

教材解析完全学习攻略



配浙教教材

总主编 詹丞

数学

七年级 下册

班级: _____

姓名: _____



教育科学出版社

· 北京 ·

出版人: 所广一
策划制作: 世纪英才
责任编辑: 张新国
封面设计: 李 铁

图书在版编目(CIP)数据

中学奇迹课堂. 数学. 七年级. 下册/詹丞总主编.
—北京: 教育科学出版社, 2012. 12
配浙教教材
ISBN 978-7-5041-7132-0

I. ①中… II. ①詹… III. ①中学数学课—初中—教
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 283977 号

新世纪英才系列
中学奇迹课堂
ZHONGXUE QIJI KETANG

出版发行 教育科学出版社

社 址 北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号
邮 编 100101
传 真 010-64891796

市场部电话 010-64989009/027-86779229
编辑部电话 010-64981275/027-86793945
网 址 <http://www.esph.com.cn>

经 销 各地新华书店
印 刷 荆州市今印印务有限公司
开 本 170 毫米×240 毫米 16 开
印 张 23
字 数 589 千

版 次 2012 年 12 月第 1 版
印 次 2012 年 12 月第 1 次印刷
定 价 26.80 元

如有印装质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。



目录

第1章 平行线

本章综述	(1)
1.1 平行线	(2)
课前自主学习引导	(2)
课堂精讲精练强化	(2)
课后巩固拓展探究	(6)
1.2 同位角、内错角、同旁内角	(8)
课前自主学习引导	(8)
课堂精讲精练强化	(8)
课后巩固拓展探究	(11)
1.3 平行线的判定	(14)
课前自主学习引导	(14)
课堂精讲精练强化	(14)
课后巩固拓展探究	(19)
1.4 平行线的性质	(22)
课前自主学习引导	(22)
课堂精讲精练强化	(23)
课后巩固拓展探究	(29)
1.5 图形的平移	(32)
课前自主学习引导	(32)
课堂精讲精练强化	(32)
课后巩固拓展探究	(39)
章节整合梳理	(42)
知识结构 专题探究 直击中考	
教材习题详解	
第1章综合能力测控	(49)

第2章 二元一次方程组

本章综述	(53)
2.1 二元一次方程	(54)
课前自主学习引导	(54)
课堂精讲精练强化	(54)
课后巩固拓展探究	(58)
2.2 二元一次方程组	(61)
课前自主学习引导	(61)
课堂精讲精练强化	(61)
课后巩固拓展探究	(65)
2.3 解二元一次方程组	(68)
课前自主学习引导	(68)
课堂精讲精练强化	(69)

课后巩固拓展探究	(76)
2.4 二元一次方程组的应用	(81)
课前自主学习引导	(81)
课堂精讲精练强化	(81)
课后巩固拓展探究	(88)
2.5 三元一次方程组及其解法	(92)
课前自主学习引导	(92)
课堂精讲精练强化	(92)
课后巩固拓展探究	(96)
章节整合梳理	(100)
知识结构 专题探究 直击中考	
教材习题详解	
第2章综合能力测控	(108)

第3章 整式的乘除

本章综述	(112)
3.1 同底数幂的乘法	(113)
课前自主学习引导	(113)
课堂精讲精练强化	(113)
课后巩固拓展探究	(120)
3.2 单项式的乘法	(123)
课前自主学习引导	(123)
课堂精讲精练强化	(123)
课后巩固拓展探究	(127)
3.3 多项式的乘法	(130)
课前自主学习引导	(130)
课堂精讲精练强化	(130)
课后巩固拓展探究	(134)
3.4 乘法公式	(137)
课前自主学习引导	(137)
课堂精讲精练强化	(137)
课后巩固拓展探究	(143)
3.5 整式的化简	(147)
课前自主学习引导	(147)
课堂精讲精练强化	(147)
课后巩固拓展探究	(149)
3.6 同底数幂的除法	(152)
课前自主学习引导	(152)
课堂精讲精练强化	(153)
课后巩固拓展探究	(157)

3.7 整式的除法	(161)
课前自主学习引导	(161)
课堂精讲精练强化	(161)
课后巩固拓展探究	(165)
章节整合梳理	(168)
知识结构 专题探究 直击中考	
教材习题详解	
第3章综合能力测控	(174)
期中综合能力测控	(177)

第4章 因式分解

本章综述	(181)
4.1 因式分解	(182)
课前自主学习引导	(182)
课堂精讲精练强化	(182)
课后巩固拓展探究	(184)
4.2 提取公因式法	(187)
课前自主学习引导	(187)
课堂精讲精练强化	(187)
课后巩固拓展探究	(191)
4.3 用乘法公式分解因式	(194)
课前自主学习引导	(194)
课堂精讲精练强化	(194)
课后巩固拓展探究	(199)
章节整合梳理	(203)
知识结构 专题探究 直击中考	
教材习题详解	
第4章综合能力测控	(207)

第5章 分式

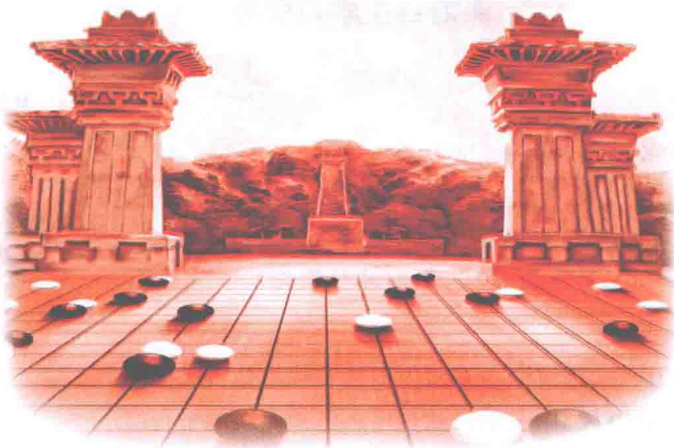
本章综述	(210)
5.1 分式	(211)
课前自主学习引导	(211)
课堂精讲精练强化	(211)
课后巩固拓展探究	(215)
5.2 分式的基本性质	(218)
课前自主学习引导	(218)
课堂精讲精练强化	(218)
课后巩固拓展探究	(223)
5.3 分式的乘除	(227)
课前自主学习引导	(227)
课堂精讲精练强化	(227)
课后巩固拓展探究	(232)
5.4 分式的加减	(235)
课前自主学习引导	(235)
课堂精讲精练强化	(235)

课后巩固拓展探究	(242)
5.5 分式方程	(246)
课前自主学习引导	(246)
课堂精讲精练强化	(246)
课后巩固拓展探究	(253)
章节整合梳理	(256)
知识结构 专题探究 直击中考	
教材习题详解	
第5章综合能力测控	(264)

第6章 数据与统计图表

本章综述	(267)
6.1 数据的收集与整理	(268)
6.1.1 数据的收集与整理	(268)
课前自主学习引导	(268)
课堂精讲精练强化	(268)
课后巩固拓展探究	(272)
6.1.2 全面调查与抽样调查	(274)
课前自主学习引导	(274)
课堂精讲精练强化	(275)
课后巩固拓展探究	(279)
6.2 条形统计图和折线统计图	(282)
课前自主学习引导	(282)
课堂精讲精练强化	(282)
课后巩固拓展探究	(288)
6.3 扇形统计图	(291)
课前自主学习引导	(291)
课堂精讲精练强化	(291)
课后巩固拓展探究	(296)
6.4 频数与频率	(299)
课前自主学习引导	(299)
课堂精讲精练强化	(300)
课后巩固拓展探究	(305)
6.5 频数直方图	(308)
课前自主学习引导	(308)
课堂精讲精练强化	(308)
课后巩固拓展探究	(313)
章节整合梳理	(316)
知识结构 专题探究 直击中考	
教材习题详解	
第6章综合能力测控	(323)
期末综合能力测控	(328)

平行线



本章综述

学思结合 · 事半功倍

同学们对相交线,平行线并不陌生吧! 围棋棋盘上的横线和竖线,学校操场上的双杠,教室中黑板面相邻的两边与相对的两边……这些都给我们以相交线、平行线的形象. 你能在身边再找到一些相交线和平行线的实例吗?

那么,两条直线被第三条直线所截,能形成哪些角? 这些角有什么特征呢? 什么样的两条直线互相平行? 互相平行的直线又有什么特征? 怎样平移一个图形呢?

想知道这些问题的答案吗? 那就一起来学习本章知识吧!

本章是学习线和角的继续,也是学习几何图形知识的重要基础,以后几乎所有几何图形的学习都需用到本章知识.

课程标准要求

1. 结合具体情境认识两条直线平行的位置关系;理解同位角、内错角、同旁内角的定义及平行线的定义、平行线的判定方法、性质及其应用.
2. 知道过直线外一点有且仅有一条直线与已知直线平行,会用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线.
3. 认识平移,并会利用平移进行简单的图案设计.

学习方法指导

1. 要学会从图形中正确地指出两个角的位置关系,在辨别的过程中要抓住同位角、内错角、同旁内角的基本构图特征.
2. 能正确区分平行线的判定和性质:平行线的判定是由两角的关系得到两直线平行,而平行线的性质是由两直线平行得到两角的关系.
3. 在学习过程中要发展逻辑推理能力,并学会运用几何符号语言来表述自己的分析过程和理由,初步养成言之有据的习惯,同时注意体会数学中的转化与分类讨论思想.
4. 学习本章时,要特别注意观察实物、模型和图形,通过观察、对比、归纳来寻找图形中的位置关系和数量关系,从而探求图形的性质.

1.1 平行线

课前自主学习引导



情景导入

激发兴趣 温故知新

商场手扶式电梯的左、右扶手,操场上双杠的两条横杠,铁路上的两条铁轨都是我们在生活中常见的两条直线互相平行的例子,可以说生活中的平行线随处可见.那么平行线究竟有怎样的特征呢?本节中我们将一起来研究两条直线的一种特殊位置关系——平行.



呈现目标

明确目标 有的放矢

1. 了解平行线的概念,理解同一平面内两条直线的位置关系.
2. 掌握平行公理,能够利用三角尺和直尺画已知直线的平行线.

课堂精讲精练强化



典例剖析

立足教材 讲透练精

名师点拨 · 夯实双基

知识点一: 平行线的定义及表示方法

例 1 下列叙述正确的是 (C).

- A. 两条直线不相交就平行
- B. 在同一平面内,不相交的两条射线叫做平行线
- C. 在同一平面内,不相交的两条直线叫做平行线
- D. 在同一平面内,不相交的两条线段叫做平行线

分析: 本例属于对概念的考查,应从平行线的概念入手进行判断. 在同一平面内,两条直线的位置关系不是相交就是平行,但在空间里就不一定了,故 A 选项错;不相交的两条射线不一定是平行线,如图①,射线 AB 、 CD 不相交,但它们不平行,故 B 选项错;平行线是针对两条直线而言,不相交的两条线段所在的直线不一定不相交,如图②,线段 AB 、 CD 不相交,但它们不平行,故 D 选项错. 因此只有 C 选项符合平行线定义.

深度解析 · 举一反三

知识解读

1. 定义: 在同一个平面内,不相交的两条直线叫做**平行线**.
2. 表示方法: “平行”用符号“ $\parallel$ ”表示. 如图,直线 AB 和 CD 是平行线,记做“ $AB \parallel CD$ ”(或“ $CD \parallel AB$ ”),读做“ AB 平行 CD ”或“ CD 平行 AB ”.

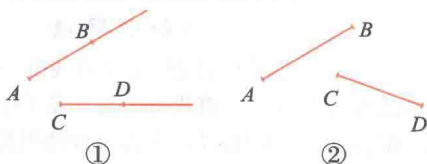
$A \text{ ————— } B$

$C \text{ ————— } D$

注意: (1) “在同一个平面内”是定义的前提条件;

(2) 不相交是平行线的特征;

(3) 在同一平面内,两条直线的位置关系只有相交和平行两种. 特别地,重合的直线视为一条直线,不属于上述任何一种位置关系.



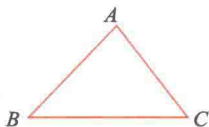
解:C

点拨:(1)平行线的定义有三个特征:一是在同一个平面内,二是两条直线,三是不相交,三者缺一不可;(2)有时说两条射线平行或线段平行,实际是指它们所在的直线平行,两条线段不相交并不意味着它们一定平行.

知识点二:平行线的画法

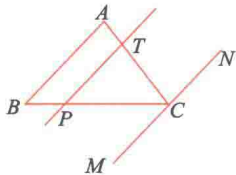
例2 如图所示,按要求画图:

- (1)过 BC 上任意一点 P 画 AB 的平行线,交 AC 于点 T ;
- (2)过点 C 画 $MN \parallel AB$.



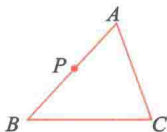
分析:过直线外一点画已知直线的平行线,要按一“落”,二“靠”,三“移”,四“画”的顺序.

解:如图所示:



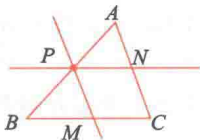
- (1)在 BC 上任取一点 P ,过点 P 作 $PT \parallel AB$,交 AC 于点 T .
- (2)过点 C 作 $MN \parallel AB$.

例3 如图, P 是 AB 上一点,过点 P 作 $PM \parallel AC$,交 BC 于点 M ,过点 P 作 $PN \parallel BC$,交 AC 于点 N .



分析:按照平行线的画法用直尺和三角尺作图.

解:如图,直线 $PM \parallel AC$ 交 BC 于点 M , $PN \parallel BC$ 交 AC 于点 N .



点拨:画平行线是几何画图的基本技能之一,在画图时,应合理使用工具,切忌随手画图.

变式训练

1. 下列说法中正确的个数是(3).

- (1)在同一平面内,两条直线不相交就平行,平行就不相交;(2)在同一平面内,两条线段不相交,则它们平行;(3)在同一平面内,两条直线的位置关系有三种:相交、垂直、平行;(4)不相交的两条直线一定平行.

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

知识解读

平行线的画法一般遵循以下步骤:

一“落”——把三角尺的一边落在已知直线上;

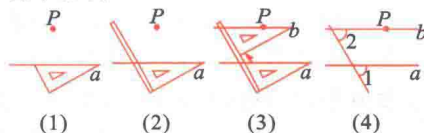
二“靠”——用直尺靠紧三角尺的另一边;

三“移”——沿直尺移动三角尺,使三角尺与已知直线重合的边过已知点;

四“画”——沿三角尺过已知点的边画直线.

注意:上述画法图解过程如下:

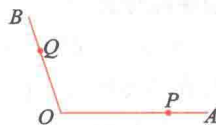
如图,过直线 a 外一点 P ,画直线 a 的平行线 b .



变式训练

2. 如图所示,点 P 在 $\angle O$ 的一边 OA 上,点 Q 在 $\angle O$ 的另一边 OB 上,按下列要求画图(不写画法):

- (1)过点 P 作 $PM \parallel OB$;
- (2)过点 Q 作 $QN \parallel OA$.



知识点三：平行公理

例 4 下列说法中正确的有()。

①一条直线的平行线只有一条；②过一点与已知直线平行的直线只有一条；③因为 $a \parallel b, c \parallel d$, 所以 $a \parallel d$ ；④经过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行。

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

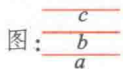
分析：一条直线的平行线有无数条，故①错；②中的点在直线外还是在直线上，位置不明确，所以②错；③中 b 与 c 的位置关系不明确，所以③也是错误的；根据平行公理可知④正确，故选 A。

解：A

点拨：本例是一道概念辨析题，要正确解答必须抓住概念的内容，特别是关键词及其重要特征。对于许多类似概念，要在理解的基础上记忆，在比较中理解。

【拓展】 平行公理的推论：如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行。

也就是说，如果 $b \parallel a, c \parallel a$, 则 $b \parallel c$ 。如图：



注意：(1) 基本事实是人们在长期实践中总结出来的结论，我们称之为公理，它可以作为以后推理的依据，无需证明。如平行公理。

(2) 利用公理(或定理)推出的正确的命题可称为公理(或定理)的推论。

知识解读

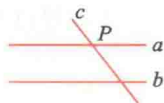
平行公理：经过直线外一点，**有且只有一条**直线与这条直线平行。

注意：(1) 平行公理特别强调“经过直线外一点”，而非直线上的点，要区别于垂线的第一性质；

(2) “有且只有”中的“有”说明存在性，“只有”说明唯一性。

变式训练

3. 如图所示，已知直线 a, b, c 在同一平面内，如果 $a \parallel b$, a 与 c 相交于点 P , 那么 b 与 c 也一定相交，为什么？



培优创新

综合探究 规律总结

【循序渐进·思维拓展】

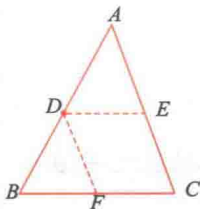
题型一：动手操作题

例 1 阅读下列语句后画图，并回答下列问题：

如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 为 AB 的中点， $AC = 2.4$ cm。

(1) 过点 D 画直线 $ED \parallel BC$ 交 AC 于点 E ；

(2) 过点 D 画直线 $DF \parallel AC$ 交 BC 于点 F 。



【学以致用·触类旁通】

变式训练

4. 如图，已知点 P 和 $\angle AOB$ ，作射线 $PE \parallel OA, PF \parallel OB$ ，分别与 OB, OA 相交于点 E, F ，则 $\angle EPF$ 与 $\angle AOB$ 有什么关系？(用量角器测量，得出结论)

BC 于点 F ;

(3) 度量 $AE = \underline{\hspace{1cm}}$, $CE = \underline{\hspace{1cm}}$, $BF = \underline{\hspace{1cm}}$,
分析数据后, 猜想可以得到的结论: $\underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 度量 $DE = \underline{\hspace{1cm}}$, $BC = \underline{\hspace{1cm}}$, $DF = \underline{\hspace{1cm}}$,
分析数据后, 猜想可以得到的结论: $\underline{\hspace{2cm}}$.

分析: 按照题中要求正确画图, 准确度量, 再从位置关系和大小关系两方面研究、分析, 得出猜想.

解: (1)、(2) 画图, 如图所示.

(3) 1.2 cm, 1.2 cm, 1.0 cm, 过三角形一边中点, 平行于三角形另一边的直线经过第三边的中点.

(4) 1.0 cm, 2.0 cm, 1.2 cm, 三角形两边中点的连线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.

点拨: 只有画图准确, 才能度量准确, 进而才能得到正确的猜想.

题型二: 利用平行公理解决与生活有关的方案设计题

例 2 如图是一条河, C 是河边 AB 外一点.

(1) 过点 C 要修一条与河平行的绿化带, 请作出正确的示意图;

(2) 现欲用水管从河边 AB 将水引到 C 处, 请问怎样铺设管道所用经费最少?

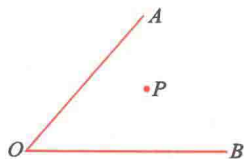
分析: (1) 从平行线的画法切入. 本题是一个实际问题, 它的数学含义非常明显, 就是过点 C 作直线 AB 的平行线, 没有作图工具的要求, 我们可以选择适合自己的工具作出来即可. 可用直尺与三角尺的配合完成.

(2) 从“经费最少”的含义切入. 要使铺设管道所用经费最少, 就要看管道铺多长, 也就是说, 怎样铺设能保证所用管道是最短的. 若把管道看做一条线段的话, 最短的线段即为过点 C 作 AB 的垂线段.

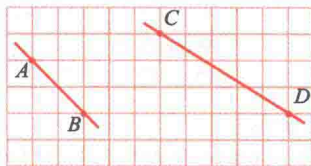
解: (1) 如图中的直线 CD 即为所求的绿化带.

(2) 如图中的线段 CH 即为所要铺设的管道.

点拨: 本题把两类作图放置在一起, 有比较之意, 能在比较中加深我们对平行公理及垂线段最短的性质的认识. 具体画图时, 要选好工具, 保证画图的规范性: “一落, 二靠, 三移, 四画”, 是画这类图的常用步骤.

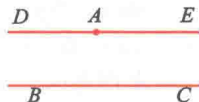


5. 在下图的方格上分别画出与 AB 平行且相等的线段和与 CD 平行且相等的线段.



变式训练

6. 如图, BC 是小明画的一条跑道. 小林过来帮忙, 他们决定从 A 点出发, 一个人沿 AD 方向, 另一个人沿 AE 方向分别画出与 BC 平行的两条射线 AD 与 AE . 画完后小林说 $\angle DAE = 180^\circ$, 你觉得小林的说法正确吗? 为什么?



课后巩固拓展探究



小节回顾

科学归纳 一目了然

[要点概览]

平行线	定义	在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线
	平行线的画法	一“落”；二“靠”；三“移”；四“画”
	平行公理	经过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行
	平行公理的推论	如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行

[易错警示]

易错点：对平行公理理解不透彻而致错

例 平面内有 A, B, C 三点，且三点不在同一条直线上，过三点画一组平行线，这样的平行线能画几组？

错解：一组或无数组。

剖析：此类题易错往往是因为对平行公理理解不透彻。因为 A, B, C 三点不在同一条

直线上，所以过其中的两点可画一条直线（两点确定一条直线），这样共可画出三条不同的直线： AB, BC, CA 。由平行公理可知，过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，即这样的平行线能画出三组，且只能画出三组。

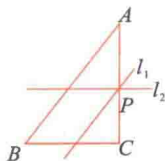
正解：三组。

教材习题详解

释疑解惑 规范解答

教材第 5 页“课内练习”

- 解：相交与平行。
- 解： $AB \parallel CD, AC \parallel BD$ 。
- 解：如图所示， $l_1 \parallel AB, l_2 \parallel BC$ 。



教材第 5~6 页“作业题”

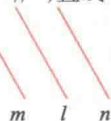
- 解：体育场上的双杠，马路上的斑马线，商场手扶电梯两边的扶手。

作业设计

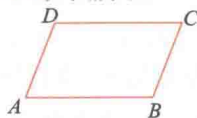
夯实基础题

- 在同一平面内，两条直线的位置关系是_____或_____。

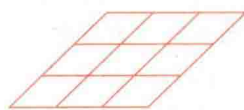
- 解：如图所示，直线 $m \parallel l$ ，直线 $n \parallel l$ 。



- 解：如图所示。



第 3 题图

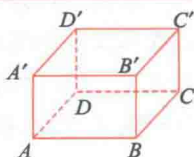


第 5 题图

- 解： $AB \parallel FG, AB \parallel DC, FG \parallel DC, AD \parallel BC, BD \parallel HI, AG \parallel EH$ 。
- 解：如图所示。（图形仅供参考，线段长度根据题目要求截取）

难易有度 注重培优

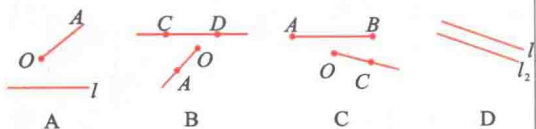
- 如图所示，在长方体中，与棱 AB 平行的棱有_____条，它们是_____。



3. 若直线 a, b, c 互不重合, 且直线 $a \parallel b, b \parallel c$, 则 $a \parallel c$ 的几何依据是: _____.

4. 下列生活实例中: ①交通路口的斑马线; ②体操的纵队; ③火车的铁轨; ④百米跑道. 其中属于平行线的是 _____ (填序号).

5. 如图所示的每个图形中的直线、射线、线段都不相交, 其中平行的是 ().



提升能力题 ★★

6. 下列说法中错误的个数是 ().

- ①一条直线的平行线只有一条; ②过一点有且只有一条直线与已知直线平行; ③同一平面内, 若一条直线与两条平行线中的一条相交, 那么它也和另一条相交; ④三条直线交点的个数可能是 0 个, 1 个, 2 个或 3 个.

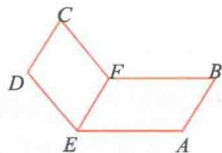
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 读句画图:

(1) M 是直线 AB 外一点, 过点 M 的直线 MN 与 AB 交于点 N , 过点 M 画直线 CD , 使 $CD \parallel AB$;

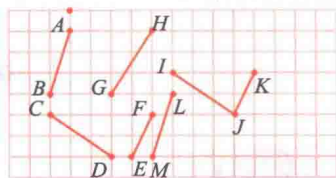
(2) 点 P 是 $\angle ABC$ 的边 AB 上的一点 (异于点 B), 直线 EF 经过点 P , 且与直线 BC 平行.

8. 如图所示, 将一张长方形的硬纸片 $ABCD$ 对折, EF 为折痕, 把长方形 $ABFE$ 平放在桌面上, 另一个面 $CDEF$ 无论怎样改变位置总有 $CD \parallel AB$ 存在, 你知道为什么吗?



综合发展题 ★★★

9. 在图中的方格纸上找出平行的线段, 并用符号表示出来.



$AB \parallel LM$
 $CD \parallel IJ$
 $FE \parallel KJ$

10. 按要求画图: 直线 AB, CD 互相垂直, 垂足为点 O ; 点 M 是直线 AB, CD 外一点, 直线 MN 平行于直线 CD , 且与直线 AB 交于点 N .

1.2 同位角、内错角、同旁内角

课前自主学习引导



情景导入

激发兴趣 温故知新

风筝起源于我国,最早的风筝据说是由战国时期的墨翟制作的.风筝通过图案形象,喻示喜庆、吉祥和祝福之意,融合了群众的欣赏习惯,渗透着我国的民族传统和民间习俗,因而在民间广为流传,为人们所喜闻乐见.

风筝的骨架构成了多种关系的角,你知道这些角之间具体有什么联系吗?



呈现目标

明确目标 有的放矢

1. 了解同位角、内错角、同旁内角的定义.
2. 会在简单图形中识别同位角、内错角、同旁内角,并逐步培养识图能力和探索能力.

课堂精讲精练强化



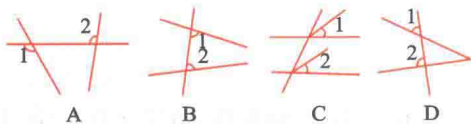
典例剖析

立足教材 讲透练精

名师点拨 · 夯实双基

知识点一: 同位角、内错角、同旁内角的定义及识别方法

例 1 下列图形中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角的是 ().

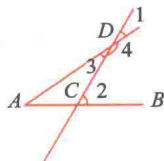


分析: 观察各选项中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的位置关系, 然后根据同位角的定义选出正确的答案.

解: D

点拨: 判断相交线中角的关系时, 要牢牢把握两点: (1) 准确判断三条直线的位置关系, 尤其是截线; (2) 抓住同位角、内错角、同旁内角的本质特征.

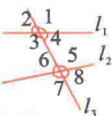
例 2 如图, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是 _____ 角, $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是 _____ 角, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是 _____ 角.



深度解析 · 举一反三

知识解读

1. 两条直线 l_1, l_2 被第三条直线 l_3 所截, 构成了 8 个角 (即“三线八角”), 如图所示:



(1) $\angle 1$ 与 $\angle 5$ 都在第三条直线 l_3 的同旁, 并且分别位于直线 l_1, l_2 的同一侧, 这样的一对角叫做 **同位角**.

(2) $\angle 3$ 与 $\angle 5$ 分别位于第三条直线 l_3 的异侧, 并且都在两条直线 l_1 与 l_2 之间, 这样的一对角叫做 **内错角**.

(3) $\angle 3$ 与 $\angle 6$ 都在第三条直线 l_3 的同旁, 并且在直线 l_1 与 l_2 之间, 这样的一对角叫做 **同旁内角**.

2. 区别同位角、内错角、同旁内角的方法:

分析:根据同位角、内错角、同旁内角的定义确定角的名称. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 处于直线 CD 的同旁, 直线 AD 、 AB 的同侧, 故是同位角; $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 处于直线 CD 的同旁, 直线 AD 、 AB 之间, 故是同旁内角; $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 处于直线 CD 的两侧, 直线 AD 、 AB 之间, 故是内错角.

解:同位角 同旁内角 内错角

点拨:在确定角的名称时, 关键要理解同位角、内错角、同旁内角的定义, 紧扣定义中的关键字眼如“同侧”“异侧”“之间”等, 并结合图形作出判断.

拓展 同位角、内错角、同旁内角之间的相同点:

- (1) 同位角、内错角、同旁内角这三种角一定是成对出现的;
- (2) 每对角的顶点不是同一点;
- (3) 一定是两条直线被第三条直线所截形成的;
- (4) 每对角都有一条公共边, 且这条公共边一定是在截线上.

知识点二: “三线八角”中八角之间的关系

例 3 如图所示, 若 $\angle 1 = \angle 5$, 则图中还有哪些相等的角? 为什么?

分析:图中既有对顶角, 还有邻补角. 利用对顶角相等及邻补角互补的性质就可解决此题.

解: $\angle 1 = \angle 5 = \angle 3 = \angle 7$,

$\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8$.

理由: $\because \angle 1 = \angle 5$ (已知),

$\angle 1 = \angle 3$, $\angle 5 = \angle 7$ (对顶角相等),

$\therefore \angle 1 = \angle 5 = \angle 3 = \angle 7$.

$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$,

$\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$, $\angle 5 + \angle 8 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8$.

点拨:在“三线八角”的基本图形中, 研究同一个顶点的四个角的关系时, 我们可借助对顶角和邻补角的性质; 研究不同顶点的两个角的关系时, 我们常考虑同位角、内错角、同旁内角.

(1) 按定义

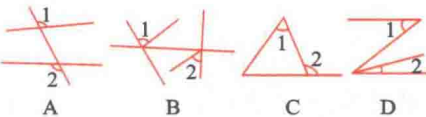
截线同旁, 被截两线的同侧是同位角; 截线两旁, 被截两线之间是内错角; 截线同旁, 被截两线之间是同旁内角.

(2) 对照字母的形状

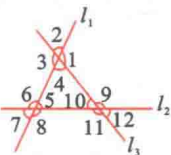
一般地, 形如“F”的图形是同位角; 形如“Z”的图形是内错角; 形如“C”或“U”的图形是同旁内角.

变式训练

1. 下列各图形中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角的是 ().



2. 如图所示, 三条直线 l_1, l_2, l_3 两两相交. 图中共有 12 个角, 其中有多少对同位角? 多少对内错角? 多少对同旁内角?



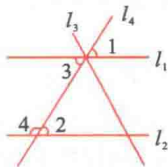
知识解读

1. 两条直线被第三条直线所截得到的八个角中, 其位置关系既有同位角、内错角、同旁内角, 也有我们之前学过的对顶角、邻补角.

2. 两条直线被第三条直线所截得到的八个角中共有 4 对同位角, 2 对内错角, 2 对同旁内角, 4 对对顶角, 8 对邻补角.

变式训练

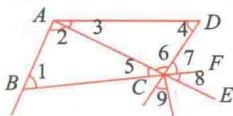
3. 如图, 如果 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$, 那么 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 的大小关系是_____.



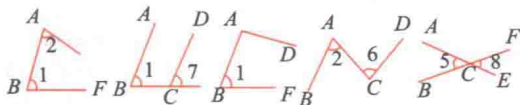
【循序渐进·思维拓展】

题型一：复杂图形中同位角、内错角、同旁内角的识别

例1 如图所示，试判断 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 、 $\angle 1$ 与 $\angle 7$ 、 $\angle 1$ 与 $\angle BAD$ 、 $\angle 2$ 与 $\angle 9$ 、 $\angle 2$ 与 $\angle 6$ 、 $\angle 5$ 与 $\angle 8$ 中各对角的位置关系。



分析：如果将上图分割成如下图所示的一些单独的图形，就不难看出 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角、 $\angle 1$ 与 $\angle 7$ 是同位角、 $\angle 1$ 与 $\angle BAD$ 是同旁内角、 $\angle 2$ 与 $\angle 6$ 是内错角、 $\angle 5$ 与 $\angle 8$ 是对顶角。这里应注意 $\angle 2$ 与 $\angle 9$ 不是同位角，因为 $\angle 2$ 与 $\angle 9$ 的各边分别在四条不同的直线上，不是两条直线被第三条直线所截而形成的。



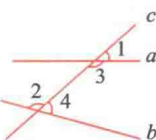
解： $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角， $\angle 1$ 与 $\angle 7$ 是同位角， $\angle 1$ 与 $\angle BAD$ 是同旁内角， $\angle 2$ 与 $\angle 9$ 没有任何位置关系， $\angle 2$ 与 $\angle 6$ 是内错角， $\angle 5$ 与 $\angle 8$ 是对顶角。

点拨：“三线八角”图形识别的训练，是平面几何入门中很重要的一环。当图形比较复杂时，可用有颜色的笔将指定的两角描出来。

题型二：同位角、内错角、同旁内角与对顶角、邻补角的综合应用

例2 如图所示，直线 a, b 被直线 c 所截， $\angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = 105^\circ$ ，求 $\angle 1$ 的同位角， $\angle 4$ 的内错角， $\angle 3$ 的同旁内角的度数。

分析：在图中先找到 $\angle 1$ 的同位角， $\angle 4$ 的内错角和 $\angle 3$ 的同旁内角，再寻找这些角与已知角 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 的关系，从而求解。



解：由图知， $\angle 1$ 的同位角是 $\angle 4$ ，

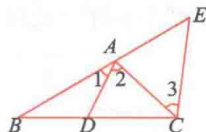
$$\because \angle 4 = 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ,$$

$\therefore \angle 1$ 的同位角是 75° 。

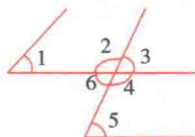
【学以致用·触类旁通】

变式训练

4. 如图所示， $\angle 1$ 和 $\angle E$ ， $\angle 2$ 和 $\angle 3$ ， $\angle 3$ 和 $\angle E$ 各是什么位置关系的角？它们分别是哪两条直线被哪条直线所截得到的？



5. 如图所示，下列说法中正确的是 ()。



- A. $\angle 1$ 与 $\angle 5$ 是同位角
- B. $\angle 5$ 与 $\angle 2$ 是内错角
- C. $\angle 4$ 与 $\angle 6$ 是同旁内角
- D. $\angle 3$ 与 $\angle 5$ 是同位角

变式训练

6. 两条直线被第三条直线所截， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角， $\angle 3$ 与 $\angle 2$ 是内错角。

(1) 画出示意图；

(2) 若 $\angle 1 = 3\angle 2$ ， $\angle 2 = 3\angle 3$ ，求 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 的度数。

- $\therefore \angle 4$ 的内错角与 $\angle 1$ 的对顶角是同一个角,
 $\therefore$ 由对顶角相等,得 $\angle 4$ 的内错角是 40° .
 $\therefore \angle 3$ 的同旁内角是 $\angle 4$,
 $\therefore \angle 3$ 的同旁内角是 75° .

点拨:认真审题,读懂题意,明确所求角与已知角 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 的关系是解决问题的关键所在.

课后巩固拓展探究



小节回顾

科学归纳 一目了然

[要点概览]

同位角、内错角、同旁内角

同位角:两条直线被第三条直线所截,如果两个角都在第三条直线的同旁,并且分别位于这两条直线的同一侧,这样的一对角叫做同位角

内错角:两条直线被第三条直线所截,如果两个角在第三条直线的异侧,并且都在这两条直线之间,这样的一对角叫做内错角

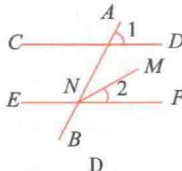
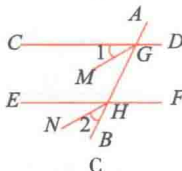
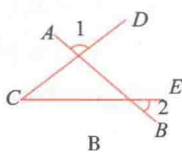
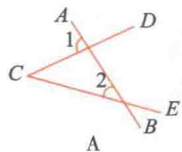
同旁内角:两条直线被第三条直线所截,如果两个角在第三条直线的同旁,并且都在这两条直线之间,这样的一对角叫做同旁内角

同位角、内错角、同旁内角的识别

[易错警示]

易错点:因对“三线八角”的本质特征理解不够透彻而出错

例1 如图所示的图形中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角的是().



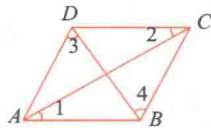
错解: C

剖析:本题错解原因是只看到 $\angle 1$ 在 CD 下方, $\angle 2$ 在 EF 下方,而 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 均在 AB 的

左侧,并没有看到 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 并非是“三线”所成的角.

正解: A

例2 如图所示, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是内错角,请问它们分别是由哪两条直线被哪条直线所截得到的?



错解: $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是由直线 AD 与直线 BC 被直线 AC 所截得到的内错角; $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是由直线 AB 与直线 CD 被直线 BD 所截得到的内错角.

剖析:错解的原因是弄错了被截直线. 具

体找法:两角公共边所在的直线是截线,其余两边所在的直线是被截的两条直线.

正解: $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是由直线 AB 与直线 CD

被直线 AC 所截得到的内错角; $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是由直线 AD 与直线 BC 被直线 BD 所截得到的内错角.

教材习题详解

释疑解惑 规范解答

教材第7~8页“课内练习”

1. 解: (1) 直线 l_1, l_2 被 l_3 所截时, $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角; 直线 l_3, l_4 被 l_1 所截时, $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是内错角.

(2) $\angle 8$ 与 $\angle 6$ 是同位角, $\angle 3$ 与 $\angle 6$ 是内错角, $\angle 3$ 与 $\angle 5$ 是同旁内角. 它们都是由直线 l_3, l_4 被 l_2 所截而成的.

2. 解: (1) $\angle 1$ 与 $\angle 5$ 是一对内错角, 根据对顶角相等, $\angle 5 = \angle 6 = 45^\circ$, $\angle 1 = \angle 5$.

(2) $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角, $\angle 3 = 180^\circ - \angle 4 = 135^\circ$, 根据是邻补角的性质, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

教材第8页“作业题”

1. 解: $\angle BPF$ 与 $\angle DQF$ 为同位角, $\angle BPF$ 与 $\angle CQE$ 为内错角, $\angle BPF$ 与 $\angle DQE$ 为同旁内角. (答案不唯一)

2. (1) $\angle 2$ **(2)** $\angle 4$ **(3)** ED 内错 **(4)** AB

AF 同位

3. 解: $\angle AED = \angle 2$, $\angle AEC$ 和 $\angle DEO$ 都与 $\angle 2$ 互补.

$$\therefore \angle DEO + \angle 1 = 180^\circ, \angle 2 = \angle 1,$$

$$\therefore \angle DEO + \angle 2 = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle AEC = \angle DEO, \therefore \angle AEC + \angle 2 = 180^\circ.$$

4. 解: 同位角: $\angle EDC$ 与 $\angle A$, $\angle FBA$ 与 $\angle C$.

内错角: $\angle EDC$ 与 $\angle C$, $\angle A$ 与 $\angle FBA$.

同旁内角: $\angle A$ 与 $\angle ADC$, $\angle A$ 与 $\angle ABC$, $\angle C$ 与 $\angle ABC$, $\angle C$ 与 $\angle ADC$.

5. 解: $\therefore \angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$.

$$\therefore \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle 2 = \angle 3, \angle 4 = 2\angle 3,$$

$$\therefore \angle 3 + 2\angle 3 = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle 3 = 60^\circ. \therefore \angle 4 = 120^\circ.$$

作业设计

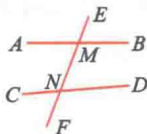
难易有度 注重培优

夯实基础题

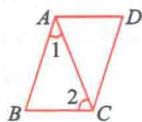
1. 如图, 已知直线 AB, CD 被直线 EF 所截, 则 $\angle EMB$ 的同位角是().

A. $\angle AMF$ B. $\angle BMF$

C. $\angle ENC$ D. $\angle END$



第1题图



第2题图

2. 如图, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角, 那么它们是由()得到的.

A. 直线 AD, BC 被直线 AC 所截

B. 直线 AB, CD 被直线 AD 所截

C. 直线 AB, CD 被直线 BC 所截

D. 直线 AB, BC 被直线 AC 所截

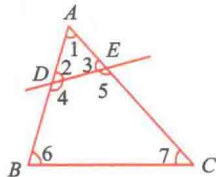
3. 如图, 对下列各组角的位置关系判断错误的是().

A. $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同旁内角

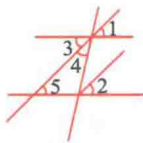
B. $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是内错角

C. $\angle 5$ 和 $\angle 6$ 是同旁内角

D. $\angle 5$ 和 $\angle 7$ 是同旁内角



第3题图



第4题图

4. 如图, 有下列判断: ① $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角; ② $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 是同旁内角; ③ $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是