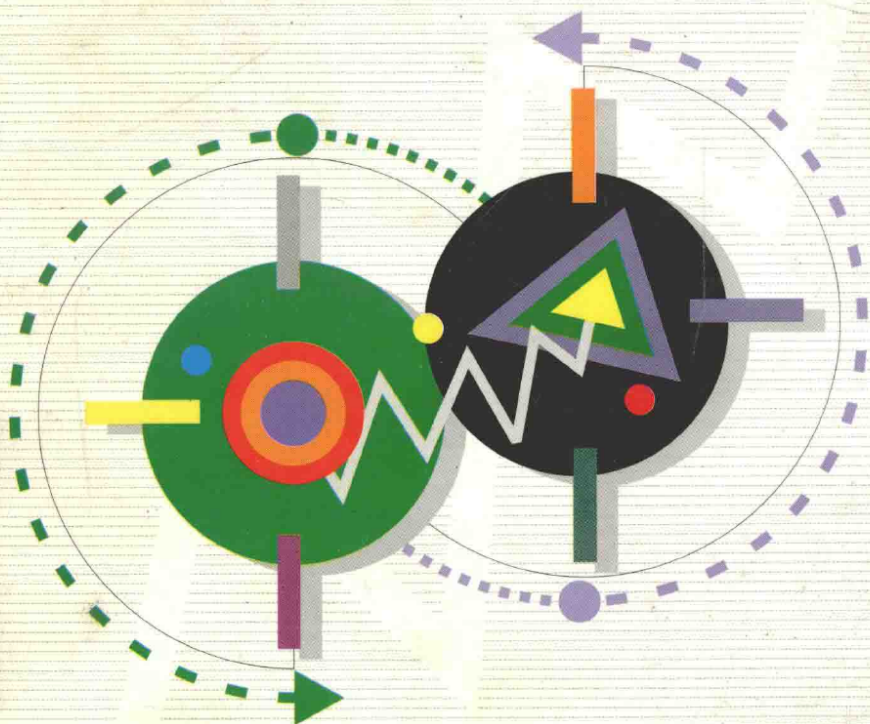


数 学 教 育 的 现代发展与研究

曾 峥 著



◆ 湖南师范大学出版社

数学教育的现代发展与研究

曾 峥 著

湖南师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学教育的现代发展与研究 / 曾峥著. — 长沙: 湖南师范大学出版社, 2001

ISBN7—81081—032—4/O·001

I. 数... II. 曾... III. ①数学—教育史—中国②数学—教学研究 IV. 01—4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 06727 号

数学教育的现代发展与研究

曾 峥 著

责任编辑: 陈宏平

责任校对: 刘琼琳

湖南师范大学出版社出版发行

(长沙市岳麓山)

湖南省新华书店经销 国防科学技术大学印刷厂印刷

850×1168 32 开 8.75 印张 218 千字

2001 年 5 月第 1 版 2001 年 5 月第 1 次印刷

印数: 1—800 册

ISBN7—81081—032—4/O·001

定价: 18.00 元

序

数学教育是一门实践性很强的边缘性学科,它涉及的学科或知识很多,有数学、哲学、逻辑学、教育学、心理学、计算机科学以及现代化的手段等等,是多学科交叉或综合性的学科。数学教育与数学科学一样,伴随着人类社会实践活动而产生与发展。数学教育的理论,既来自于社会的数学教育实践,也来自于相关学科理论的渗透,更来自于对自身长期实践经验总结的升华。

与数学教育最密切相关的学科当然是数学。然而什么是数学?数学的素质教育功能何在?这是多年来人们一直在探索和追思的数学哲学之谜,也是数学教育理论所涉及的第一个重要课题。在人类历史长河中,数学的起源可追溯到原始社会,其发展经历了一条漫长的道路,至今大致经历了四个阶段。数学的发展有着自身的规律,每个时期,都留下了人们对数学对象认识的深深的时代烙印。认识数学的历史与规律,对于我们认识数学和开展数学教育研究都有着重要的意义。

数学学习是数学教育研究的重要领域。虽然数学学习与其他知识的学习一样,也要经历注意、感觉、知觉、记忆、思维和想象等认识过程,但学习数学的认识过程与学习其他知识的认识过程有着不同的特点和规律。要掌握这些特点和规律,首先要掌握数学学习的基本理论。数学学习理论是数学教育心理学的核心内容,

是数学教育理论所涉及的第二个重要课题。自 20 世纪以来,出现了许多有影响的学习理论,其中有代表性的主要有桑代克和斯金纳等的联结理论,格式塔和苛勒等的认知理论,加涅与布鲁纳和奥苏伯尔等的新认知理论,以及由皮亚杰建构思想发展起来的建构主义理论等等。这些理论对数学学习理论的建立产生了深刻的影响,尤其是认知科学与建构主义对数学学习的影响,给数学教育研究带来了许多新问题和新热点。

数学教育理论所涉及的第三个重要课题是关于数学思维的研究。在数学教育研究中,人们对数学思维的研究持续不断,近十几年始终方兴未艾。数学思维既是辩证的思维又是科学的思维,同时还经常表现为一种数学能力。人们把数学思维活动已纳入到数学能力的结构之中,把数学思维活动和数学本身的方法、数学思维的特点、智力素质、思维训练等当作同样的东西来进行研究。研究结果表明,数学思维活动积极性的高低,直接反映出一个人数学能力的强弱,而数学思维过程中的积极性活动,取决于数学思维的品质。

数学教育理论所涉及的第四个重要课题是数学教育思想和方法的改革问题。这里面包括了大众数学的理论与 21 世纪数学教育改革的价值取向,数学建模与问题解决,现代教学思想及方法的改革,“为迁移而教”的数学教学规律与方法等内容。这些问题具有较强的时代特征,反映了 21 世纪数学教育改革的趋势。人类已步入新世纪,社会正处于变革中。现代科学技术特别是高新技术,已越来越表现为一种数学技术,从某种意义上讲,未来科技的竞争,实质是一种数学技术的竞争,是对当代青少年的数学教育的竞争。因此,我们需要重新认识数学,重新认识学生,重新认识数学教育,共同奏响新世纪中小学数学教育的主旋律。

数学教育理论所涉及的第五个重要课题是数学课程的基本理论与教材体系。数学课程论是数学教育学的重要组成部分,是研

究数学课程的发展规律和数学课程的编排理论的一门科学。数学课程改革是数学教育改革的核心。课程与教材密不可分,掌握数学课程的基本理论对理解 and 研究中学数学教材具有十分重要的意义。这几年来,数学课程改革的力度很大,各国都在纷纷建立新的数学课程体系,编写适应新世纪所需要的新教材,并开展一系列的实验探索,以寻求一条在新形势下提高数学教育质量的新途径。

对数学教育的质量监控,这将涉及到数学教育评价的问题,亦即数学教育理论涉及的第六个课题。随着教育的改革与发展,数学教育评价逐步发展成为数学教育学中具有系统理论与方法、应用性很强的基础理论。作为数学教师,必须掌握其特点、功能、原则和方法以及发展趋势,同时要建立一套对数学学习和数学课堂教学的科学评价体系,从而更好地提高数学教学的水平,确保人才的培养质量。

数学教育理论涉及到的第七个重要课题是计算机对数学教育的深刻影响。计算机的发展突飞猛进,迅速改变着我们的生活。以1946年第一台电子计算机的诞生为标志,人类已进入了信息时代。短短的几十年,计算机技术的发展在渗透到我们生活之中的同时,也对数学教育产生着深刻的影响。它不仅影响着数学教学内容、数学教学方式和数学教学模式,而且对数学学习也有着重要的促进作用。数学教育软件从第一代、第二代发展到第三代,为新世纪的数学教育开辟了宽阔的前景。

数学教育理论所涉及的第八个重要课题是数学师资基本素质的培养和基本功的训练。数学素质教育的关键是培养高素质的数学师资。教师的素质不仅有思想道德素质、科学文化素质、身体心理素质,而且还有教师职业素质。数学教育实习是高师数学专业教育的重要组成部分,是数学师范生增强教师职业素质,实现向数学教师过渡的必由之路。数学教育实习不是孤立的活动,而是一

项综合性的系统工程,必须加大数学教育专业课程的改革;必须着力提高数学教师的综合素质;必须注意培养学生的创新意识。数学修养是数学教育人才知识结构的核心,作为数学教师必须掌握高等数学的基础知识;必须熟练掌握初等数学内容;必须掌握与教材相关的数学史料;与此同时,作为数学教师还应掌握必备的数学教育理论和扎实的数学基本功。总之,数学教学本身是一门艺术,数学教师必须具备较高的综合素质,这样才能适应社会发展或进步对数学教学的要求。

数学教育理论所涉及的课题远不止上述八个方面,如数学教育的专门化与国际化问题,建构主义与数学教育哲学问题,民俗数学问题和大学数学教育等等。但这八个课题是数学教育理论的重要构成,它可以从某一侧面反映数学教育理论的现代发展与趋势。本书就是从上述八个方面的课题入手,结合自己近20年来矢志不渝的研究和探索,融进了笔者作为省属重点课程教学与实践的主要研究成果和学习心得、体会,在笔者教学与管理双肩挑十分繁忙的情况下,利用业余时间用心血凝结而成的。全书共分10章,各章不求面面俱到,但力求抓住数学教育在现代发展中的突出问题,让人们对数学教育的现状、发展与趋势有一个较全面的认识,给数学教育工作者提供一定的参考,以更好地推动数学教育研究工作的广泛而深入的开展。倘若此番目的能够达到,那么也算实现了自己多年的心愿。

本书在编著过程中得了肇庆学院领导、数学系师生以及教务处文印室、教材室全体同仁的大力支持,也得到了广东省高师数学教育研究会有关专家的指点,在此深表感谢。由于时间仓促,书中错漏难免,不足之处,敬请批评指正。

曾 峥

2001年3月8日于肇庆学院

目 录

第一章 数学教育理论的建立与发展	(1)
第一节 中国数学教育发展的历程	(1)
第二节 国外数学教育思想的演进	(4)
第三节 数学教育的基本理论及其发展趋势	(9)
第四节 开发数学教育的素质教育功能	(16)
第二章 数学本质的现代思考	(24)
第一节 数学发展的历史与趋势	(24)
第二节 数学的对象与归属	(31)
第三节 数学与艺术的一致性	(40)
第三章 数学学习的认识过程及其规律	(47)
第一节 数学学习的基本理论	(47)
第二节 数学学习中的注意	(52)
第三节 数学学习中的感知觉	(61)
第四节 数学学习中的记忆	(73)
第五节 数学学习中的思维与想象	(84)

第四章 数学思维的研究	(96)
第一节 数学思维及其品质	(96)
第二节 数学思维过程的方法	(105)
第三节 数学思维的结构	(120)
第五章 大众数学与 21 世纪数学教育改革	(131)
第一节 大众数学的理论与实践	(131)
第二节 数学思想方法大众化研究	(136)
第三节 21 世纪数学教育改革的发展趋势	(142)
第六章 现代数学教学方法的改革与发展	(153)
第一节 现代数学教学方法改革的特点	(153)
第二节 国外现代数学教学思想	(157)
第三节 “为迁移而教”的数学教学规律	(162)
第四节 我国现代数学教学方法改革的趋势	(168)
第七章 数学课程的基本理论与发展	(172)
第一节 数学课程的概念	(172)
第二节 数学课程的改革与发展	(177)
第三节 现行中学数学教材的内容与体系	(192)
第八章 数学教育评价的理论与发展	(197)
第一节 数学教育评价的基本概念	(197)
第二节 数学教育评价的方法	(205)
第三节 如何定性评价一节数学课	(218)
第四节 数学教育评价的发展与趋势	(224)
第九章 数学教育软件及其发展	(230)
第一节 计算机对数学教育的影响	(230)
第二节 数学教育软件的发展历程	(241)
第三节 数学教育软件的发展趋势	(248)
第十章 现代数学教育实习模式的构建	(252)

第一节	现代数学教育实习的要求·····	(253)
第二节	系统组织数学教育实习模式的建立·····	(256)
第三节	高师数学教育人才的素质要求·····	(262)
参考文献	·····	(267)

第一章

数学教育理论的建立与发展

数学教育是一门实践性很强的边缘性学科，它涉及数学、哲学、逻辑学、教育学、心理学、计算机科学以及现代化的手段等多门学科或知识，是多门学科交叉或综合（性）的理论学科。数学教育与数学科学一样，伴随着人类社会实践活动而发生与发展。同样，数学教育理论的建立也来自人类社会实践活动，是人类长期实践经验的总结。考察中国数学教育发展的历程，认识数学教育的基本理论，对于建立中国的数学教育学，开发数学教育的素质教育功能有着重要意义。

第一节 中国数学教育发展的历程

中国数学教育的发展大致上可划分为三个阶段，即古代数学教育时期、近代数学教育时期和现代数学教育时期，每个时期都有着不同的特点和规律。

一、古代数学教育时期（春秋战国时期至 1840 年）

我国数学教育始于周朝（约公元前七世纪）。至隋唐时代，我国已建立了一套完整的数学教育体系，从教材的编撰、学生的学习，到考核和分配待遇，都有相应的制度。在隋文帝时，“置算学博士 2 人，助教 2 人，算学生 2 人，隶属于国子寺”。至唐贞观二年（公元 628 年）于国子监设算学门，这是官方数学教育。我国古代数学教育除官办外，主要还是民间数学教育，靠学艺的方式传授数学知识。

我国古代数学教育是以儒家六艺中的九数为教学的主要内容。所谓六艺是礼、乐、射、御、书、数，这里的“数”即是数学。而“九数”是指“方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、盈不足、旁要”（后汉郑玄注九数），这与现传本《九章算术》的篇名相同。中国古代数学教育自有《九章算术》以后，一直以它作为基本素材，沿用达千年之久。《九章算术》主要是讲计算，因此，我国古代数学教育主要是计算技术教育，其目的是为封建统治阶级“经世致用”，培养天文、历法等行政部门的专业计算人员。

我国古代数学教育由于只注重计算技能教育，教学方法刻板，采用背诵经书的方式。由于学生只死啃书本，因此，官办数学教育没有培养出有成就的数学家。中国古代造就的许多数学家，主要是民间数学教育取得的成果。

二、近代数学教育时期（1840 年至 1949 年）

中国近代数学教育始于“西学东渐”之时。1607 年，利玛窦和徐光启合译了西方数学名著《几何原本》（前六卷），从此西方数学开始传入中国。1842 年，西方传教士在我国创办了教会学校，开设的数学课程有几何、代数、三角、解析几何、微积分

等。《几何原本》(中译本)是我国数学教学正式采用的西方第一本几何教材。我国自己创办的最早的现代新式学校是京师同文馆(1862年创办),学制8年,第4年开始学习《数理启蒙》、《代数学》,第5年学《几何原本》、《平面三角》、《弧三角》,第6年学《微积分》、《航海算经》。京师同文馆引进的“西学”都是与殖民地加工有关的自然科学与数学知识,不可能造就数学人才,只能培养买办和翻译人员。

辛亥革命(1911年)后,中国现代数学教育掀开了新的一页。民国元年改学堂为学校,算学正式列入中学课程。1912年教育部令第28号对中学数学作出了规定:“数学要旨在明数量之关系,熟悉计算,并使其思虑精确,数学以宜授算术、代数、几何及三角法。”

20世纪初至20世纪40年代,我国数学教育颇受英、美和日本的影响,在教学内容方面,先是模仿日本,后来直接翻译欧美数学教科书,如《范氏大代数》、《三S平面几何》、《葛氏平面三角》等。这个时期国内数学名家也编写了不少中学数学教材,例如何鲁编的《代数》,陈建功编的《几何学》,段子燮编的《解析几何》,李锐夫编的《三角学》等,北京师范大学傅仲孙教授还倡导过“混合数学”(即代数、几何、三角不分家)。

这个时期数学教育较之古代数学教育,无论是内容还是在方法上都有了很大进步,培养出了一批像陈省身、苏步青等在国内外享有声誉的数学家。

三、现代数学教育时期(1949年至今)

建国以后,我国教育事业发生了根本性的变化,取得了令世人瞩目的成就。作为教育的重要组成部分——数学教育,虽然受到极“左”的指导思想干扰,遭到“文化大革命”的严重破坏,但仍然取得了巨大的成绩。

建国初期,我们一片空白,因而全面学习苏联;1958年至1965年,全国掀起了教育革命的高潮,推动了数学教育教学改革实验,初步形成了具有自身特色的现代数学教育体系;20世纪60年代世界上许多国家在轰轰烈烈地搞“新数学”(New Maths)运动,而我们在1966年至1976年间还在搞“文化大革命”,拉大了我们与世界先进国家的数学教育的差距;党的十一届三中全会以后,数学教育进入了一个恢复、调整和大发展的新时期,特别是邓小平同志提出了“三个面向”战略思想以后,数学教育改革试验呈现了多元化蓬勃发展的局面,具有中国特色的现代数学教育体系得到了进一步的巩固和发展。

第二节 国外数学教育思想的演进

由于远古时代人类征服自然能力的弱小,在极其漫长的岁月里数学积累微乎其微,因而不存在现代意义下的数学教育。直到公元前3000年左右,在古代巴比伦与埃及,数学和数学教育才取得了比较迅速的发展。古代巴比伦与埃及的数学是外国数学的两大源流,数学教育也是如此。与此同时,在国外古代文化发祥地中,古代希腊和罗马是最重要的,对欧洲文化形成的影响直接而深刻,现代学校、课程和方法、体育运动,许多都根源于古代希腊。古希腊教育对欧洲的影响有:追求理想、追求真理的探究精神,热爱科学、热爱艺术,身心和谐发展等。探讨古代希腊数学和数学教育思想具有特别的意义。

一、古代巴比伦与埃及的数学教育思想及其演进

巴比伦对数学的贡献主要在代数方面。古代巴比伦创造了60进位制记数法,掌握了包括四则运算及平方、开方、立方和立方根的算术运算,在方程、数列及数论方面都有了相当的知

识。虽然几何在巴比伦人心目中并不重要,但解决实际问题的需要使他们有了几何方面的经验性知识,包括一些计算简单平面图形面积和简单立体体积的法则,他们甚至知道毕达哥拉斯定理的内容。

古代埃及的数学倾向于几何,在面积和体积的计算方面有惊人的成果。在算术方面,古代埃及人创造了自己的记数法,把乘、除运算归结到加法运算,在代数方面则基本上用纯粹算术的方法。关于级数的一些问题也被他们讨论过。

古代巴比伦的教育已发展到相当的程度,在公元前 2000 年已开始存在学校,当时存在着一种初等的或早期的正规教育,对青年一代进行读、写、算的基本训练,优秀者可以升入称为“学院”的一级学校,甚至可以到繁荣地方的学习中心求学,那里寺院与图书馆规模更大,条件更好,学习的学科包括工程学、天文学、建筑学和医学,我们可以肯定古代巴比伦的数学教育也具有相当的规模。

古埃及到中王朝时期(公元前 3787 年至公元前 1580 年)已出现了被看做是公共学校的设施,学校有三种:寺庙学校、宫廷学校和政治学校。古埃及教育的最高层是以寺庙为中心的“高等教育”,与现在的大学和研究生院相似。学习内容相当广博,包括地理学、寺庙结构学、天文学、年代学、音乐理论、数学、测量和高等建筑学等等,这些内容与数学都有密切的关系。

古代巴比伦和埃及文明分别大约经历了 3000 年,数学和数学教育迈出如此大步有深刻的社会政治、经济根源。古代巴比伦国家分布在底格里斯河和幼发拉底河两河流域,处于两河流域中心地带,扼西亚交通要道,具有极为有利的战略和经济地位。两河自西北向东南流入波斯湾,每年定期泛滥冲积成肥沃土地,为农业生产提供了有利条件。土地划分、灌溉、粮食分配、谷仓修建引出了许多数学问题。青铜器的普遍使用使手工业的发展达到

一定水平,到汉谟拉比时代(公元前 1792 年至 1750 年),已有 10 多种手工行业能制造较完善的扬水器和附有漏斗的改良犁,手工业发展水平可见一斑,手工业发展对数学提出了许多问题和要求。农业、手工业发展带来了商业的繁荣,巴比伦是当时西亚贸易中心,商品交换过程中需要计算利率和税率等一系列数学问题,金融活动促进了算术和代数的发展。此外,农业上确定季节,巴比伦商队航海中定向定位的需要促进了天文学发展,而天文学必须借助于数学才能得到发展。埃及位于尼罗河下游,尼罗河的泛滥给两岸留下沃土,给古埃及的农业发展奠定了基础。尼罗河涨水后重定农民的土地边界,丈量土地面积促进了埃及几何知识的积累;确定尼罗河汛期发展了天文学;预报宗教节日、确定四季节气需要历法;建造庙宇和金字塔等建筑都要求有相应的几何、测量和计算的知识。但和古巴比伦相比,古代埃及的地理位置相对来说偏居一隅,商业不发达,因而其数学主要在算术和几何方面。

从以上可看出,古巴比伦和埃及的数学发展是从社会发展需要中得到动力的,除了实际应用的需要外,并无其他更进一步的动力和原因。早期数学教育的目的在很大程度上取决于数学发展本身的目的,因而古代巴比伦和埃及的数学教育目的是为了传授在农业、手工业、商业、航海等方面生产、生活所需要的算术、代数和几何的知识。这种目的观和数学教育观是当时落后的生产力发展水平所决定的。这一点也可以从古代巴比伦和埃及人所掌握的数学知识的内容来断定,他们的数学知识都是当时生产和生活所必需的数学知识。

古代巴比伦人的数学知识只是观察的结果和经验的总结,他们不懂得什么叫证明,更无理论体系可言,在他们的算术和代数里从来没有理论根据,根据只是物理事实,或者是对试验和直观的认识。他们接受和承认数学的准则是这些数学知识和法则在实

际中的适用性，他们的数学里无严谨性可言，因而在他们数学知识的传授中绝无此类目的要求。巴比伦人擅长算术和代数，而对于几何，他们不为几何而研究几何，总是在解决实际问题时才搞几何，他们达到几何的水平是相当高的。考察古埃及的数学和数学教育同样可知，证明的思想尚未出现，数学及其教育仅为在实际中的应用。

总之，古代巴比伦和埃及数学与数学教育的产生和发展的唯一原因及目的是满足当时生产和生活的需要，数学和数学教育是围绕此目的而进行的，由此可知，数学教育的这种目的是最初、最基本也是最重要的目的，这种状况只有在生产力达到较高的水平时才可能改变。

二、古代希腊的数学教育思想及其演进

古代希腊的数学成就是不胜枚举的：毕达哥拉斯对于数列的研究，毕达哥拉斯定理，不可公度比的发现，平面几何的许多定理，厄里亚学派的四个关于运动的悖论，柏拉图学派对于立体几何的研究，圆锥曲线的发现和研究，欧多克斯的比例论、穷竭法，欧几里德的《几何原本》和阿波罗尼斯的《圆锥曲线论》，阿基米德关于面积和体积的研究，托勒密等的三角术，等等。

古代希腊可以分为古典时代和亚历山大里亚时代两个时期，古代希腊的教育已相当发达，到亚历山大里亚时期（公元前 338 年至公元 529 年）已有了明确的形式，已制度化。教育分成家庭、小学、文法学校、士官团服役和深造 5 个阶段，深造约在 20 岁开始，可见教育年限很长。在数学教育方面，从柏拉图学院的“不懂几何者不得入内”，欧几里德于公元前 4 世纪在亚历山大港市建立数学学校这两个事实可知，数学教育在古代希腊具有极重要的地位。

虽然古代希腊数学受到古代巴比伦和埃及数学很大的影响，