"十三五"普通高等教育本科规划教材

数字电路与系统设计

陈　悦　冯　玲
朱海霞　卞晓晓　编著

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

"十三五"普通高等教育本科规划教材

数字电路与系统设计

陈　悦　冯　玲
朱海霞　卞晓晓　编著
蒋　璇　主审

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书系统介绍数字电路与系统设计的基本理论、基本知识和基本器件，详细阐述传统数字电路分析、设计的方法，简练说明了现代数字系统分析、设计方法，特别引入了硬件描述语言作为教学内容，符合数字系统设计的发展趋势。

本书共分 10 章，主要内容包括数制与编码、逻辑代数基础、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、可编程逻辑器件、数模转换与模数转换、脉冲波形发生与整形电路、数字系统设计基础等。各章均选用了较多的典型实例，并配有大量习题，有助于课程的教学与实际应用。

本书简明扼要、深入浅出，可作为高等院校电子、信息、雷达、通信、计算机、自动化、测控等电类专业本科、专科“数字电路”类课程的教材和参考书，也可作为相关学科工程技术人员的参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

数字电路与系统设计 / 陈悦等编著. —北京：中国电力出版社，2015.8

“十三五”普通高等教育本科规划教材

ISBN 978-7-5123-8119-3

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①陈… Ⅲ. ①数字电路－系统设计－高等学校－教材 Ⅳ. ①TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 176129 号

中国电力出版社出版、发行

（北京市东城区北京站西街 19 号 100005 http://www.cepp.sgcc.com.cn）

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2015 年 8 月第一版 2015 年 8 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 18.5 印张 450 千字

定价 **37.00** 元

前　言

本书是在教育部颁布的“数字电路与逻辑设计课程教学基本要求”基础上，将传统数字电子技术与现代 EDA 技术相结合，并引入了可编程逻辑器件、数字系统设计、硬件描述语言 VHDL 等方面的内容，顺应了数字电路的发展趋势。

全书共分 10 章。第 1 章绪论，主要介绍数字电路的基础知识，包括其特点、发展状况等。第 2 章数制与编码，介绍了常用的数制及不同数制之间的转换和二进制的算术运算，讨论了常用的二值编码方法及各自的特点。第 3 章逻辑代数基础，介绍逻辑代数的基本概念及各种逻辑运算、逻辑代数的运算公式及规则，还讨论了逻辑函数的各种常用表示方式，如真值表、逻辑表达式、逻辑电路图和波形图等，本章的最后对数字电路的重要描述工具卡诺图进行详细的讨论。第 4 章组合逻辑电路，首先介绍了解集成电路的分类、电气指标、输出结构及使用方法等；接着详细展开介绍小规模组合电路的分析与设计方法；然后介绍组合电路中的竞争与险象产生的原因及避免的方法；最后结合实际详细介绍中规模集成电路的分析与设计方法，如加法器、数值比较器、数据选择器、编码器和译码器等。第 5 章触发器，首先详细介绍常见触发器的内部结构、工作原理、应用方法等，包括基本 RS 触发器、同步触发器、主从触发器、边沿触发器；然后介绍不同类型触发器之间相互转换的方法。第 6 章时序逻辑电路，首先介绍同步时序的分析方法与实例，例如计数器、移位寄存器等；接着介绍集成时序电路模块，例如 74163、74192、74194 等芯片功能与工作原理，并给出几种芯片的应用实例，这样可使读者对中规模时序电路有比较完整的了解；最后介绍同步时序电路的设计方法，特别是分别利用触发器和 MSI 时序模块设计同步时序电路的方法。第 7 章可编程逻辑器件，首先介绍可编程逻辑器件的基本情况，接着介绍低密度可编程逻辑器件的结构与工作原理，最后以典型的高密度 CPLD 和 FPGA 芯片为例，使读者初步了解 LSI 电路的工作原理与内部结构。第 8 章数模转换与模数转换，主要介绍几种常用的、典型的 D/A 和 A/D 转换方法。第 9 章脉冲波形发生与整形电路，简要介绍多谐振荡电路、单稳态电路与施密特电路的工作原理与基本应用，并以 555 定时器为例详细介绍该芯片功能与应用。第 10 章数字系统设计基础，力求体现较新的数字电子技术，特别引入数字系统的设计方法、VHDL 语言介绍及 Quartus II 软件介绍，为读者更好地进入大规模数字电路设计打下基础。

书中第 1、6 章由朱海霞编写，第 2、10 章由陈悦编写，第 3、4 章由冯玲编写，第 5 章由朱海霞、卞晓晓编写，第 7、8 章由卞晓晓编写，第 9 章由陈悦、冯玲编写。陈悦对全书进行了统稿。南京航空航天大学蒋璇教授主审全书，对本书的内容、结构和文字提出了很多宝贵的意见及建议，在此表示深切的谢意。

作者在编写本书的过程中得到了南京航空航天大学金城学院顾利民教授、刘文波教授、

耿茜副主任、闻凯副主任的关心与帮助，南京航空航天大学金城学院信息工程系与自动化系多位教师提供了大量的资料，朱子娟、陈志良、王海涛、朱长久、赵桂珍、王中海、张君、王子孜、王博岩、张本彦等同志均给予大力协助，在此一并表示感谢。

由于作者水平和时间有限，本书中难免存在疏漏和不足之处，敬请广大读者批评指正。

编　者

2015 年 5 月

目　　录

第1章 绪　　论

1.1 数字信号与模拟信号

自然界的物理量形形色色、性质各异，按照其变化规律的特点，可将物理量分为模拟量和数字量两大类。

模拟量指其值变化在时间上或数值上都是连续的，如温度、湿度、速度、压力等，模拟量通常用模拟信号表示，模拟信号随时间变化的关系图如图 1.1 所示。例如利用热敏电阻测量温度时，其输出电压信号便是一个连续变化的模拟信号，即任一时刻的电压取值均表示相应的温度。

数字量指其值的变化在时间和数值上都是离散的，如人数、开关通断等，数字量通常用数字信号表示，数字信号随时间变化的关系如图 1.2 所示。数字信号的变化在时间上不连续，且总发生在一系列离散的瞬间。其值总是以某一“最小单位”的整数倍进行变化。例如教室里学生的人数总是最小单位“1”的整数倍，如 20 个学生，不可能出现 20.5 个学生。二值数字信号通常只有两种状态，如电平的高与低、脉冲的有与无。

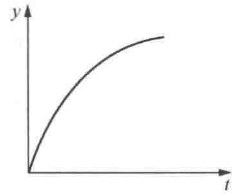

图 1.1　模拟信号波形图

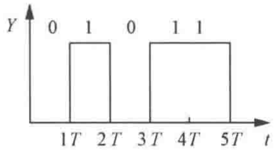

图 1.2　数字信号波形

1.2 数字电路与模拟电路

在近代电子学中，按照处理信号的不同，将电子电路分为模拟电路和数字电路。其中处理模拟信号的电路称为模拟电路，主要侧重研究电路中输入信号与输出信号间的大小、相位关系；处理数字信号的电路称为数字电路，主要侧重研究电路中输入信号与输出信号间的逻辑关系或因果关系。常用的二值数字信号相对应的数字电路只有两种工作状态，通常用 0 和 1 表示，如 0 表示低电平、1 表示高电平，所以数字电路又称为逻辑电路。组成数字电路的基本单元电路是门电路，而构成门电路的基本元件是开关，因此也称为开关电路。

1.3 数字电路的特点

数字电子技术与模拟电子技术作为现代电子技术的两大分支，两者有相同之处，也有许多明显区别。模拟电路的特点来源于其所处理的信号是连续的模拟信号，主要单元电路为放

大器，且处理模拟信号时，晶体管一般工作在放大状态，对信号进行不失真放大，分析模拟电路时主要利用图解法和微变等效电路法进行放大器放大功能的分析，目前常应用于微波、模拟电视、电源等领域。而数字电路的特点来源于它所处理的信号是离散信号，主要单元电路为逻辑门和触发器，且处理数字信号时，晶体管一般工作在饱和状态和截止状态，即开关状态，主要利用逻辑代数法研究输入输出之间的逻辑关系，常应用于数字电子、数字通信和数字计算机等数字领域。

1.4 数字电路的发展

（1）从发展历史来看，数字电路与模拟电路一样，经历了由电子管、半导体分立器件到集成电路等几个阶段。但数字集成电路比模拟集成电路的发展更快，使数字集成电路的性能产生了质的飞跃。

（2）从器件工艺发展来看，逻辑门是一种重要的逻辑单元电路。TTL 逻辑门电路问世较早，其工艺经过不断改进，至今已成为主要的基本逻辑器件之一。随着 MOS 工艺特别是 CMOS 工艺的发展，TTL 的主导地位有被 CMOS 器件所取代的趋势。近年来，可编程逻辑器件（PLD）特别是现场可编程门阵列（FPGA）的飞速进步，使数字电子技术开创了新局面，不仅规模大，且将硬件与软件相结合，使器件的功能更加完善，使用也更加灵活。

第2章 数制与编码

2.1 数 制

日常生活中，人们常用数字表示物理量的大小，当需要计算的数较大时，一位数字往往不够，因此又制定了相应的进位规则并由此创造出多位数。所谓数制即指由一组数码及相应的进位规则构成的计数方式。常用的数制包括十进制、二进制、八进制和十六进制，在下面章节中将依次展开介绍。

2.1.1 十进制

十进制（Decimal）是日常生活中人们采用最广泛的一种进制形式，一般用下标数字10或英文字母D表示，也可不加下标，默认为十进制数。它由数码0～9组成，采用"逢十进一"的进位规则。当各个数码处于十进制数的不同位置时，所代表的数值不同，若是整数部分则从小数点向左分别表示个位、十位、百位等，若是小数部分则从小数点向右依次表示十分位、百分位、千分位等。例如十进制数（518.04）$_{10}$ 可以展开表示为

$$(518.04)_{10} = 5\times10^2 + 1\times10^1 + 8\times10^0 + 0\times10^{-1} + 4\times10^{-2}$$

式中：10为基数，10^i 为第 i 位的权值，5、1、8、0、4为相应位系数。

在此基础上进行推广，可以得到任意一个十进制数的按权展开形式。例如具有 n 位整数和 m 位小数的十进制可以展开表示为

$$\begin{aligned}(\mathrm{N})_\mathrm{D} &= \mathrm{d}_{n-1}\times10^{n-1} + \mathrm{d}_{n-2}\times10^{n-2} + \cdots + \mathrm{d}_0\times10^0 + \mathrm{d}_{-1}\times10^{-1} + \mathrm{d}_{-2}\times10^{-2} + \cdots + \mathrm{d}_{-m}\times10^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1}\mathrm{d}_i\times10^i\end{aligned} \tag{2-1}$$

式中：10为基数，10^i 为第 i 位的权值，d_i 为第 i 位的系数，它可以取0～9十个数中的任意一个。

在十进制的基础上可以进一步推广至任意进制。任意R进制数的一般表示式为

$$\begin{aligned}(\mathrm{N})_\mathrm{R} &= \mathrm{r}_{n-1}\times\mathrm{R}^{n-1} + \mathrm{r}_{n-2}\times\mathrm{R}^{n-2} + \cdots + \mathrm{r}_0\times\mathrm{R}^0 + \mathrm{r}_{-1}\times\mathrm{R}^{-1} + \mathrm{r}_{-2}\times\mathrm{R}^{-2} + \cdots + \mathrm{r}_{-m}\times\mathrm{R}^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1}\mathrm{r}_i\times\mathrm{R}^i\end{aligned} \tag{2-2}$$

式中：R为基数，R^i 为第 i 位的权值，r_i 为第 i 位的系数，它可以取0～（R–1）中的任意一个。

2.1.2 二进制

二进制（Binary）是数字系统中通常采用的表示方式，一般用下标数字2或英文字母B表示，它由数码0、1组成，采用"逢二进一"的进位规则。任意一个二进制数可以展开表示为

$$\begin{aligned}(\mathrm{N})_\mathrm{B} &= \mathrm{b}_{n-1}\times2^{n-1} + \mathrm{b}_{n-2}\times2^{n-2} + \cdots + \mathrm{b}_0\times2^0 + \mathrm{b}_{-1}\times2^{-1} + \mathrm{b}_{-2}\times2^{-2} + \cdots + \mathrm{b}_{-m}\times2^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1}\mathrm{b}_i\times2^i\end{aligned} \tag{2-3}$$

其中2为基数，2^i 为第 i 位的权值，b_i 为第 i 位的系数，它可以取0、1中的任意一个。

例如，二进制数（1101.11）$_2$可以表示为

$$(1101.11)_2 = 1\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 + 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2} = (13.75)_{10}$$

2.1.3 八进制

八进制（Octal）一般用下标数字 8 或英文字母 O 表示，由于字母 O 和数字 0 书写时经常混淆，因此也常用字母 Q 表示。它由数码 0～7 组成，采用“逢八进一”的进位规则。任意一个八进制数可以展开表示为

$$\begin{aligned}(\mathrm{N})_{\mathrm{O}} &= \mathrm{o}_{n-1}\times8^{n-1} + \mathrm{o}_{n-2}\times8^{n-2} + \cdots + \mathrm{o}_0\times8^0 + \mathrm{o}_{-1}\times8^{-1} + \mathrm{o}_{-2}\times8^{-2} + \cdots + \mathrm{o}_{-m}\times8^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1}\mathrm{o}_i\times8^i\end{aligned} \tag{2-4}$$

式中：8 为基数，8^i 为第 i 位的权值，o_i 为第 i 位的系数，它可以取 0～7 中的任意一个。例如，八进制数（57.6）$_8$可以表示为

$$(57.6)_8 = 5\times8^1 + 7\times8^0 + 6\times8^{-1} = (47.75)_{10}$$

2.1.4 十六进制

十六进制（Hexadecimal）一般用下标数字 16 或英文字母 H 表示，它由数码 0～9 以及字母 A～F 组成，采用“逢十六进一”的进位规则。任意一个十六进制数可以展开表示为

$$\begin{aligned}(\mathrm{N})_{\mathrm{H}} &= \mathrm{h}_{n-1}\times16^{n-1} + \mathrm{h}_{n-2}\times16^{n-2} + \cdots + \mathrm{h}_0\times16^0 + \mathrm{h}_{-1}\times16^{-1} + \mathrm{h}_{-2}\times16^{-2} + \cdots + \mathrm{h}_{-m}\times16^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1}\mathrm{h}_i\times16^i\end{aligned} \tag{2-5}$$

式中：16 为基数，16^i 为第 i 位的权值，h_i 为第 i 位的系数，它可以取 0～9 以及字母 A～F 中的任意一个。例如，十六进制数（F3.B）$_{16}$可以表示为

$$(\mathrm{F3.B})_{16} = 15\times16^1 + 3\times16^0 + 11\times16^{-1} = (243.6875)_{10}$$

不同数制之间的关系可以查看表 2.1。

2.1.5 不同数制之间的转换

在实际应用中，经常需要在不同数制之间进行转换，以方便各种计算。数制之间的转换主要归纳为两大类，即十进制数与非十进制数之间的转换，2^n 进制之间的转换。本节中将分别进行介绍。

1. 十进制数和非十进制数之间的转换

（1）非十进制数转换成十进制数。

表 2.1 不同数制之间的区别

数制	二进制	八进制	十进制	十六进制	R 进制
数码	0，1	0～7	0～9	0～9，A～F	0～（R−1）
进位规则	逢二进一	逢八进一	逢十进一	逢十六进一	逢 R 进一
表示方法	$(\mathrm{N})_{\mathrm{B}}$或$(\mathrm{N})_2$	$(\mathrm{N})_{\mathrm{O}}$或$(\mathrm{N})_{\mathrm{Q}}$或$(\mathrm{N})_8$	$(\mathrm{N})_{\mathrm{D}}$或$(\mathrm{N})_{10}$或 N	$(\mathrm{N})_{\mathrm{H}}$或$(\mathrm{N})_{16}$	$(\mathrm{N})_{\mathrm{R}}$
按权展开	$\sum_{i=-m}^{n-1}\mathrm{b}_i\times2^i$	$\sum_{i=-m}^{n-1}\mathrm{o}_i\times8^i$	$\sum_{i=-m}^{n-1}\mathrm{d}_i\times10^i$	$\sum_{i=-m}^{n-1}\mathrm{h}_i\times16^i$	$\sum_{i=-m}^{n-1}\mathrm{r}_i\times\mathrm{R}^i$

由式（2-2）知，任意一个非十进制数转换成十进制数，只需要对其按权展开求和即可。

（2）十进制数转换成非十进制数。十进制数转换成非十进制数时，需要将其分为整数和小数两个部分分别处理，最后将结果进行合并。其中，整数部分采用除基（R）取余法，小数部分采用乘基（R）取整法。

除基（R）取余法指用十进制数除以目的数制的基数 R，第一次所得的余数为目的数的最低位，把所得商再除以 R，所得余数为目的数的次低位，以此类推，直至商为 0 时，所得余数为目的数的最高位。

乘基（R）取整法指用十进制数乘以目的数制的基数 R，第一次所得的整数部分为目的数的最高位，把结果的小数部分再乘以 R，所得结果的整数部分为目的数的次高位，以此类推，直至小数部分为 0 或者达到精度要求为止。

【例 2.1】 将十进制数 $(45.25)_{10}$ 转换成二进制数、八进制数和十六进制数。

解：1）整数部分按照除基取余法，转换为二进制数时应逐次除以 2，然后取余数，得到 $(45)_{10}=(101101)_2$。

同样方法可以转换为八进制数和十六进制数，$(45)_{10}=(55)_8=(2D)_{16}$。

$$
\begin{array}{r|l l}
2 & 45 & \\
2 & 22 & \cdots 1 \\
2 & 11 & \cdots 0 \\
2 & 5 & \cdots 1 \\
2 & 2 & \cdots 1 \\
2 & 1 & \cdots 0 \\
 & 0 & \cdots 1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l l}
8 & 45 & \\
8 & 5 & \cdots 5 \\
 & 0 & \cdots 5
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l l}
16 & 45 & \\
16 & 2 & \cdots D \\
 & 0 & \cdots 2
\end{array}
$$

2）小数部分按照乘基取整法，转换为二进制数时应逐次乘以 2，然后取整数，得到 $(0.25)_{10}=(0.01)_2$。

$$
\begin{array}{r l}
 0.25 & \\
\times\quad 2 & \\
\hline
\boxed{0}.5 & \cdots 0 \\
\times\quad 2 & \\
\hline
\boxed{1}.0 & \cdots 1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r l}
 0.25 & \\
\times\quad 8 & \\
\hline
\boxed{2}.0 & \cdots 2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r l}
 0.25 & \\
\times\quad 16 & \\
\hline
\boxed{4}.0 & \cdots 4
\end{array}
$$

同样方法可以转换为八进制数和十六进制数，$(0.25)_{10}=(0.2)_8=(0.4)_{16}$。

针对小数部分采用乘基取整法的计算过程中，会发现对于有些十进制数，不论进行多少次乘基取整，都没有办法得到最终结果为 0，例如十进制数 $(0.6)_{10}$，在这种情况下可以根据精度要求进行适当的取舍，一般取小数点后 3～4 位即可。

（3）将整数部分和小数部分合并，得到 $(45.25)_{10}=(101101.01)_2=(55.2)_8=(2D.4)_{16}$

2. 2^n 进制之间的转换

二进制是数字系统中广泛采用的进制，但由于该进制表示的数较为复杂，特别是当所表示的数较大时，其位数较多，不利于人们的读写与记忆，因此将其转换成八进制或十六进制能较好的解决该问题。由于八进制和十六进制的基数分别为 $8=2^3$ 和 $16=2^4$，因此三位二进制数恰好相当于一位八进制数，四位二进制数恰好相当于一位十六进制数，它们之间的转换非常方便。

（1）二进制与八进制之间的转换。将二进制转换成八进制时，应以小数点为界，分别向左和向右，以三位为一组进行分组，不足三位的补零补足三位，然后每一组用一个等值的八进制数代替。

【例 2.2】 将二进制数 $(1101110.10111)_2$ 转换成八进制数。

解：二进制数 001 101 110. 101 110

八进制数 1 5 6. 5 6

所以（1101110.10111）$_2$=（156.56）$_8$

反之，若将八进制转换成二进制，只需将每一位八进制数用三位等值的二进制数代替即可。

【例 2.3】 将八进制数（42.7）$_8$ 转换成二进制数。

解：八进制数 4 2. 7

二进制数 100 010. 111

所以（42.7）$_8$=（100010.111）$_2$

（2）二进制与十六进制之间的转换。将二进制转换成十六进制时是以小数点为界，分别向左和向右，以四位为一组进行分组，不足四位的补零补足四位，然后每一组用一个等值的十六进制数去代替。

【例 2.4】 将二进制数（1101110.10111）$_2$ 转换成十六进制数。

解：二进制数 0110 1110. 1011 1000

十六进制数 6 E. B 8

所以（1101110.10111）$_2$=（6E.B8）$_{16}$

反之，若将十六进制转换成二进制，只需将每一位十六进制数用四位等值的二进制数代替即可。

【例 2.5】 将十六进制数（CF.2A）$_{16}$ 转换成二进制数。

解：十六进制数 C F. 2 A

二进制数 1100 1111. 0010 1010

所以（CF.2A）$_{16}$=（11001111.00101010）$_2$

（3）八进制与十六进制之间的转换。从前述可看出，二进制与八进制、二进制与十六进制间的对应关系十分良好，因此若求八进制与十六进制之间的转换时，可以用二进制作为中间桥梁，先将八进制（或十六进制）转换成二进制，再将二进制转换成十六进制（或八进制）。

【例 2.6】 将八进制数（42.7）$_8$ 转换成十六进制数。

解：八进制数 4 2. 7

二进制数 0010 0010. 1110

十六进制 2 2. E

所以（42.7）$_8$=（22.E）$_{16}$

【例 2.7】 将十六进制数（CF.2A）$_{16}$ 转换成八进制数。

解：十六进制数 C F. 2 A

二进制数 011 001 111. 001 010 100

八进制数 3 1 7. 1 2 4

所以（CF.2A）$_{16}$=（317.124）$_8$

2.2 编 码

数字系统中，数码不仅可以表示数值大小，也可以区分不同事物。例如，超市里的每件

商品都有一个条形码，收银员通过扫码器扫条形码可以识别该商品的名称、生产厂家、单价等一系列信息，不同种类的商品其条形码不同。这种采用预先规定的方法将文字、数字或其他对象映射为相应数码以便处理的过程称之为编码。而在数字系统中，由于主要采用二进制数进行编码，因此称之为二值编码。常用的二值编码包括格雷码、二—十进制编码、奇偶校验码和 ASCII 码，下面章节中将依次展开介绍。

2.2.1　格雷码

前述二进制数是用 0、1 表示数值大小的方法，n 位二进制数可以表示 2^n 个十进制数，例如，4 位二进制数 0000～1111 表示十进制数 0～15，共 16 种取值。二进制码，也称自然二进制码，它是从编码角度进行描述的，其表示数值的大小与二进制数完全一致。具体编码情况见表 2.2，表 2.2 中还给出了另外一种编码，这种编码称为格雷码（Gray Codes）。

表 2.2　　自然二进制码与 4 位格雷码的比较

十进制数	自然二进制码	格雷码	十进制数	自然二进制码	格雷码
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

1. 格雷码的两个主要特性

（1）反射性。所谓反射性指以编码最高位的 0 和 1 交界处为镜像点，位于对称位置的各对代码之间只有最高位不同，其余各位均相同。利用反射性可以构造出任意码长的格雷码，具体构造方法如下：

1）1 位码长的格雷码即为 0 和 1；

2）2 位码长的格雷码是在 1 位码长格雷码基础上先在高位补零补足 2 位，即得 00 和 01，然后在下方画出对称轴，位于对称轴对称的各对代码之间仅最高位不同，其余均相同，即得 11 和 10；

3）3 位码长的格雷码可以在 2 位格雷码的基础上，按照上述方法类推可得，如图 2.1 所示。

```
1位码长      2位码长              3位码长
  0            00                  000
  1            01                  001
            -------- 对称轴        011
               11                  010
               10                -------- 对称轴
                                   110
                                   111
                                   101
                                   100
```

图 2.1　不同码长格雷码的构造方法

（2）循环性。所谓循环性，指任意两个相邻的代码之间（包括第一个代码与最后一个代码也是相邻的），仅有一位码元不同。格雷码的循环特性使它在提高系统的可靠性及增强抗干扰能力方面效果显著。

2. 自然二进制码与格雷码之间的转换

自然二进制码与格雷码同属二进制编码，它们之间可以进行相互转换，具体转换方法如下。

（1）自然二进制码转换为格雷码。两种代码的最高位相同，从高到低依次读取自然二进制码的各位码元，并将该位码元与其前一位进行比较，若不同则该位对应的格雷码码元为 1，否则为 0。

【例 2.8】 试将自然二进制码 10111001 转换为格雷码。

解：

自然二进制码：1 0 1 1 1 0 0 1

格雷码：1 1 1 0 0 1 0 1

所以，$(10111001)_2=(11100101)_{Gray}$

（2）格雷码转换为自然二进制码。两种代码的最高位相同，从高到低依次读取格雷码的各位码元，若该位码元为 0，则同该位对应的自然二进制码的码元与其前一位相同，否则不同。

【例 2.9】 试将格雷码 0101110 转换为自然二进制码。

解：

格雷码：0 1 0 1 1 1 0

自然二进制码：0 1 1 0 1 0 0

所以，$(0101110)_{Gray}=(0110100)_2$

2.2.2 二—十进制编码

二—十进制编码（Binary Coded Decimal）简称 BCD 码，它是用 4 位二进制编码表示 1 位十进制数符 0～9 的方法。4 位二进制编码可以有 0000～1111 共 16 种不同的组合，原则上只要从中选取任意 10 种即可进行二—十进制编码。因此，二—十进制编码可以有许多种编码方案，每种编码方案都有其特点。表 2.3 列出了几种目前比较常用的 BCD 码。

1. 8421BCD 码

8421BCD 码是最常见的 BCD 码，它是一种有权码，各位权值从高到低依次为 8、4、2、1，可以对它进行按权展开求和，求得的结果即为它所表示的十进制数。例如

$$(0111)_{8421BCD码}=0\times8+1\times4+1\times2+1\times1=(7)_{10}$$

8421BCD 码采用 0000～1001 依次表示十进制数 0～9，称为有效码字，1010～1111 是禁用码字。需要注意的是在表示多位十进制数时，8421BCD 码是将其整数部分看成个位、十位、百位等十进制位，小数部分看成十分位、百分位、千分位等十进制位，每个十进制位都需要相应的 4 位码长的 8421BCD 码与之对应。如

$$(25.8)_{10}=(0010\ 0101.1000)_{8421BCD码}$$

在该表达式中整数部分高位的 0 和小数部分低位的 0 都是不可以省略的。

2. 5421BCD 码

5421BCD 码是一种有权码，各位的权值从高到低依次为 5、4、2、1。可以仿照 8421BCD 码，对它进行按权展开求和，求得的结果即为其所表示的十进制数。例如

$$(1001)_{5421BCD码}=1\times5+0\times4+0\times2+1\times1=(6)_{10}$$

表 2.3 常用 BCD 码

十进制数	8421 码	5421 码	2421 码	余 3 码	BCD 格雷码
0	0000	0000	0000	0011	0010
1	0001	0001	0001	0100	0110
2	0010	0010	0010	0101	0111
3	0011	0011	0011	0110	0101
4	0100	0100	0100	0111	0100
5	0101	1000	1011	1000	1100
6	0110	1001	1100	1001	1101
7	0111	1010	1101	1010	1111
8	1000	1011	1110	1011	1110
9	1001	1100	1111	1100	1010

从表 2.3 可以看出，将 5421BCD 码与 8421BCD 码进行比较，当所表示的十进制数 $N \leqslant 4$ 时，5421BCD 码与 8421BCD 码完全一致，而当所表示的十进制数 $N>4$ 时，5421BCD 码由 8421BCD 码对应加 3 而得到。5421BCD 码的有效码字是 0000～0100 及 1000～1100，用以表示十进制数 0～9，而 0101～0111 及 1101～1111 是禁用码字。例如

$$(25.8)_{10}=(0010\ 1000.1011)_{5421\text{BCD 码}}$$

3. 2421BCD 码

2421BCD 码是一种有权码，各位权值从高到低依次为 2、4、2、1。它也可以进行按权展开求和，求得的结果就是其所表示的十进制数。将 2421BCD 码与 8421BCD 码比较可以看出，当所表示的十进制数 $N \leqslant 4$ 时，2421BCD 码与 8421BCD 码完全一致，而当所表示的十进制数 $N>4$ 时，2421BCD 码由 8421BCD 码对应加 6 得到。2421BCD 码的有效码字是 0000～0100 及 1011～1111，用以表示十进制数 0～9，而 0101～1010 是禁用码字。例如

$$(25.8)_{10}=(0010\ 1011.1110)_{2421\text{BCD 码}}$$

4. 余 3 码

与前述几种 BCD 码不同，余 3 码是一种无权码，其代码中每位所代表的权值在各组代码中不是固定的，不可以按权展开求和。将余 3 码与 8421BCD 码比较可以看出，它是由 8421BCD 码对应位加 3 而得到，故名余 3 码。例如

$$(25.8)_{10}=(0010\ 0101.1000)_{8421\text{BCD 码}}=(0101\ 1000.1011)_{\text{余 3 码}}$$

需要注意的是在从 8421BCD 码转换为余 3 码时，每一个十进制位都需要加 3，而不仅仅限于最低位。其有效码字为 0011～1100，用以表示十进制数 0～9，而 0000～0010 及 1101～1111 是禁用码字。

5. BCD 格雷码

BCD 格雷码是一种无权码，不可以按权展开求和。将表 2.3 与表 2.2 进行比较可以发现，BCD 格雷码是在 4 位格雷码的基础上去掉前 3 个和后 3 个，保留中间 10 个而得到，因此格雷码具有的反射特性和循环特性在 BCD 格雷码中也是成立的，其中反射轴位于 4 和 5 之间。

2.2.3 奇偶校验码

在数字系统中，对某一数字信息进行传输或处理时，不可避免的要受到外界噪声的干扰，

从而产生错误，即所谓的误码，例如“1100”在最后一位上发生错误变为“1101”等。为了能够检查出这种错误，引入了可靠性编码（Reliability Codes）的方法。

可靠性编码是指通过编码的方式使得代码本身具有某种特征或能力，从而尽可能减少错误的发生，或者出错后容易被发现，甚至查出错误的码位后能予以纠正的一种编码方式，通常分为检错码和纠错码两大类。

奇偶校验码（Parity Check Code）属于检错码中的一种，它能够检测出信息在传输过程中产生的奇数个错误。它由信息位和校验位两部分组成，其中信息位即所需要传输的信息本身，校验位可以加在信息位的前面或后面，通过校验位的加上可以使得整个码字中 1 的个数达到奇数个或偶数个，从而完成奇校验或偶校验的目的。表 2.4 以余 3 码为例，给出了奇校验和偶校验两种方式下的编码情况。

奇偶校验码只能检测出奇数个错误，当传输过程中产生偶数个错误时则无法判断。但由于奇偶校验码的构造非常简单，因此在实际应用中，对于可靠性要求不高的场合常有应用。

表 2.4　　余 3 码的奇偶校验码

十进制数	余 3 码的奇校验		余 3 码的偶校验	
	信息位	校验位	信息位	校验位
0	0011	1	0011	0
1	0100	0	0100	1
2	0101	1	0101	0
3	0110	1	0110	0
4	0111	0	0111	1
5	1000	0	1000	1
6	1001	1	1001	0
7	1010	1	1010	0
8	1011	0	1011	1
9	1100	1	1100	0

2.2.4 ASCII 码

ASCII 码（American Standard Codes for Information Interchange）是由美国国家标准协会制定的一种编码，全称为美国标准信息交换码，目前已经成为通用的标准编码，广泛应用于通信和计算机中。

ASCII 码由 7 位二进制数组成，一共可以表示 128 个数字、字母（区分大小写）及专用符号，具体编码形式参见表 2.5。例如小写字母 a 的 ASCII 码是 1100001，为方便记忆，也常用十六进制数表示，即 61H。

2.3　二进制数的算术运算

在十进制中经常用到算术运算，即加、减、乘、除四则运算，而在数字系统中则通常采用二进制数进行算术运算，其运算规则与十进制数非常相似。